PROF: ATMANI NAJIB

http://www.xriadiat.com/

Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°4 : Calcul vectoriel dans le plan

Exercice 1 :(**) En utilisant la relation de Chasles, compléter les égalités suivantes :

1) $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{B...}$ 2) $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{...A}+\overrightarrow{A...}$

3) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{...P}+\overrightarrow{...}$ 4) $\overrightarrow{....E}=\overrightarrow{F...}+\overrightarrow{P...}+\overrightarrow{G...}$

5) $\overrightarrow{H...}=\overrightarrow{...}+\overrightarrow{IJ}$ 6) $\overrightarrow{...}=\overrightarrow{JK}+\overrightarrow{...M}$

7) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{...}$ 8) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{...C}+\overrightarrow{...D}+\overrightarrow{...}$

Corrigé :1) $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BJ}$ 2) $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}$

3) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PN}$ 4) $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{PG}+\overrightarrow{GE}$

5) $\overrightarrow{HJ}=\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IJ}$ 6) $\overrightarrow{JM}=\overrightarrow{JK}+\overrightarrow{KM}$

7) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ 8) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}$

Exercice 2 : (*) Soient A, B deux points du plan et deux vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ tels que : $AB=12$ et $\|2.\vec{u}\|=6$

Calculer : $A=-\dfrac{6}{5}\|-5\vec{u}\|+\left\|-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right\|+5$

Corrigé : $A=-\dfrac{6}{5}\|-5\vec{u}\|+\left\|-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right\|+5=-\dfrac{6}{5}\times|-5|\|\vec{u}\|+\left|-\dfrac{3}{2}\right|\left\|\overrightarrow{AB}\right\|+5$

Or on a : $\|2.\vec{u}\|=6$ donc : $|2|\|\vec{u}\|=6$ donc : $2\|\vec{u}\|=6$ donc : $\|\vec{u}\|=3$

$A=-\dfrac{6}{5}\|-5\vec{u}\|+\left\|-\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right\|+5=-\dfrac{6}{5}\times|-5|\|\vec{u}\|+\left|-\dfrac{3}{2}\right|\left\|\overrightarrow{AB}\right\|+5=-\dfrac{6}{5}\times5\times3+\dfrac{3}{2}AB+5=-18+\dfrac{3}{2}\times12+5$

$A=-18+18+5=5$

Exercice 3 : (*) Soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$; Simplifier l'écriture des vecteurs suivants :

$\overrightarrow{U_1}=-\dfrac{3}{4}\left(\vec{u}-8\vec{v}\right)+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{3}{2}\vec{u}-10\vec{v}\right)$ et $\overrightarrow{U_2}=7\vec{u}-3\vec{w}+3\left(\vec{u}+2\vec{w}-3\vec{v}\right)-4\vec{u}+5\vec{v}$

Corrigé : $\overrightarrow{U_1}=-\dfrac{3}{4}\left(\vec{u}-8\vec{v}\right)+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{3}{2}\vec{u}-10\vec{v}\right)=-\dfrac{3}{4}\vec{u}+6\vec{v}+\dfrac{3}{4}\vec{u}-5\vec{v}=\vec{v}$

$\overrightarrow{U_2}=7\vec{u}-3\vec{w}+3\left(\vec{u}+2\vec{w}-3\vec{v}\right)-4\vec{u}+5\vec{v}=7\vec{u}-4\vec{v}-3\vec{w}+3\vec{u}+6\vec{w}-9\vec{v}+5\vec{v}=6\vec{u}+3\vec{w}-4\vec{v}$

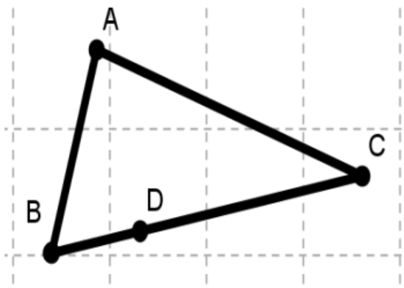
Exercice 4 : (**) Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que : $7\overrightarrow{AD}=5\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

Montrer que Les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires et construire les points D

