PROF: ATMANI NAJIB
http://www.xriadiat.com/

Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°3 : Calcul vectoriel dans le plan

Exercice1 : (*) On considère la figure ci-dessous :
Et en n'utilisant que les lettres représentées sur cette figure compléter :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{FE}=$ ....

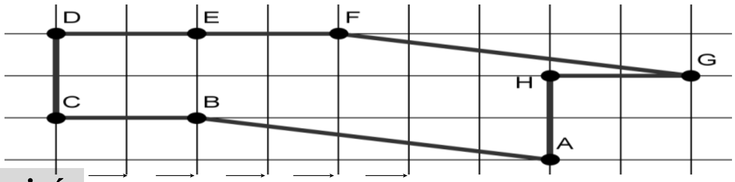
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AH}=$ ....

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=$ ....

$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}=$ ....

$\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{GF}=$ ....

$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FB}=$ ....



Corrigé : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{FH}$

$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{BB}=\vec{0}$

$\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AC}$

Exercice 2 : (**) Soit ABCD est un parallélogramme : on pose : $\overrightarrow{AB}=\vec{i}$ et $\overrightarrow{AC}=\vec{j}$

Écrire les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$

Corrigé : ABCD est un parallélogramme donc : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ alors $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{j}-\vec{i}$

Donc : $\overrightarrow{AD}=\vec{j}-\vec{i}$

On a : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=-\vec{i}+\vec{j}-\vec{i}$

Donc : $\overrightarrow{BD}=\vec{j}-2\vec{i}$

Exercice 3 : (*) Soient E, F deux points du plan et deux vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{EF}$ tels que : $EF=10$ et $\|\vec{u}\|=\frac{3}{2}$

Calculer : $A=-12\|-\vec{u}\|+\|-3\overrightarrow{EF}\|+20$

Corrigé : $A=-12\left\|-\frac{1}{2}\vec{u}\right\|+\|-3\overrightarrow{EF}\|+20=-12\times\left|-\frac{1}{2}\right|\|\vec{u}\|+|-3|\|\overrightarrow{EF}\|+20$

$$A=-12\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}+3\times10+20=-9+30+20=41$$

Exercice 4 : (*) Soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$; Simplifier l'écriture des vecteurs suivants :

$\overrightarrow{U_1}=-5\left(\frac{1}{2}\vec{u}+\frac{1}{5}\vec{v}\right)-4\left(\frac{1}{3}\vec{u}-\vec{v}\right)$ et $\overrightarrow{U_2}=\frac{1}{2}\left(3\vec{u}-8\vec{v}\right)+\frac{1}{3}\left(3\vec{u}+6\vec{v}\right)+2\vec{v}$

Corrigé : $\overrightarrow{U_1}=-5\left(\frac{1}{2}\vec{u}+\frac{1}{5}\vec{v}\right)-4\left(\frac{1}{3}\vec{u}-\vec{v}\right)=-\frac{5}{2}\vec{u}-\vec{v}-\frac{4}{3}\vec{u}+4\vec{v}=\left(-\frac{5}{2}-\frac{4}{3}\right)\vec{u}+3\vec{v}=-\frac{23}{6}\vec{u}+3\vec{v}$

$$\overrightarrow{U_2}=\frac{1}{2}\left(3\vec{u}-8\vec{v}\right)+\frac{1}{3}\left(3\vec{u}+6\vec{v}\right)+2\vec{v}=\frac{3}{2}\vec{u}-\frac{8}{2}\vec{v}+\frac{3}{3}\vec{u}+\frac{6}{3}\vec{v}+2\vec{v}=\frac{3}{2}\vec{u}-4\vec{v}+1\vec{u}+2\vec{v}+2\vec{v}=\left(\frac{3}{2}+1\right)\vec{u}-4\vec{v}+4\vec{v}$$

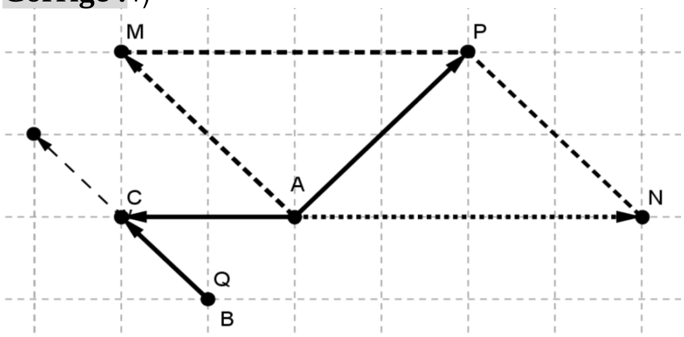
$$\overrightarrow{U_2}=\frac{5}{2}\vec{u}+\vec{0}=\frac{5}{2}\vec{u}$$

Exercice 5 : (**) Soient A, B, C trois points du plan non alignés et M, N, P et Q des points du plan tel que :

$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AN} = -2\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{AQ} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AP}$

1) Faire une figure 2) En déduire que : $2\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AP}$ et $B = Q$

Corrigé : 1)



2) On a : $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} = 2\left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}\right) = 2\overrightarrow{BA}$

Donc $2\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AP}$

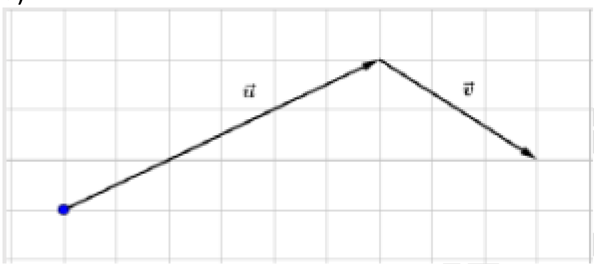
Et on a : $\overrightarrow{AQ} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AP} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AQ}$

Donc $2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AQ} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AQ}$ et par suite : $B = Q$

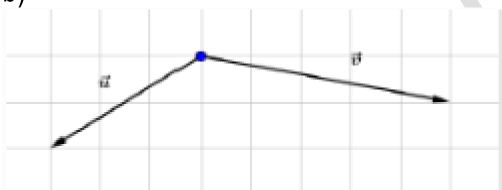
Exercice 6 : Dans chacun des cas suivants, reproduire le quadrillage, puis construire le vecteur $\vec{w}$ tel que : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

PROF: ATMANI NAJIB

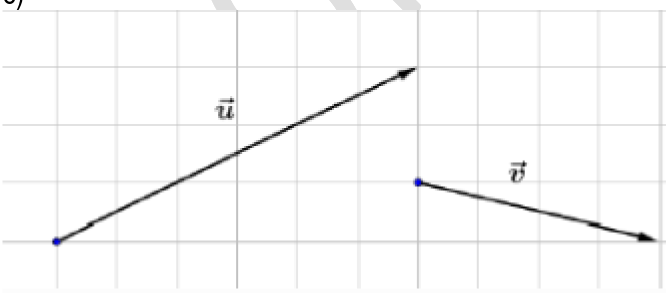
a)



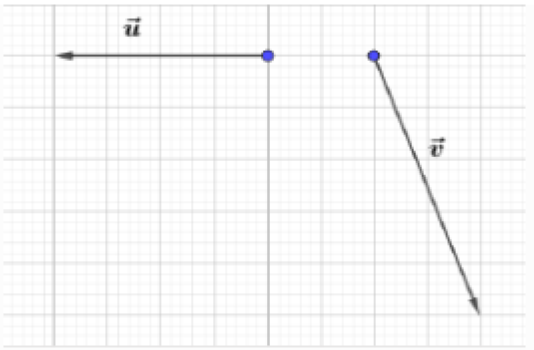
b)



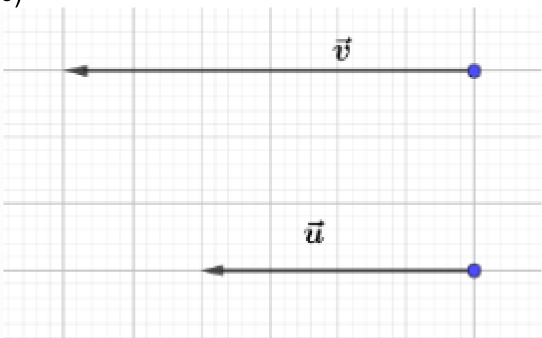
c)



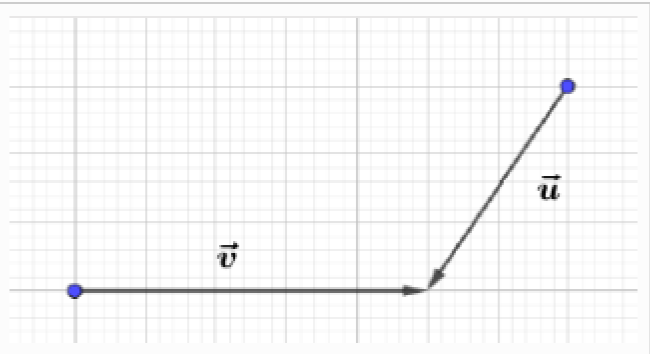
d)



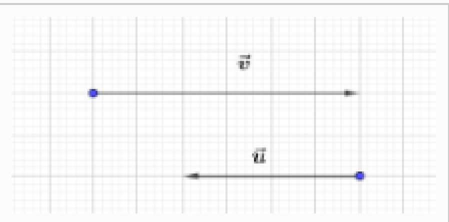
e)



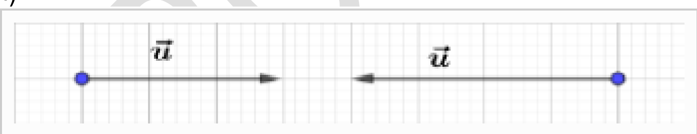
f)



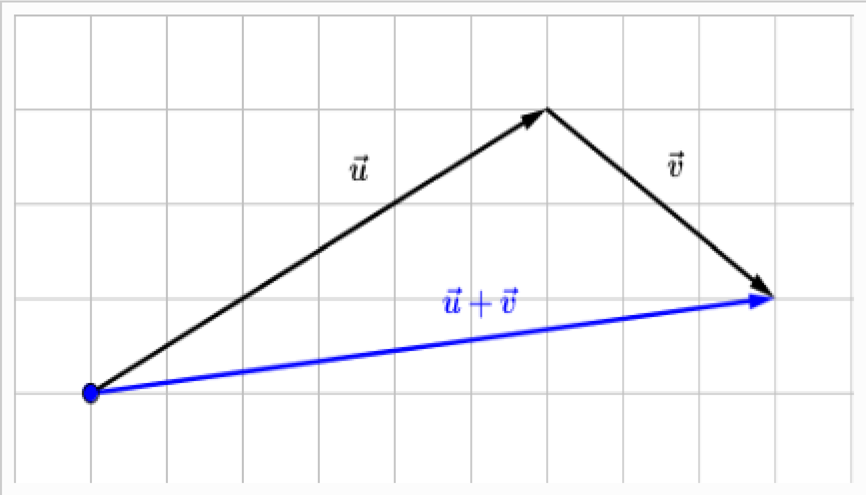
g)



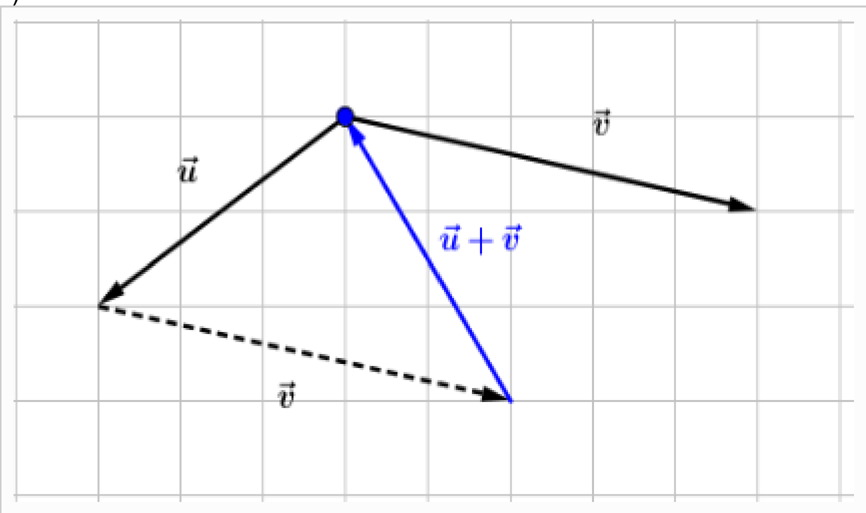
h)



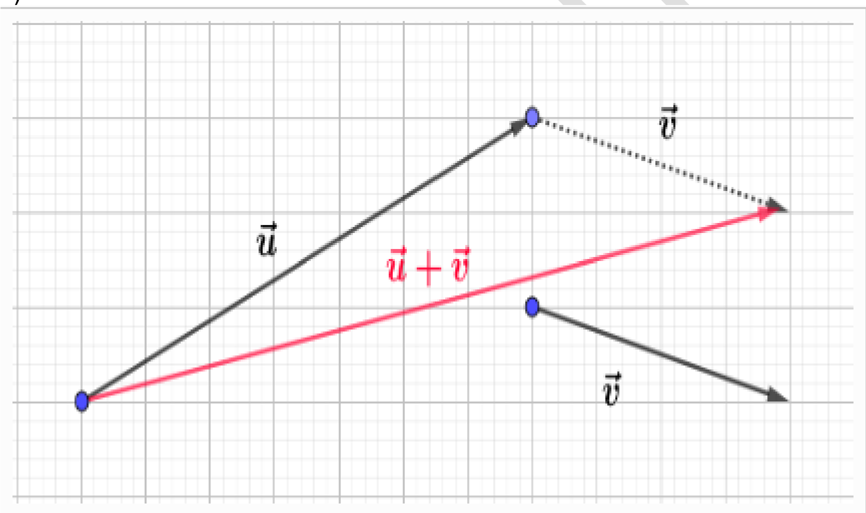
Corrigé :a)


$\vec{u}$
$\vec{v}$
$\vec{u}+\vec{v}$

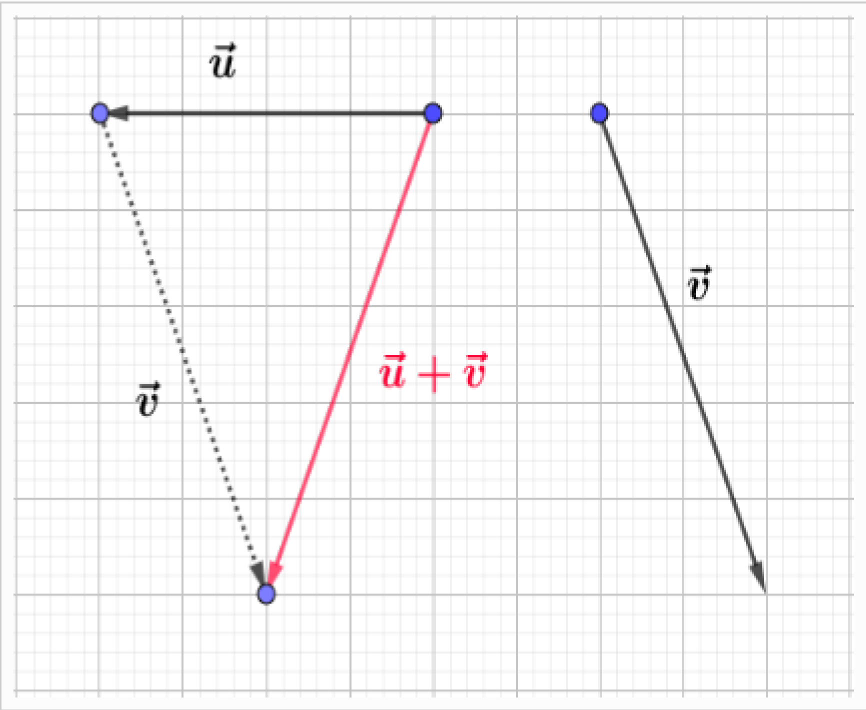
b)


$\vec{v}$
$\vec{u}$
$\vec{u}+\vec{v}$
$\vec{v}$

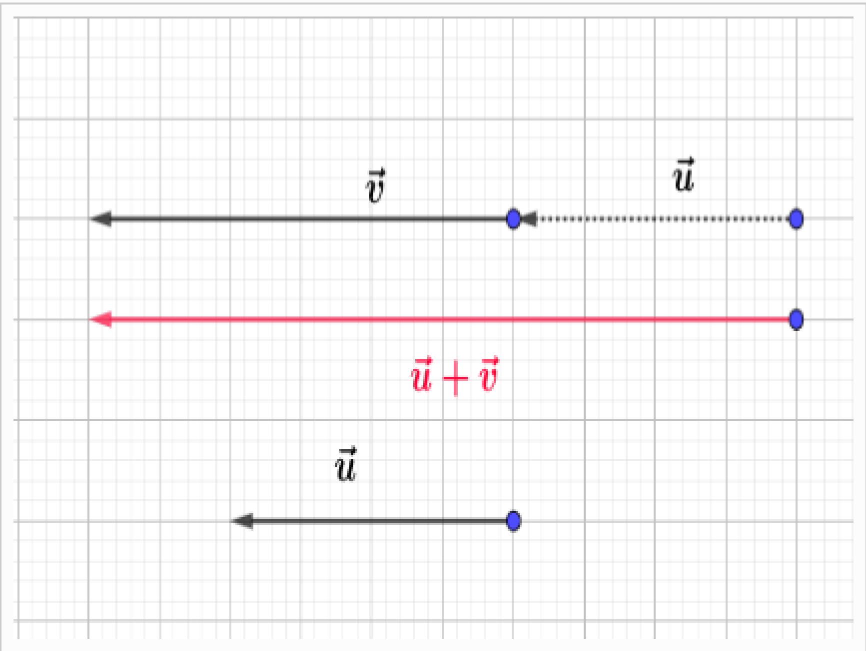
c)


$\vec{v}$
$\vec{u}$
$\vec{u}+\vec{v}$
$\vec{v}$

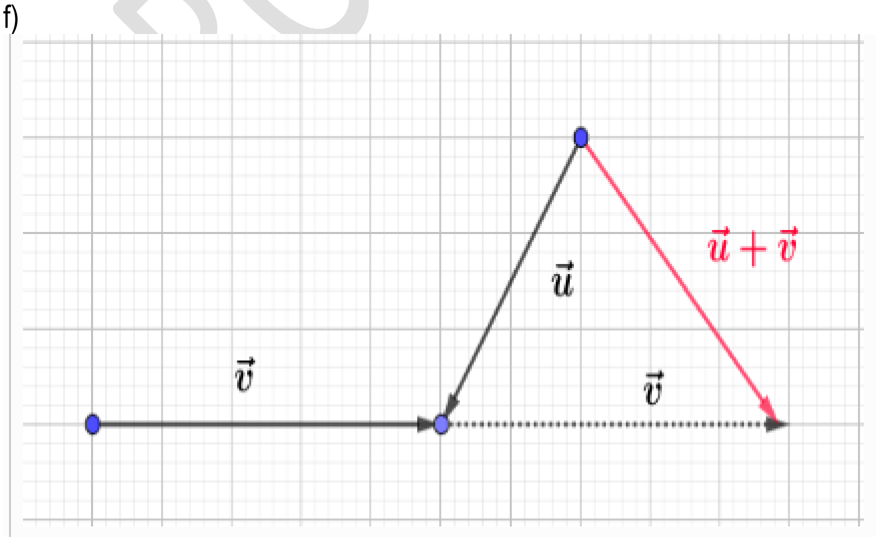
d)


$\vec{u}$
$\vec{v}$
$\vec{u}+\vec{v}$
$\vec{v}$

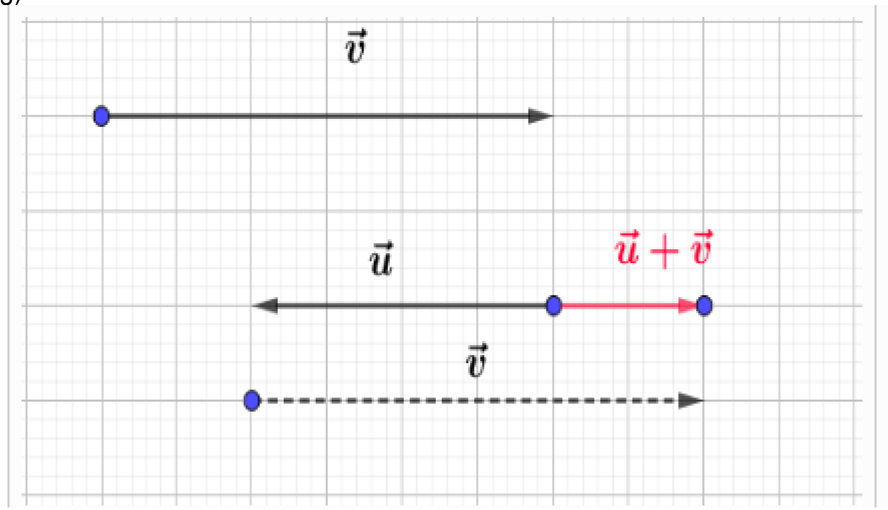
e)


$\vec{v}$
$\vec{u}$
$\vec{u}+\vec{v}$
$\vec{u}$

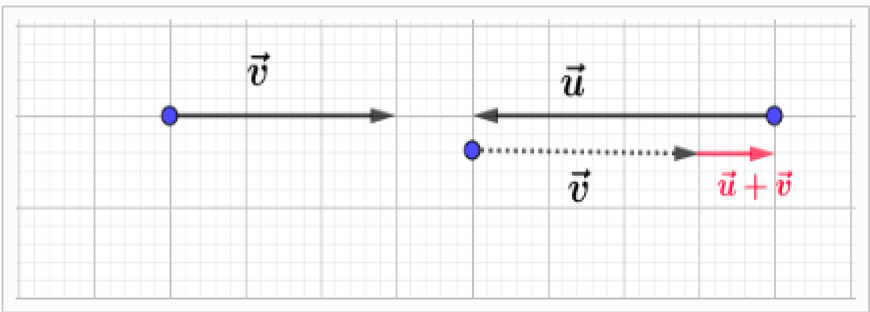
f)


$\vec{u}+\vec{v}$
$\vec{u}$
$\vec{v}$
$\vec{v}$

g)



h)



Exercice 7: (**) Soient les vecteurs $\vec{u}$; $\vec{v}$, $\vec{i}$ et $\vec{j}$ tels que : $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{u}=2\vec{i}+3\left(\vec{i}+2\vec{j}\right)-4\left(2\vec{i}+\vec{j}\right)$

1) Simplifier $\vec{u}$

2) Ecrire $\vec{i}$ et $\vec{j}$ en fonction de $\vec{u}$; $\vec{v}$

Corrigé : 1) $\vec{u}=2\vec{i}+3\left(\vec{i}+2\vec{j}\right)-4\left(2\vec{i}+\vec{j}\right)=2\vec{i}+3\vec{i}+6\vec{j}-8\vec{i}-4\vec{j}=-3\vec{i}+2\vec{j}$

2) On a : $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}$ ① et $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}$

PROF: ATMANI NAJIB

Donc : $2\vec{v}=4\vec{i}+2\vec{j}$ ②

②-① donne : $2\vec{v}-\vec{u}=4\vec{i}+2\vec{j}-\left(-3\vec{i}+2\vec{j}\right)=4\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{i}-2\vec{j}$

Donc : $2\vec{v}-\vec{u}=7\vec{i}$ par suite : $\vec{i}=\frac{2}{7}\vec{v}-\frac{1}{7}\vec{u}$

Et on a : $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}$ donc : $\vec{j}=\vec{v}-2\vec{i}$

Donc : $\vec{j}=\vec{v}-2\left(\frac{2}{7}\vec{v}-\frac{1}{7}\vec{u}\right)=\vec{v}-\frac{4}{7}\vec{v}+\frac{2}{7}\vec{u}=\frac{2}{7}\vec{u}+\frac{3}{7}\vec{v}$

Par suite : $\vec{j}=\frac{2}{7}\vec{u}+\frac{3}{7}\vec{v}$

Exercice 8 : (**) Soit ABC est un triangle et P et Q deux points tels que :

$\overrightarrow{AP}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CQ}=-2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) a) Montrer que : $\overrightarrow{PB}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

b) Montrer que : $\overrightarrow{BQ}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

2) Déduire que : B est le milieu du segment $[PQ]$

Corrigé :1) a) Montrons que : $\overrightarrow{PB}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

On a : $\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AB}=-\left(\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}\right)+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{PB}=-\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=-\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB}$

Donc : $\overrightarrow{PB}=\left(-\frac{5}{2}+1\right)\overrightarrow{AC}+\left(-\frac{3}{2}+1\right)\overrightarrow{CB}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{BQ}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

On a : $\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{BC}+\left(-2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$

Donc : $\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

Donc : $\overrightarrow{BQ}=-\overrightarrow{AC}+\left(1-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

Donc : $\overrightarrow{BQ}=-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ **PROF: ATMANI NAJIB**

Donc : $\overrightarrow{BQ}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

2) Déduisons que : B est le milieu du segment $[PQ]$

Pour montrer que B est milieu de $[PQ]$ il suffit de montrer par exemple que : $\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{BQ}$

Comme : $\overrightarrow{PB}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BQ}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ Donc : $\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{BQ}$

Par suite : B est le milieu du segment $[PQ]$

Exercice 9: (*) Soient : O, B, C trois points du plan et soient les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que :

$\vec{u}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right)$ et $\vec{v}=\frac{1}{8}\overrightarrow{CB}$ Montrer que : Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Corrigé : $\vec{u}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}\times 8\vec{v}=4\vec{v}$

Donc : $\vec{u}=4\vec{v}$ par suite Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Exercice 10 : (**) Soit ABC un triangle et I ; J ; J sont des points tels que :

$\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

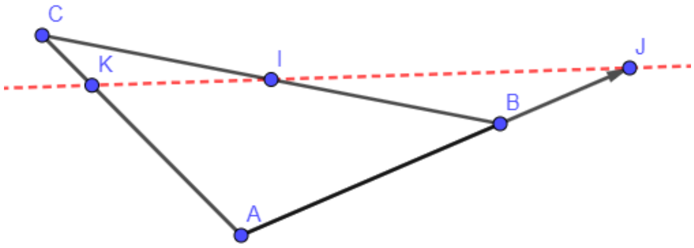
1) Faire une figure

2) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{GI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

3) En déduire que : les vecteurs $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{JI}$ sont colinéaires.

4) Que peut-on dire des points I ; J et K ?

Corrigé :1) La figure : Voir la figure ci-dessous



2)On a : $\begin{cases}\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{AK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\end{cases}$ donc : $\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

C'est à dire : $\overrightarrow{JK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et comme I *est le milieu du segment* $[BC]$ alors : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$

Par conséquent : $\overrightarrow{AJ}-\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$ ou encore : $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ou encore : $\overrightarrow{JI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$

3) De $\begin{cases}\overrightarrow{JK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{JI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\end{cases}$ On déduit que : $\overrightarrow{JK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{JI}$ ce qui montre que : les vecteurs $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{JI}$ sont colinéaires.

4) Puisque : les vecteurs $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{JI}$ sont colinéaires.
Alors : les points I ; J et K sont alignés

Exercice 11 : (**) Soit ABCD un parallélogramme.

E et F sont deux points tels que : $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

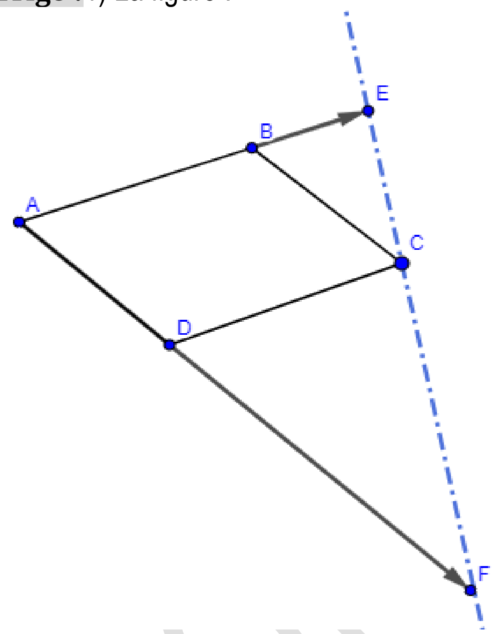
1) Faire une figure

2) Montrer que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$ et que : $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}$

3) En déduire que : Les points E, F et C sont alignés

PROF: ATMANI NAJIB

Corrigé :1) La figure :



2) Montrons que $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$: On a : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Montrons que $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}$

De même : $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$

3) Déduisons que : Les points E, F et C sont alignés

On a : $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$ donc : $\boxed{-\overrightarrow{EF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}}$ ① or $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}$

Donc : $\boxed{3\overrightarrow{CE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{DA}}$ ②

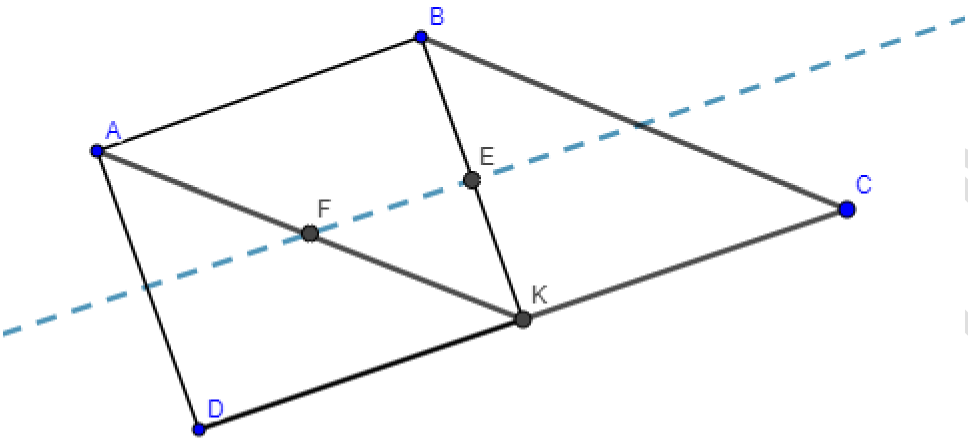
De : ① et ② En déduit que : $3\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{EF}$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{EF}=-3\overrightarrow{CE}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires.
D'où : les points E, F et C sont alignés

Exercice 12 :(**) Soit ABCD un trapèze tel que : $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AB}$ et E et F et K sont les milieux respectivement des segments $[AC]$ et $[BD]$; $[CD]$

1) Montrer que : ABKD et ABCK sont des parallélogrammes
2) Montrer que : E et F e sont les milieux respectivement des segments $[BK]$ et $[AK]$
3) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
4) Que peut-on dire des deux droites (EF) et (AB) sont parallèles

Correction : 1)
La figure : Voir la figure ci-dessous



Montrons que : ABKD et ABCK sont des parallélogrammes

On a : K est le milieu du segment $[DC]$ donc : $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{KC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ et puisque : $\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$ donc : $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{AB}$

ET par suite : ABKD est un parallélogramme
On a aussi : $\overrightarrow{KC}=\overrightarrow{AB}$ donc : ABCK est un parallélogramme

PROF: ATMANI NAJIB

2) Montrons que E et F sont les milieux respectivement des segments $[BK]$ et $[AK]$

a) puisque : $[AC]$ et $[BK]$ sont les diagonales du parallélogramme ABCK alors ils se coupent en leurs milieux et comme : E est le milieu du segment $[AC]$ alors E est le milieu du segment $[BK]$

B) puisque : $[BD]$ et $[AK]$ sont les diagonales du parallélogramme ABKD alors ils se coupent en leurs milieux et comme : F est le milieu du segment $[AK]$ alors F est le milieu du segment $[BD]$

3) Déduction que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
Dans le triangle ABK on a : E est le milieu du segment $[BK]$ et F est le milieu du segment $[AK]$

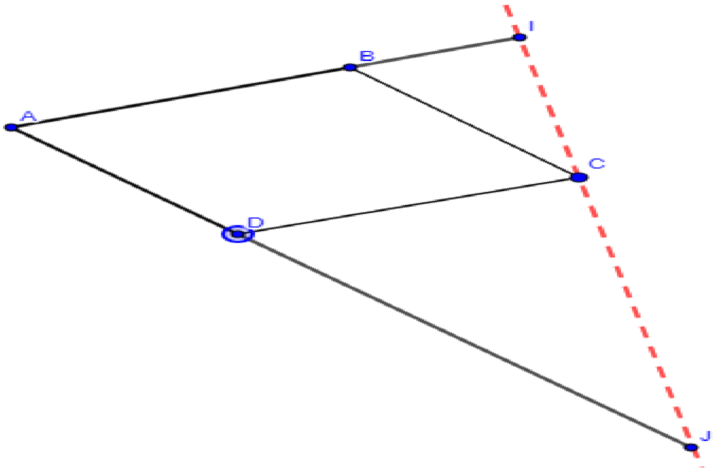
Alors : $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{EF}$

Donc : les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires
4) Puisque les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires alors les deux droites (EF) et (AB) sont parallèles

Exercice13 : (**) Soit ABCD est un parallélogramme ; I et J sont deux points tels que : $\overrightarrow{DJ}=2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

1) Faire une figure
2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{CI}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{CJ}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
4) En déduire que : Les points I et J et C sont alignés

Correction : 1) La figure :



2) Expression de : $\overrightarrow{CI}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$?

On a : $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ car $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}}$

3) Expression de $\overrightarrow{CJ}$ en fonction de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$?

On a : $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AD}$ or ABCD est un parallélogramme donc : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

Donc : $\overrightarrow{CJ} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$

On a : $\overrightarrow{DJ} = 2\overrightarrow{AD}$

4) Déduisons que : Les points I et J et C sont alignés ?

On a : $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CJ} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ (1) et $-2\overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$ (2)

De (1) et (2) : $\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{CI}$

Donc : Les vecteurs $\overrightarrow{CJ}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont colinéaires

D'où : Les points I et J et C sont alignés

Exercice 14 : (**) Soit ABC est un triangle et I ; J et K des points tels que :

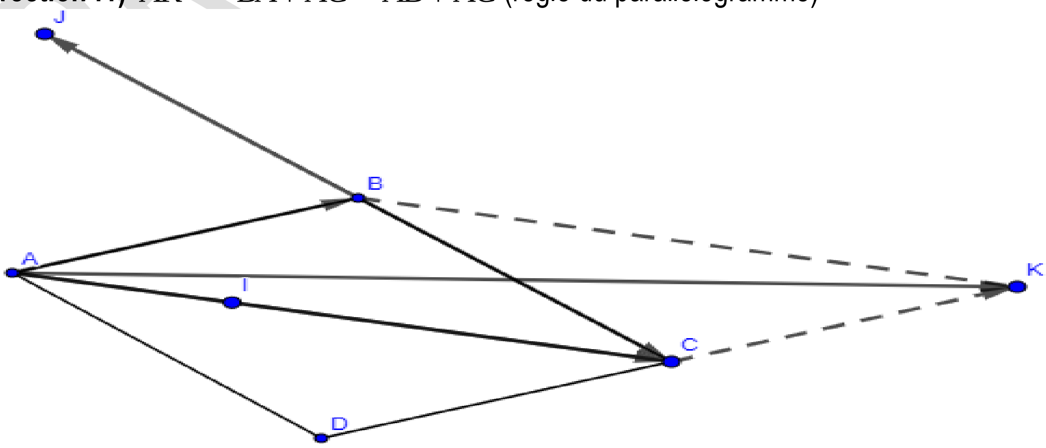
$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

1) Représenter les points I ; J et K 2) Montrer que : $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

3) En déduire que : $\overrightarrow{IJ} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$ 4) a) Montrer que : $\overrightarrow{IK} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b) En déduire que : les points I ; J et K sont alignés

Correction :1) $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ (règle du parallélogramme)



2) Montrons que : $\overrightarrow{AJ}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

3) Déduire que : $\overrightarrow{IJ}=2\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{AI}+2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

4) a) Montrons que : $\overrightarrow{IK}=-\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AK}=-\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$

Donc : $\overrightarrow{IK}=-\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b) Déduire que : les points I ; J et K sont alignés

On a : $\overrightarrow{IJ}=2\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$ donc : $\overrightarrow{IJ}=-2\left(-\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)$

Donc : $\overrightarrow{IJ}=-2\overrightarrow{IK}$

Ceci signifie que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires.

Donc les points I ; J et K sont alignés

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien