

Série N°3 : Calcul vectoriel dans le plan

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice 1 : (*) On considère la figure ci-dessous :

Et en n'utilisant que les lettres représentées sur cette figure compléter :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \dots\dots\dots$$

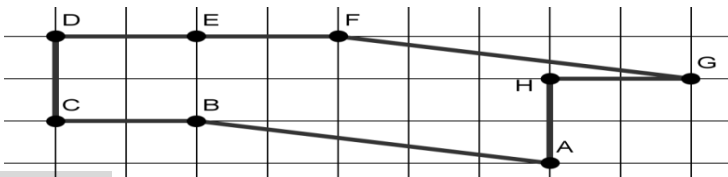
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} = \dots\dots\dots$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \dots\dots\dots$$

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} = \dots\dots\dots$$

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{GF} = \dots\dots\dots$$

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FB} = \dots\dots\dots$$



Exercice 2 : (**) Soit ABCD est un parallélogramme : on pose : $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{AC} = \vec{j}$

Écrire les vecteurs \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{BD} en fonction de \vec{i} et \vec{j}

Exercice 3 : (*) Soient E, F deux points du plan et deux vecteurs \vec{u} et \overrightarrow{EF} tels que : $EF = 10$ et $\|\vec{u}\| = \frac{3}{2}$

Calculer : $A = -12\|\vec{u}\| + \|-3\overrightarrow{EF}\| + 20$

Exercice 4 : (*) Soient les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ; Simplifier l'écriture des vecteurs suivants :

$$\vec{U}_1 = -5\left(\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{5}\vec{v}\right) - 4\left(\frac{1}{3}\vec{u} - \vec{v}\right) \quad \text{et} \quad \vec{U}_2 = \frac{1}{2}(3\vec{u} - 8\vec{v}) + \frac{1}{3}(3\vec{u} + 6\vec{v}) + 2\vec{v}$$

Exercice 5 : (**) Soient A, B, C trois points du plan non alignés et M, N, P et Q des points du plan tel que :

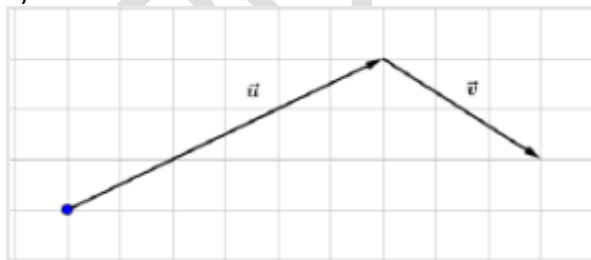
$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AP} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AQ} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AP}$$

1) Faire une figure 2) En déduire que : $2\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AP}$ et $B = Q$

Exercice 6 : Dans chacun des cas suivants, reproduire le quadrillage, puis construire le vecteur \vec{w} tel que :

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

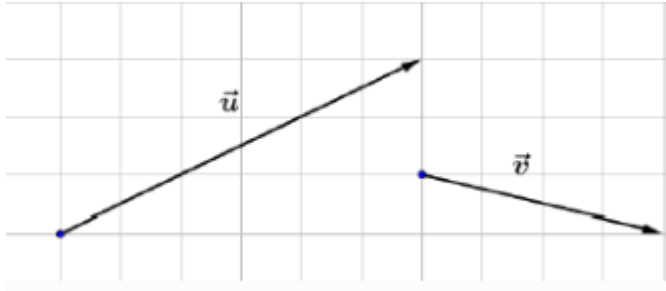
a)



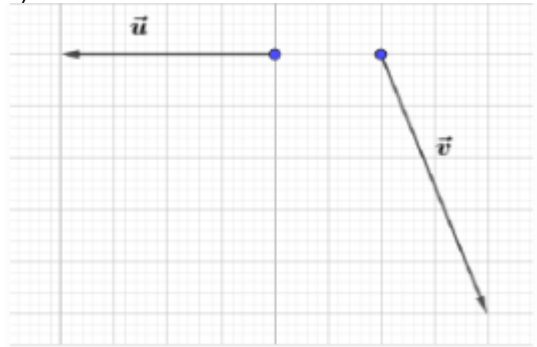
b)



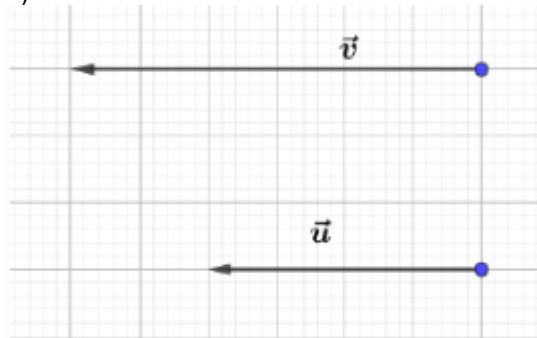
c)