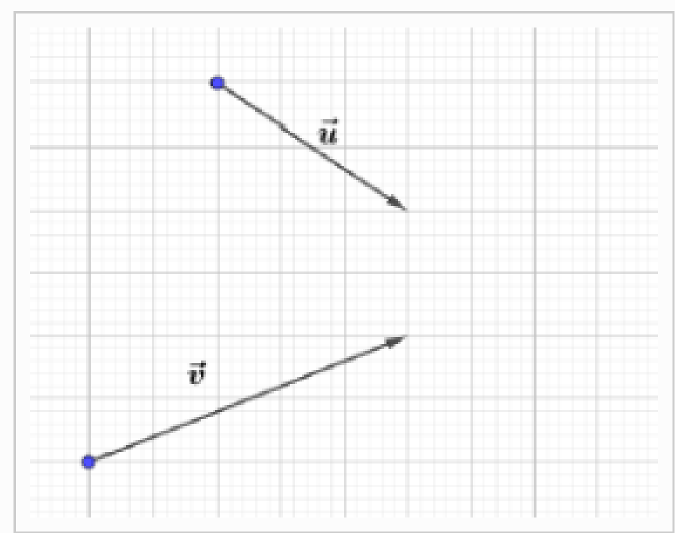
Corrigé : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\dfrac{5}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{7}\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+\dfrac{5}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{7}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BD}=-\dfrac{2}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{7}\overrightarrow{AC}=\dfrac{2}{7}\left(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{2}{7}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{2}{7}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{BD}=\dfrac{2}{7}\overrightarrow{BC}$ et par suite les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

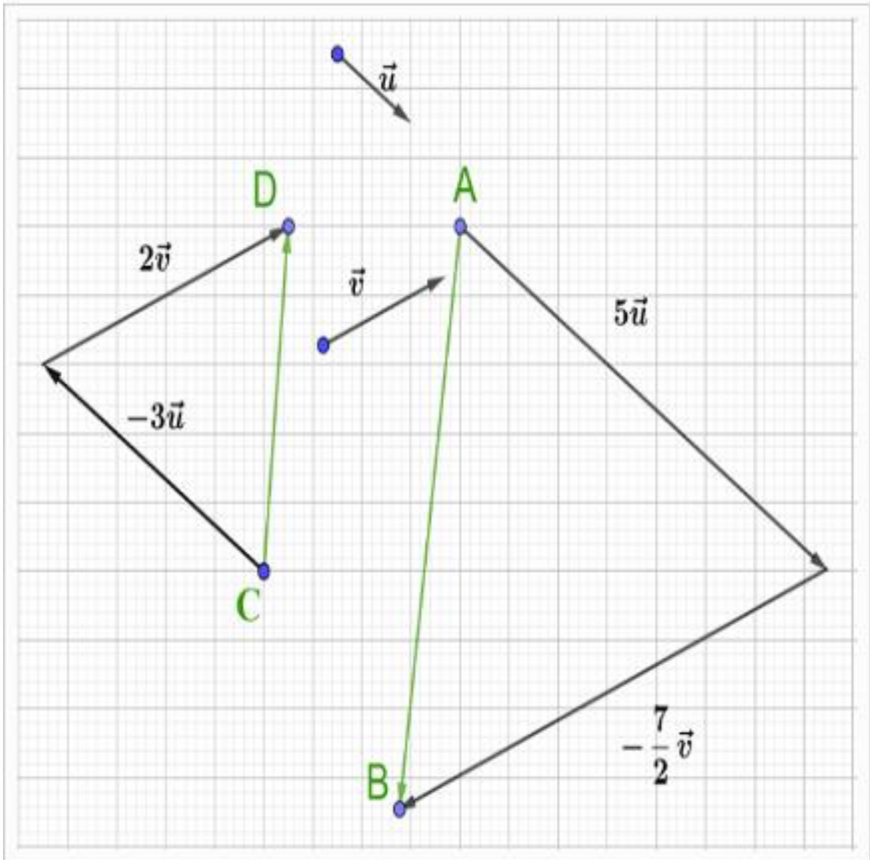


Exercice 5 : (**) : Sur une feuille à carreaux, reproduis la figure ci-dessous, puis construis des points A, B, C, D tels que : $\overrightarrow{AB}=5\vec{u}-\dfrac{7}{2}\vec{v}$ et $\overrightarrow{CD}=-3\vec{u}+2\vec{v}$



Corrigé : A partir d'un point arbitraire A, tracer une parallèle à la direction de $\vec{u}$ puis construire le vecteur $5\vec{u}$ (reporter 5 fois la longueur de $\vec{u}$ dans le même sens). Puis, à l'extrémité du vecteur ainsi obtenu, tracer la demi-droite parallèle et de sens contraire à $\vec{v}$ puis reporter sur cette demi-droite 3.5 fois la longueur de $\vec{v}$,On obtient le vecteur $\frac{7}{2}\vec{v}$

PROF: ATMANI NAJIB



Exercice 6 : (**)

On donne un triangle ABC.

