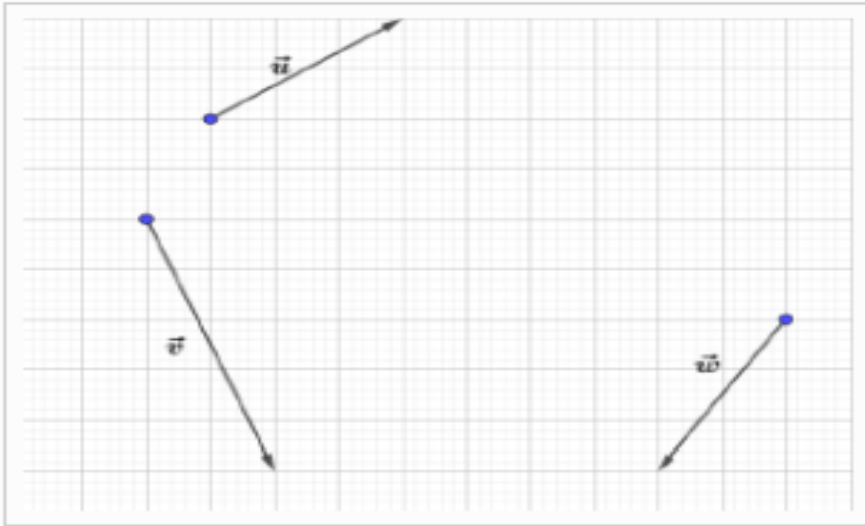


Série N°6 : Calcul vectoriel dans le plan

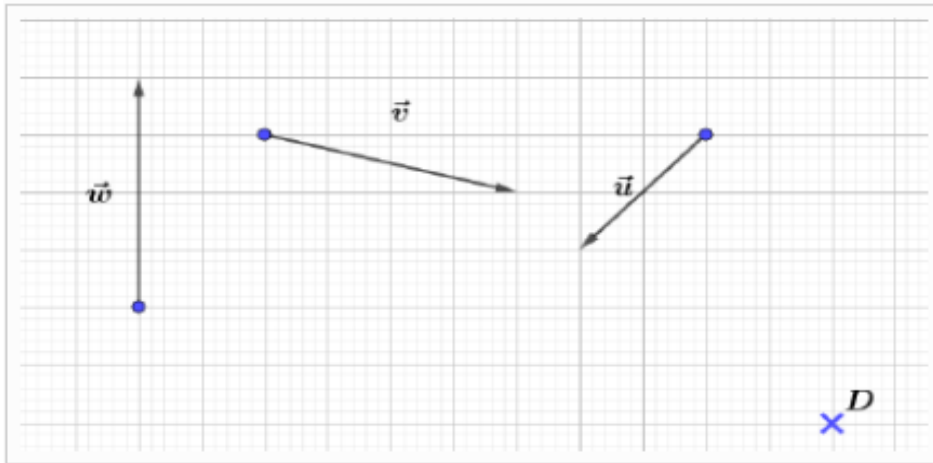
(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice 01 : Soit ABC un triangle. Construire les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Exercice 02 : Reproduire le quadrillage, puis construire le vecteur : $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$



Exercice 03 : Construire les points E et F tels que : $\overrightarrow{DE} = \vec{w} - 3\vec{u}$ et $\overrightarrow{DF} = -\frac{1}{2}\vec{w} + \vec{u}$



Exercice 04 : Soit ABC est un triangle. Les points : A' et B' et C' sont les milieux respectivement Des segments [BC] ; [AC] et [AB]

- 1) Faire une figure et vérifier que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AA'}$
- 2) a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BB'}$ en fonction de \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BA} et exprimer le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ en fonction De : \overrightarrow{CA} et \overrightarrow{CB}
- b) En déduire que : $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

Exercice 05 : Soit ABC est un triangle et P et Q deux points tels que : $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

- 1) a) Montrer que : $\overrightarrow{PB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ b) Montrer que : $\overrightarrow{BQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$
- 2) Déduire que : B est le milieu du segment [PQ]

Exercice 06 : Soit ABC est un triangle

Soient les points D ; M et N tels que : $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DA}$ et $2\overrightarrow{BN} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{MB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
- 3) Montrer que : les vecteurs \overrightarrow{NA} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.
- 4) Que peut-on dire des points A ; C et N sont alignés

Exercice 07 : Soit ABC est un triangle.