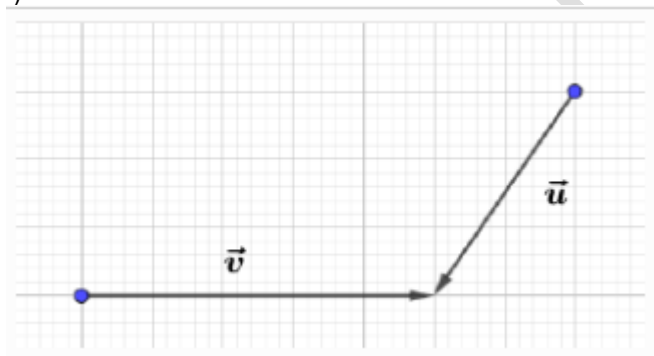
d)



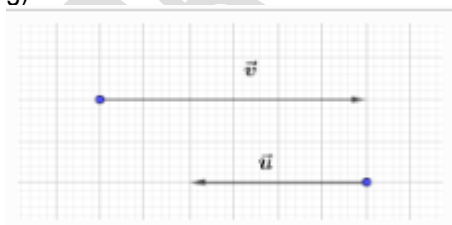
e)



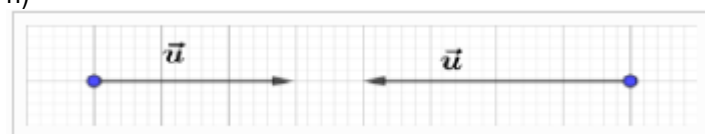
f)



g)



h)



Exercice 7 : (**) Soient les vecteurs \vec{u} ; \vec{v} , \vec{i} et \vec{j} tels que : $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{u} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} + 2\vec{j}) - 4(2\vec{i} + \vec{j})$

- 1) Simplifier \vec{u}
- 2) Ecrire \vec{i} et \vec{j} en fonction de \vec{u} ; \vec{v}

Exercice 8 : (**) Soit ABC est un triangle et P et Q deux points tels que : $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

- 1) a) Montrer que : $\overrightarrow{PB} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ b) Montrer que : $\overrightarrow{BQ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$
- 2) Dédire que : B est le milieu du segment [PQ]

Exercice 9 : (*) Soient : O, B, C trois points du plan et soient les vecteurs \vec{u} et \vec{v} tels que :

$\vec{u} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC})$ et $\vec{v} = \frac{1}{8}\overrightarrow{CB}$ Montrer que : Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires

Exercice 10 : (**) Soit ABC un triangle et I ; J ; K sont des points tels que :

$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

- 1) Faire une figure
- 2) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{JK} et \overrightarrow{GI} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}
- 3) En déduire que : les vecteurs \overrightarrow{JK} et \overrightarrow{JI} sont colinéaires.
- 4) Que peut-on dire des points I ; J et K ?

Exercice 11 : (**) Soit ABCD un parallélogramme.

E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

- 1) Faire une figure
- 2) Montrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$ et que : $\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{DA}$
- 3) En déduire que : Les points E, F et C sont alignés

Exercice 12 : (**) Soit ABCD un trapèze tel que : $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$ et E et F et K sont les milieux respectivement des segments [AC] ; [BD] ; [CD]

- 1) Montrer que : ABKD et ABCK sont des parallélogrammes
- 2) Montrer que : E et F et K sont les milieux respectivement des segments [BK] et [AK]
- 3) En déduire que les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires
- 4) Que peut-on dire des deux droites (EF) et (AB) sont parallèles

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice 13 : (**) Soit ABCD est un parallélogramme ; I et J sont deux points tels que : $\overrightarrow{DJ} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

- 1) Faire une figure
- 2) Exprimer le vecteur \overrightarrow{CI} en fonction de : \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}
- 3) Exprimer le vecteur \overrightarrow{CJ} en fonction de : \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}
- 4) En déduire que : Les points I et J et C sont alignés

Exercice 14 : (**) Soit ABC est un triangle et I ; J et K des points tels que :

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

- 1) Représenter les points I ; J et K
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
- 3) En déduire que : $\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$ a) Montrer que : $\overrightarrow{IK} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
- b) En déduire que : les points I ; J et K sont alignés

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