1) Démontrer que, lorsque M varie dans le plan (P), le vecteur :

$\vec{U} = 2\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ Reste constant.

2) Même question pour le vecteur : $\vec{V} = -3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$

Corrigé :1) Montrons que, lorsque M varie dans le plan (P), le vecteur :

$\vec{U} = 2\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ Reste constant.

$\vec{U} = 2\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MA} - 5\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}\right) + 3\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}\right)$

$\vec{U} = 2\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AC}$

$\vec{U} = \left(2\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MA}\right) - 5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

$\vec{U} = \vec{0} - 5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ Après simplification, les termes " $\overrightarrow{MA}$ "disparaissent et on obtient :

$\boxed{\vec{U} = -5\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}}$: c'est bien un vecteur constant car la lettre M ne figure plus dans cette écriture

2) Méthode analogue au 1) ; on trouve que : $\boxed{\vec{V} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}}$

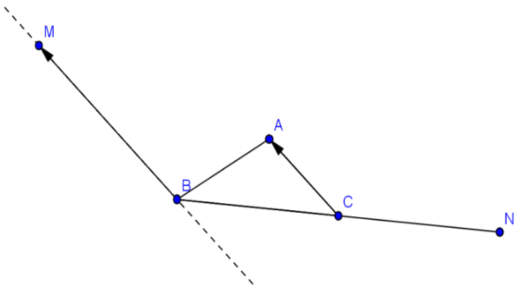
Exercice 7 : (**) Soit ABC est un triangle.

1) Construire le point M tel que : $\overrightarrow{BM} = -2\overrightarrow{AC}$

2) Construire le point N tel que : $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

3) Montrer que : A est le milieu du segment $[MN]$

Corrigé :1) construction du point M



2) Construction du point N : on a : $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ Donc $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

Donc $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BC}$ et par suite : C est le milieu du segment $[BN]$ **PROF: ATMANI NAJIB**

Et on peut construire le point N

3) Pour montrer que A est le milieu du segment $[MN]$ il suffit de Montrer que : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \vec{0}$?

On a : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

Par suite : A est le milieu du segment $[MN]$

Exercice 8 : (**) Soit ABC est un triangle et soient A' et B' et C' les milieux respectivement des segments $[BC]$ et $[AC]$; $[AB]$

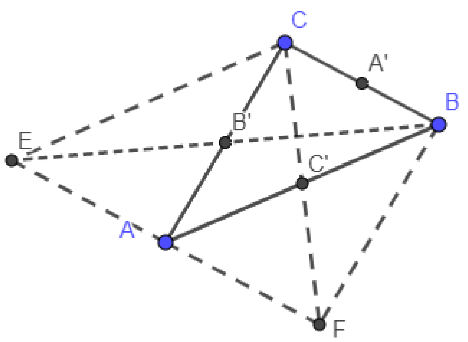
1) Montrer que : $\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CC'} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

2) Soient E et F deux points tels que : $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CC'}$

a) Quelle est la nature des quadrilatère ACBF et ABCE

b) Montrer que : les points A ; E et F sont alignés

Corrigé :1) La figure : Voir la figure ci-dessous



1) a) Montrons que : $\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

On a : $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB'}$ et puisque B' est le milieu du segment $[AC]$ alors : $\overrightarrow{AB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{CC'} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

On a : $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC'}$ et puisque C' est le milieu du segment $[AB]$ alors : $\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Donc : $\overrightarrow{CC'} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

2)a) la nature des quadrilatère ACBF ?

On a : $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CC'}$ donc : C' est le milieu du segment $[AB]$ et $[CF]$

Donc : les segments $[AB]$ et $[CF]$ ont les mêmes milieux

Par suite : ACBF est un parallélogramme

La nature des quadrilatère ABCE ?

On a : $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BB'}$ donc : B' est le milieu du segment $[AC]$ et $[BE]$

Donc : les segments $[AC]$ et $[BE]$ ont les mêmes milieux

Par suite : ABCE est un parallélogramme

b) Montrons que : les points A ; E et F sont alignés

On a : ACBF et ABCE sont des parallélogrammes donc : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AF}$ par suite les points A ; E et F sont alignés

Exercice 9 : (**) Soit IJK est un triangle.

Soient les points E et F des points tels que : $\overrightarrow{IE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$ et M le milieu du segment $[IK]$:

1) Faire une figure.

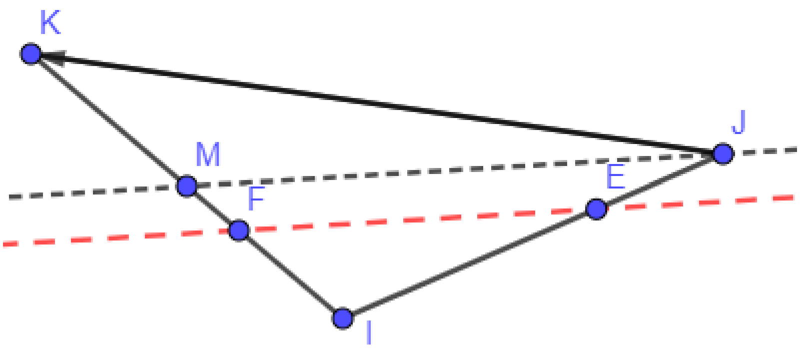
2) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{JM}$ en fonction de $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$

PROF: ATMANI NAJIB

3) Montrer que des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{JM}$ sont colinéaires

4) Que peut-on dire des deux droites (EF) et (JM) ?

Corrigé : 1) La figure : Voir la figure ci-dessous



2) Exprimons les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{JM}$ en fonction de $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$:

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EI} + \overrightarrow{IF} = -\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{EF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{3}\overrightarrow{IK}}$

$\overrightarrow{JM} = \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IM} = -\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{IK}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{JM} = -\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{IK}}$

3) Montrons que des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{JM}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{EF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{3}\overrightarrow{IK} = \frac{2}{3}\left(-\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{3}\overrightarrow{IK}\right)$ or $\overrightarrow{JM} = -\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{IK}$

Donc : $\overrightarrow{EF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JM}$

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{JM}$ sont colinéaires

4)Puisque les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{JM}$ sont colinéaires alors les deux droites (EF) et (JM) sont parallèles.

Exercice 10 : (**) Soit ABCD un parallélogramme.

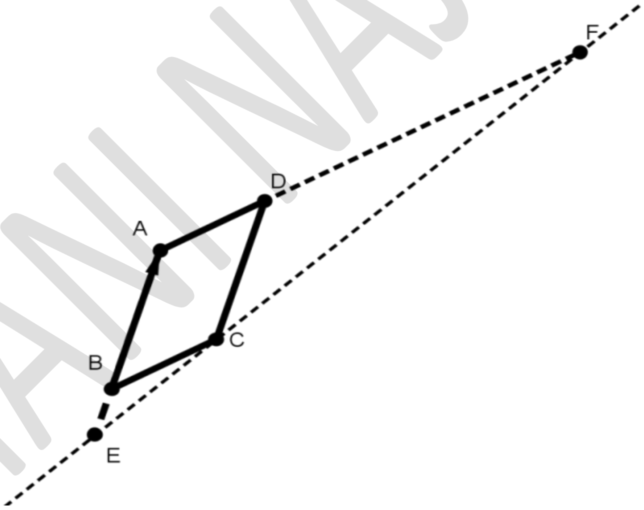
E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

1) Faire une figure

2) Montrer que $\overrightarrow{EF} = 4\overrightarrow{EC}$

3) En déduire que : Les points E, F et C sont alignés

Corrigé :1) La figure :



2)On a : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{EB} + 3\overrightarrow{EB} + 4\overrightarrow{AD}$

Car : $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{AD}$

Donc : $\overrightarrow{EF} = 4\overrightarrow{EB} + 4\overrightarrow{BC}$ car $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{EF} = 4\left(\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC}\right)$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{EF} = 4\overrightarrow{EC}$

3) On a : $\overrightarrow{EF} = 4\overrightarrow{EC}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EC}$ sont colinéaires.

D'où : les points E, F et C sont alignés

Exercice 11 : (**) Soit ABC est un triangle.

PROF: ATMANI NAJIB

Soient les points M et N des points tels que : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

1) Faire une figure.

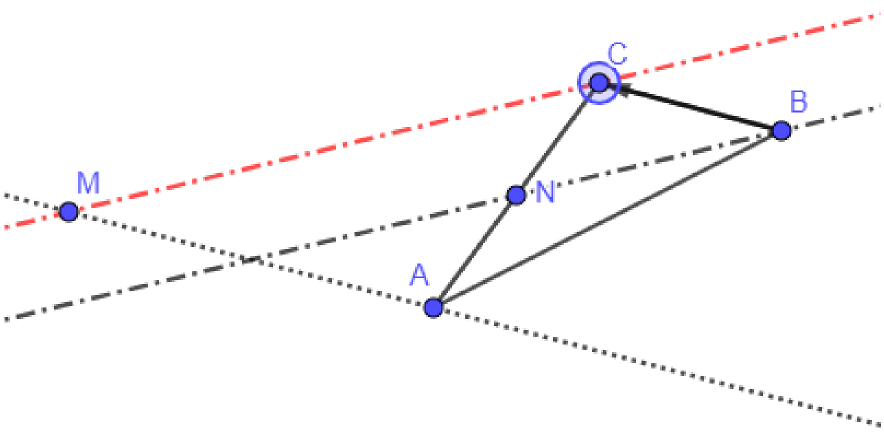
2) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{BN}$ en fonction de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$

3) Montrer que : $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{BN}$.

4) Que peut-on déduire des vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{BN}$

5) Que peut-on dire des deux droites (CM) et (BN) ?

Corrigé :1) La figure : Voir la figure ci-dessous



2) à l'aide de la relation de Chasles en introduisant le point A dans $\overrightarrow{CM}$

On obtient alors : : $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AM}$ et comme : $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{BC}$ on trouve : $\boxed{\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CA}-2\overrightarrow{CB}}$

De même on a : $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}$ donc : $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}}$

3) On a : $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CA}-2\overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{CM}=2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}\right)$ Donc : $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{BN}$

4)On a : $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{BN}$

Donc des vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{BN}$ sont colinéaires

4)Puisque les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{BN}$ sont colinéaires alors les deux droites (CM) et (BN) sont parallèles.

Exercice 12 : (**) Soient O ; A ; B ; M ; N et P des points du plan tels que :

$\overrightarrow{OM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{ON}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OP}=\frac{4}{3}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$

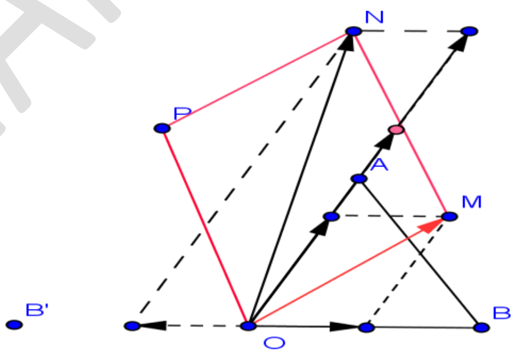
1) Faire une figure

2) Montrer que : Les points : N , M et B sont alignés

PROF: ATMANI NAJIB

3) Montrer que : $OMNP$ est un parallélogramme

Corrigé :1) la figure



2) Montrons que Les points : N , M et B sont alignés ?

On a : $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OM}=-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OM}$

Donc : $\overrightarrow{BM}=-\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

Et on a : $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{ON}$ donc : $\overrightarrow{BN}=-\overrightarrow{OB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}$

Donc : $\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{OA}-\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$

Donc : $3\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{OA}-\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}$ on a alors : $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{BM}$.

Par suite : Les points : N , M et B sont alignés

3) Montrons que : $OMNP$ est un parallélogramme ?

On a : $\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{ON}$ donc $\overrightarrow{PN}=-\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{ON}$

Donc : $\overrightarrow{PN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}-\frac{4}{3}\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

Donc : $\overrightarrow{PN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ alors : $\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{OM}$

Cela signifie que : $OMNP$ est un parallélogramme

Exercice 13 : (**) Soit ABC est un triangle

Soient les points D ; E et F tels que : $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$

1) Faire une figure.