Le point I est le milieu du coté $[AB]$ et J est le milieu du coté $[AC]$

PROF: ATMANI NAJIB

Montrer que deux droites (IJ) et (BC) sont parallèles

Exercice 08 : Soit un triangle ABC et soient les points D et E vérifiant : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

- 1) Montrer que : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$; Que peut-on en déduire géométriquement ?
- 2) Construire les points D et E
- 3) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CA}$; Déduire de cette égalité et de la précédente que E, B et D sont alignés.
- 4) Soit I le milieu de $[AB]$ Justifier que $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CI}$; Qu'en déduire pour les droites (AE) et (CI) ?

Exercice 09 : Soit ABC est un triangle. Soient les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.

3) Que peut-on déduire ?

Exercice 10 : Soit ABCD un parallélogramme et E et F sont deux points tels que :

$$\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} \text{ Et } \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$$

- 1) Faire une figure
- 2) a) Montrer que : $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FA}$ b) Montrer que : $\overrightarrow{FC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$

3) En déduire que : Les points B, C et F sont alignés

Exercice 11 : ABC est un triangle et I un point du plan tel que : $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

- 1) Représenter le point I
- 2) Soit M le point d'intersection des droites (AI) et (BC)
On pose : $\overrightarrow{AI} = x\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{CM} = y\overrightarrow{MB}$ avec x et y des réels

a) Montrer que : $(x-5)\overrightarrow{AM} = (2-3y)\overrightarrow{MB}$

b) En déduire que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AI}$

Exercice 12 : ABC est un triangle. Soient D et E deux points du plan tels que : $3\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB}$

- 1) Faire une figure
- 2) a) Montrer que : $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et exprimer le vecteur \overrightarrow{AE} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}
- 2) b) En déduire que les points : A , E et D sont alignés.
- 3) Montrer que : $AD \leq \frac{1}{3}(CE + AC)$

Exercice 13 : Soit ABCD un parallélogramme de centre O et I le milieu du segment $[AB]$

La parallèle à (AC) passant par D coupe la parallèle à (BD) passant par C en J

Montrer que : les points : O , I et J sont alignés.

Exercice 14 : Soit ABCD un parallélogramme et I et J sont milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

- 1) a) Démontrer que : $\vec{DI} = \vec{JB}$
- b) En déduire la nature du quadrilatère DIBJ.
- 2) a) Construire les points M et N tels que : $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ Et $\vec{AN} = \frac{2}{3}\vec{AC}$
- b) Exprimer \vec{IM} et \vec{ID} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC}
- c) En déduire que les points I, M, D sont alignés
- d) Montrer de même que les points J, N, B sont alignés
- 3) Soit ABC, un triangle de centre de gravité G, H le milieu de [BC].

Démontrer que pour tout point M du plan :

- a) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$
- b) $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{HA}$

Exercice 15 : ABC est un triangle. Soient M et N deux points du plan tels que : $\vec{AM} = -\frac{2}{3}\vec{AB}$ et $\vec{AN} = -\frac{2}{3}\vec{AC}$

- 1) Faire une figure
 - 2) Démontrer que (MN) et (BC) sont parallèles.
 - 3) Soit S et T les milieux respectifs de [BC] et [MN].
- Démontrer que A, S et T sont alignés

Exercice 16 : Soit ABCD un parallélogramme et I et J sont milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

- 1) Démontrer que les droites (ID) et (JB) sont parallèles.
 - 2) Construire les points H et N tels que : $\vec{AH} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ Et $\vec{AN} = \frac{2}{3}\vec{AC}$
 - 3) Exprimer \vec{IH} et \vec{ID} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC}
- En déduire que H appartient à la droite (ID).
- 3) Exprimer \vec{BJ} et \vec{BN} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC}
- En déduire que N appartient à la droite (JB)
- 5° Démontrer que HINJ est un parallélogramme.
- Soit G le point du plan tel que : $\vec{GD} - 2\vec{GI} = \vec{0}$
- 6) Démontrer que G est le milieu du segment [CE].
 - 7) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\vec{MD} - 2\vec{MI}\| = 4$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