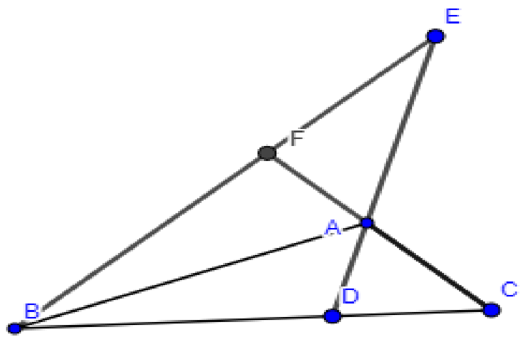
2) Montrer que : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{FB}=\frac{9}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

3) Montrer que : les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

4) a) Que peut-on dire des points A ; C et F

b) En déduire que F est le point d'intersection des deux droites (AC) et (BE).

Corrigé :1)



1) Montrons que : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AD}=2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\right)$

Donc : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AB}+2\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

Montrons que : $\overrightarrow{FB}=\frac{9}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{FB}=\frac{3}{5}\overrightarrow{EB}=\frac{3}{5}\left(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}\right)=\frac{3}{5}\overrightarrow{EA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{5}\left(2\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}\right)+\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

Donc : $\overrightarrow{FB}=\frac{9}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

3) Montrons que : les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AB}-\frac{9}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AF}=-\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}=-\frac{4}{5}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)$ Donc : $\overrightarrow{AF}=-\frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

4) a) les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

Donc : les points A ; C et F sont alignés

4) b) On a : $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$ donc les points B ; E et F sont alignés donc : $F\in(BE)$ ①

On a aussi : A ; C et F sont alignés donc : $F\in(AC)$ ②

De ① et ② on déduit que : F est le point d'intersection des deux droites (AC) et (BE).

Exercice 14 : (**) Soit ABCD un parallélogramme et E et F des points tels que :

$\overrightarrow{DE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DF}=\frac{5}{3}\overrightarrow{DC}$

1) Faire une figure.

2)a) Montrer que : $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{AB}$

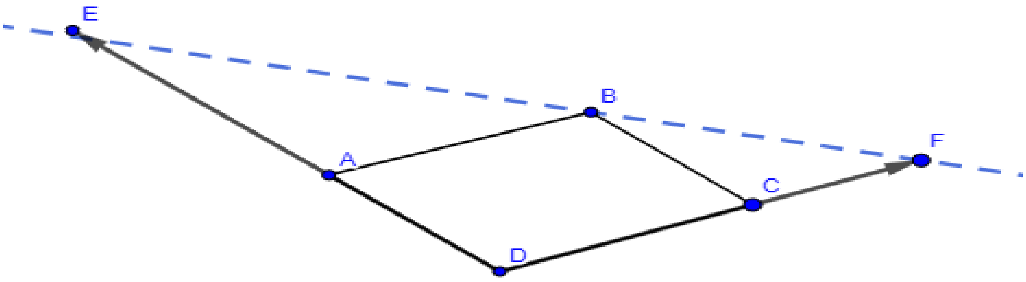
b) Montrer que : $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$

3) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$

4)a) Montrer que : $2\overrightarrow{BE}=3\overrightarrow{FB}$

b) En déduire que les points B ; E et F sont alignés

Corrigé :1)



2)a) Montrons que : $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{BD}+\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA}+\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AB}+\left(-1+\frac{5}{2}\right)\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{AB}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\frac{5}{3}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DC}+\frac{5}{3}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BC}+\left(-1+\frac{5}{3}\right)\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$

3) a) Exprimons le vecteur $\overrightarrow{BE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{AB}$ et comme ABCD est un parallélogramme alors : $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{BE}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}}$

b) Exprimons le vecteur $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$ et comme ABCD est un parallélogramme alors : $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}}$

4)a) Montrons que : $2\overrightarrow{BE}=3\overrightarrow{FB}$

PROF: ATMANI NAJIB

$2\overrightarrow{BE}=2\left(-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}\right)=-3\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{AB}=3\left(-\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\right)$

Comme : $\overrightarrow{FB}=-\overrightarrow{BF}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ alors : $2\overrightarrow{BE}=3\overrightarrow{FB}$

b) Déduisons que les points B ; E et F sont alignés

On a : $2\overrightarrow{BE}=3\overrightarrow{FB}$ donc : $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{FB}$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{FB}$ sont colinéaires, ce qui signifie que les points B; E et F sont alignés.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien