Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°3 :

Equations et inéquations du premier degré et systèmes d'inéquations : partie1

Exercice1: (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$les équations suivantes :

1) $(3x+1)(2x-1)-4x^2+1=0$ 2) $x^3+27+2(x^2-9)-3x-9=0$ 3) $\frac{\sqrt{2}x-1}{x-1}=\frac{2x-2}{\sqrt{2}x-2}$

Corrigé : 1) $(3x+1)(2x-1)-4x^2+1=0$ équivaut à : $(3x+1)(2x-1)-(4x^2-1)=0$

Équivaut à : $(3x+1)(2x-1)-(2x-1)(2x+1)=0$

Équivaut à : $(2x-1)[(3x+1)-(2x+1)]=0$

Équivaut à : $(2x-1)(3x+1-2x-1)=0$

Équivaut à : $x(2x-1)=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $2x-1=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $x=\frac{1}{2}$ d''où : $S=\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$

2) $x^3+27+2(x^2-9)-3x-9=0$ équivaut à : $x^3+3^3+2(x^2-3^2)-3(x+3)=0$

Équivaut à : $(x+3)(x^2-3x+9)+2(x+3)(x-3)-3(x+3)=0$ car : $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

Équivaut à : $(x+3)[(x^2-3x+9)+2(x-3)-3]=0$

Équivaut à : $(x+3)(x^2-3x+9+2x-6-3)=0$ c'est-à-dire : $(x+3)(x^2-x)=0$

Équivaut à : $x(x+3)(x-1)=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $x+3=0$ ou $x-1=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $x=-3$ ou $x=1$ d''où : $S=\{-3;0;1\}$

3) $\frac{\sqrt{2}x-1}{x-1}=\frac{2x-2}{\sqrt{2}x-2}$

Cette équation n'existe pas si $x-1=0$et si $\sqrt{2}x-2$

$x-1=0$ Équivaut à : $x=1$

$\sqrt{2}x-2=0$ Équivaut à : $x=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

Les valeurs interdites de cette équation sont 1 et $\sqrt{2}$. L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}\backslash\{1;\ \sqrt{2}\}$.

$\frac{\sqrt{2}x-1}{x-1}=\frac{2x-2}{\sqrt{2}x-2}$ Équivaut à : $(\sqrt{2}x-1)(\sqrt{2}x-2)=(2x-2)(x-1)$

Équivaut à : $2x^2-2\sqrt{2}x-\sqrt{2}x+2=2x^2-2x-2+1$

Équivaut à : $-3\sqrt{2}x+2x=-3$

Équivaut à : $(-3\sqrt{2}+2)x=-3$

Équivaut à : $x=\frac{-3}{-3\sqrt{2}+2}=\frac{3}{3\sqrt{2}-2}=\frac{3(3\sqrt{2}+2)}{(3\sqrt{2}-2)(3\sqrt{2}+2)}=\frac{3(3\sqrt{2}+2)}{18-4}=\frac{3(3\sqrt{2}+2)}{14}\in D_E$ d''où : $S=\left\{\frac{3(3\sqrt{2}+2)}{14}\right\}$

Exercice2 :(**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{(1-6x)(3x-12)}{x-5}=0$ 2) $\frac{(2x-5)(3x-1)}{4x^2-25}=0$

Corrigé : 1) $\frac{(1-6x)(3x-12)}{x-5}=0$

a) On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette l'équation est définie si et seulement si $x-5\neq 0$

Donc : $D_E=\mathbb{R}-\{5\}$

b) Résolvons l'équation :

$\frac{(1-6x)(3x-12)}{x-5}=0$ Signifie : $(1-6x)(3x-12)=0$

Signifie : $1-6x=0$ ou $3x-12=0$

Signifie : $x=\frac{1}{6}\in D_E$ ou $x=4\in D_E$ et par suite : $S=\left\{\frac{1}{6};4\right\}$

2) $\frac{(2x-5)(3x-1)}{4x^2-25}=0$

On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette l'équation est définie si et seulement si $4x^2-25\neq 0$

$4x^2-25=0$ Signifie : $x^2=\frac{25}{4}$ signifie : $x=\frac{5}{2}$ ou $x=-\frac{5}{2}$

Donc : $D_E=\mathbb{R}-\left\{-\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right\}$

b) Résolvons l'équation :

$\frac{(2x-5)(3x-1)}{4x^2-25}=0$ Signifie : $(2x-5)(3x-1)=0$

Signifie : $2x-5=0$ ou $3x-1=0$

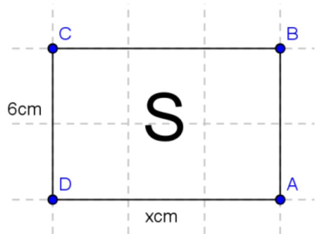
Signifie : $x=\frac{5}{2}\notin D_E$ ou $x=\frac{1}{3}\in D_E$ et par suite : $S=\left\{\frac{1}{3}\right\}$

Exercice3 : (***) Quelle est la longueur d'un rectangle sachant que sa largeur est 6cm et sa surface vaut le double de son périmètre **?**

Corrigé : Soit S La surface du rectangle $ABCD$

Et P Le périmètre du rectangle $ABCD$

Soit x La longueur du rectangle



On a donc : $S=6x$ et $P=2(6+x)=12+2x$

$S=2P$ Signifie $6x=2(12+2x)$

Signifie $6x=24+4x$ c'est-à-dire : $2x=24$

Signifie $x=\frac{24}{2}=12cm$

Exercice4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : (G) : $\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2}$

Corrigé : (G) : $\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2}$

● a). On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette équation est définie si et seulement si $x\neq 0$

Donc : le domaine de définition de l'équation est : $D_G=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

● b) On résoud l'équation :

$\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2}$ Signifie que : $x^2=x$ Signifie que : $x^2-x=0$ Signifie que : $x(x-1)=0$

Signifie que : $x=0$ ou $x-1=0$

Signifie que : $x=0\notin D_G=\mathbb{R}^*$ ou $x=1$

Donc : l’´équation (G) a une unique solution

Donc : $S=\{1\}$

Exercice5 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l’équation : $|x-2|=5$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ Graphiquement l’équation : $|x-2|=5$

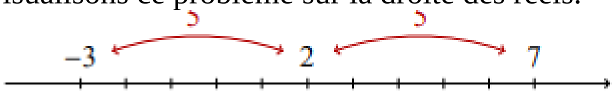
Corrigé :1) **Résolvons notre équation algébriquement :**
Égalité de deux valeurs absolues :
Règle : L’égalité |a| = |b| est équivalente à : a = b ou a = −b
Cela découle du fait que par exemple |5| = |−5|
D’après notre règle, on a donc les égalités suivantes :

$|x-2|=5$ Signifie que : $x-2=5$ ou $x-2=-5$

Signifie que : $x=7$ ou $x=-3$

Donc : $S=\{-3;7\}$

1) **Résolvons notre équation Graphiquement :**
Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la distance de x à 2 est égale à 5.
Visualisons ce problème sur la droite des réels.



Graphiquement, nous trouvons donc comme solution −3 et 7.
Donc : $S=\{-3;7\}$

Exercice6 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l’équation suivante :
$(m+3)x+4m=-(7-3m)x+5m-5$

Corrigé : on va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$

$(m+3)x+4m=-(7-3m)x+5m-5$ Équivalent à : $(m+3)x+(7-3m)x+4m-5m+5=0$

Équivalent à : $(m+3+7-3m)x+4m-5m+5=0$

Équivalent à : $(-2m+10)x-m+5=0$

1ére cas : $-2m+10\neq 0$ c’est à dire : $m\neq 5$

$(-2m+10)x-m+5=0$ Équivalent à : $(-2m+10)x=m-5$

Donc : L’équation admet une solution unique : $x=\frac{m-5}{-2m+10}=\frac{m-5}{-2(m-5)}=-\frac{1}{2}$ Par suite : $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

2ére cas : $-2m+10=0$ c’est à dire : $m=5$
L’équation devient : $0x+0=0$ (0=0)
Par suite : $S=\mathbb{R}$

Exercice7 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l’équation suivante : $|x-2|-|4-x|-1=0$

Corrigé :1) $|x-2|-|4-x|-1=0$

$x-2=0$ Signifie que : $x=2$
$4-x=0$ Signifie que : $x=4$

x	$-\infty$	2	4 $+\infty$
$x-2$	$-$	0 $+$	$+$
$\lvert x-2\rvert$	$-x+2$	$x-2$	$x-2$
$4-x$	$+$	$+$ 0	$-$
$\lvert x+2\rvert$	$4-x$	$4-x$	$x-4$
$\lvert x-2\rvert-\lvert 4-x\rvert-1$	-3	$2x-7$	1

Si : $x\leq 2$ alors :

$|x-2|-|4-x|-1=0$ devient :

$-3=0$ impossible donc : $S_1=\varnothing$

Si : $2\leq x\leq 4$ alors : l’équation devient : $2x-7=0$ Ce qui Signifie que : $x=\frac{7}{2}\in[2;4]$

Donc : $S_2 = \left\{\frac{7}{2}\right\}$

Si : $x \geq 4$ alors : l'équation devient $1 = 0$ impossible donc : $S_3 = \varnothing$

Par conséquent : $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \left\{\frac{7}{2}\right\}$

Exercice8 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-2x+12>0$ 2) $5x-15 \leq 0$ 3) $-6x+7>x-7$ 4) $(x+1)\sqrt{2}+(1-x)\sqrt{3} \leq 0$

5) $\frac{3x-1}{\sqrt{3}-3} \prec \frac{3x-2}{\sqrt{3}+3}$ 6) $4x^2-9 \geq 0$ 7) $(1-x)(2x+4)>0$ 8) $\frac{5x-2}{1+3x} \geq 0$ 9) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6} \leq 0$

Corrigé : 1) $-2x+12>0$

$-2x+12=0$ Équivalent à : $x=6$ $-2=a$ et $a<0$ coefficient de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	$+$	0	$-$

Donc : $S = \left]-\infty;6\right[$

2) $5x-15 \leq 0$

$5x-15=0$ Équivalent à : $x=3$ $5=a$ et $a>0$ coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$5x-15$	$-$	0	$+$

Donc : $S = \left]-\infty;3\right[$

3) $-6x+7>x-7$

Équivalent à : $-7x>-14$

Équivalent à : $x<\frac{-14}{-7}$

Équivalent à : $x<2$

L'ensemble de solution est alors : $S = \left]-\infty;2\right[$

4) $(x+1)\sqrt{2}+(1-x)\sqrt{3} \leq 0$

Équivalent à : $x\sqrt{2}-x\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3} \leq 0$

Équivalent à : $x\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right) \leq -\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

Équivalent à : $x \geq -\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)$ car $\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$

Équivalent à : $x \geq -\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{2}^2-\sqrt{3}^2}$

Équivalent à : $x \geq \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2$

Équivalent à : $x \geq 5+2\sqrt{6}$

L'ensemble de solution est alors : $S = \left[5+2\sqrt{6};+\infty\right[$

5) $\frac{3x-1}{\sqrt{3}-3} \prec \frac{3x-2}{\sqrt{3}+3}$ Équivalent à : $\frac{3x-1}{\sqrt{3}-3}-\frac{3x-2}{\sqrt{3}+3} \prec 0$

Équivalent à : $\frac{(3x-1)(\sqrt{3}+3)-(\sqrt{3}-3)(3x-2)}{(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)} \prec 0$

Équivalent à : $\frac{18x+\sqrt{3}-9}{-6} \prec 0$

Équivalent à : $18x+\sqrt{3}-9 \succ 0$

Équivalent à : $18x \succ 9-\sqrt{3}$ c'est-à-dire : $x \succ \frac{9-\sqrt{3}}{18}$ par suite : $S=\left[\frac{9-\sqrt{3}}{18};+\infty\right[$

6) $4x^2-9 \geq 0$

$4x^2-9=0$ Équivalent à : $(2x)^2-3^2=0$ donc : $(2x-3)(2x+3)=0$

Équivalent à : $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

Équivalent à : $x=\frac{-3}{2}$ ou $x=\frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$-3/2$		$3/2$	$+\infty$
$2x-3$	$-$		$-$	0	$+$
$2x+3$	$-$	0	$+$		$+$
$(2x-3)(2x+3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

7) $(1-x)(2x+4)>0$

$(1-x)(2x+4)=0$ Équivalent à :

$2x+4=0$ Ou $1-x=0$ Équivalent à : $x=-2$ ou $x=1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$
$2x+4$	$-$	0	$+$		$+$
$1-x$	$+$		$+$	0	$-$
$(2x+4)(1-x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Donc : $S=]-2;1[$

8) $\frac{5x-2}{1+3x} \geq 0$ (Signe d'un quotient méthode)

- Donner l'ensemble de définition.
- Rechercher les valeurs de x annulant chacun des facteurs et Dresser un tableau de signes :

Le quotient de deux nombres de même signe est positif (+).
Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif

Cette inéquation existe si $1+3x \neq 0$

$1+3x=0$ Équivalent à : $x=-\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. L'inéquation est donc définie sur $D_I=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$5x-2=0$ Équivalent à : $x=\frac{2}{5}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$5x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$1+3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{5x-2}{1+3x}$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Attention à ne pas oublier la double barre pour la valeur interdite : donc : $S = \left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[\cup \left[\frac{2}{5};+\infty\right[$

9) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6} \leq 0$

Cette inéquation existe si $2x-6 \neq 0$

$2x-6 \neq 0$ Équivalent à : $x = -\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. L'inéquation est donc définie sur $D_I = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$2x-6 \neq 0$ Équivalent à : $x \neq 3$

On a le tableau de signe suivant : $D_I = \mathbb{R} - \{3\}$

$2x+1=0$ Équivalent à : $x = -\frac{1}{2}$

$5x-10=0$ Équivalent à : $x=2$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		2		3		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$5x-10$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-6$		$-$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$\frac{(2x+1)(5x-10)}{(2x-6)}$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

Donc : $S = \left]-\infty;-\frac{1}{2}\right] \cup [2;3[$

Exercice9 : (***) Vous avez 20 DH pour prendre un taxi. La course coûte 5 DH plus 2,50 DH par kilomètre. On désigne par m le nombre de kilomètres parcourus. Écrire une inéquation permettant de calculer à combien de kilomètres le taxi pourra vous conduire avec 20 DH

Corrigé : Soit m le nombre de kilomètres parcourus :

$$5+2,5m \leq 20 \Leftrightarrow 2,5m \leq 20-5 \Leftrightarrow 2,5m \leq 15 \Leftrightarrow m \leq \frac{15}{2,5} \Leftrightarrow m \leq 6$$

Avec 20 DH on pourra parcourir au maximum 6 kilomètres

Exercice10 : (***) Un camion pesant à vide 2,5 tonnes doit passer sur un pont limiter à 10 tonnes

Combien de caisses de 400kg peut-il transporter ?

Corrigé : soit x le nombre de caisses à transporter

Le chargement du camion est donc : $2500+400x\ kg$

Le poids du camion ne doit pas dépasser 10000 cela implique : $2500+400x \leq 10000$

Équivalent à : $25+4x \leq 100$

Équivalent à : $4x \leq 75$ c'est-à-dire : $x \leq \frac{75}{4} = 18,75$

Le nombre de caisses à transporter ne doit pas dépasser 18

Exercice11 : Etudier le signe de : $E(x) = (x-3)^2 - (3x+1)^2$

Corrigé : $E(x) = (x-3)^2 - (3x+1)^2$

Première étape : On factorise. $E(x) = (x-3)^2 - (3x+1)^2$

On reconnait dans ce cas, la troisième identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$E(x) = (x-3)^2 - (3x+1)^2$ Equivaut à : $E(x) = \left[(x-3)-(3x+1)\right]\left[(x-3)+(3x+1)\right]$

Equivaut à : $E(x) = (x-3-3x-1)(x-3+3x+1)$

Equivaut à : $E(x) = (-2x-4)(4x-2)$

Deuxième étape : on construit un tableau de signes.

$-2x-4=0$ Equivaut à : $-2x=4$ Equivaut à : $x=-2$

$4x-2=0$ Equivaut à : $4x=2$ Equivaut à : $x=\frac{1}{2}=0,5$

x	$-\infty$	-2		$0,5$	$+\infty$
$4x-2$	-		-	0	+
$-2x+4$	+	0	-		-
$(4x-2)(-2x-4)$	-	0	+	0	-

• Si : $x \in \left]-\infty,-2\right[\cup \left]\frac{1}{2},+\infty\right[$ alors : $E(x) < 0$

• Si : $x \in \left]-2,\frac{1}{2}\right[$ alors : $E(x) > 0$

• Si : $x=-2$ *ou* $x=\frac{1}{2}$ alors : $E(x)=0$

Exercice12 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{2}{2x-3} \leq 4$

Corrigé : <u>Méthode :</u> résoudre une inéquation du type : A(x) ≥ B(x) (ou A(x) > B(x) ou A(x) ≤ B(x) ou A(x)

● 1. On déterminer le domaine de définition de l'inéquation

● 2. On se ramène à une comparaison à zéro et on factorise.

● 3. On fait un tableau de signes et on donne le résultat sous forme d'intervalle.

Résolution dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{2}{2x-3} \leq 4$

● 1. On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :

Cette inéquation est définie si et seulement si : $2x-3 \neq 0$ qui signifie que : $x \neq \frac{3}{2}$

Donc : le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

● 2. On se ramène à une comparaison à zéro et on factorise.

$\frac{2}{2x-4} \leq 4$ Equivaut à : $\frac{2}{2x-4} - 4 \leq 0$ équivaut à : $\frac{2}{2x-3} - \frac{4(2x-3)}{2x-3} \leq 0$

Équivaut à : $\frac{2-4(2x-3)}{2x-3} \leq 0$ Équivaut à : $\frac{2-8x+12}{2x-3} \leq 0$ Équivaut à : $\frac{-8x+14}{2x-3} \leq 0$

● 3. On fait un tableau de signes et on donne le résultat sous forme d'intervalle.

$-8x+14=0$ Équivaut à : $x=-\frac{7}{4}$ et $2x-3=0$ qui signifie que : $x=\frac{3}{2}=1,5$

Remarque :7/4 > 1,5 et 1,5 est une valeur interdite car elle annule le dénominateur $2x-3$.

x	$-\infty$		$1,5$		$7/4$		$+\infty$
$-8x+14$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x-3$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{-8x+14}{2x-3}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Donc : $S=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right[\cup\left[\frac{7}{4},+\infty\right[$

Exercice13 : (***)1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $|x-2|+|3x-2|\prec 8$ (I)

2) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $|x^2-2|+|3x^2-2|\prec 8$

Corrigé :1) $|x-2|+|3x-2|\prec 8$

$x-2=0$ Signifie que : $x=2$

$3x-2=0$ Signifie que : $x=\frac{2}{3}$

x	$-\infty$	$2/3$		2	$+\infty$
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$\lvert x-2\rvert$	$-x+2$		$-x+2$		$x-2$
$3x-2$	$-$	0	$+$		$+$
$\lvert 3x-2\rvert$	$-3x+2$		$3x-2$		$3x-2$
$\lvert x-2\rvert+\lvert 3x-2\rvert$	$-4x+4$		$2x$		$4x-4$

Si : $x\le\frac{2}{3}$ alors : $|x-2|+|3x-2|\prec 8$ devient : $-4x+4\prec 8$ ce qui Signifie que : $-4x\prec 4$

C'est-à-dire : $x\succ -1$

Donc : $S_1=\left]-\infty;\frac{2}{3}\right]\cap\left]-1;+\infty\right[=\left]-1;\frac{2}{3}\right]$

Si : $\frac{2}{3}\le x\le 2$ alors : l'équation devient : $2x\prec 8$ Ce qui Signifie que : $x\prec 4$

Donc : $S_2=\left]-\infty;4\right[\cap\left[\frac{2}{3};2\right]=\left[\frac{2}{3};2\right]$

Si : $x\ge 2$ alors : l'équation devient : $4x-4\prec 8$ ce qui Signifie que : $4x\prec 12$

C'est-à-dire : $x\prec 3$

$S_3=\left]-\infty;3\right[\cap\left[2;+\infty\right[=\left[2;3\right[$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2\cup S_3=\left]-1;\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3};2\right]\cup\left[2;3\right[=\left]-1;3\right[$

2) $|x^2-2|+|3x^2-2|\prec 8$ Signifie que : x^2 est une solution de l'inéquation : (I)

Signifie que : $x^2\in\left]-1;3\right[$

Signifie que : $-1\prec x^2\prec 3$

Signifie que : $0 \leq x^2 \prec 3$

Signifie que : $\sqrt{0} \leq \sqrt{x^2} \prec \sqrt{3}$

Signifie que : $|x| \prec \sqrt{3}$

Signifie que : $-\sqrt{3} \prec x \prec \sqrt{3}$

Signifie que : $x \in \left]-\sqrt{3};\sqrt{3}\right[$

Donc : $S = \left]-\sqrt{3};\sqrt{3}\right[$

Exercice14 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes : 1) $\frac{1}{2}x-5y+3=0$ 2) $3x-\frac{1}{2}=5y+8$

Corrigé :1) On a $\frac{1}{2}x-5y+3=0$ équivalent à : $\frac{x}{2}=5y-3$ Équivalent à : $x=10y-6$

Donc : $S=\{(10y-6;y)/\ y\in\mathbb{R}\}$

2) On a $3x-\frac{1}{2}=5y+8$ équivalent à : $2\times\left(3x-\frac{1}{2}\right)=2\times(5y+8)$

Équivalent à : $6x-1-16=10y$ Équivalent à : $6x-11=10y$

Équivalent à : $\frac{6x-11}{10}=y$ Équivalent à : $y=\frac{6x}{10}-\frac{11}{10}$ Équivalent à : $y=\frac{3}{5}x-\frac{11}{10}$

Donc : $S=\left\{\left(x;\frac{3}{5}x-\frac{11}{10}\right)/\ x\in\mathbb{R}\right\}$

Exercice15 : (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $2x-y+3\geq 0$

Corrigé : De l'inéquation précédente on en déduit : l'équation de la droite (D) : $2x-y+3=0$

Cette droite passe par les points $A(0;3)$ et $B(-1;1)$ et détermine deux demi-plans P_1 et P_2

(Il nous reste à trouver lequel des deux demis plans qui est la Solution de l'inéquation.)

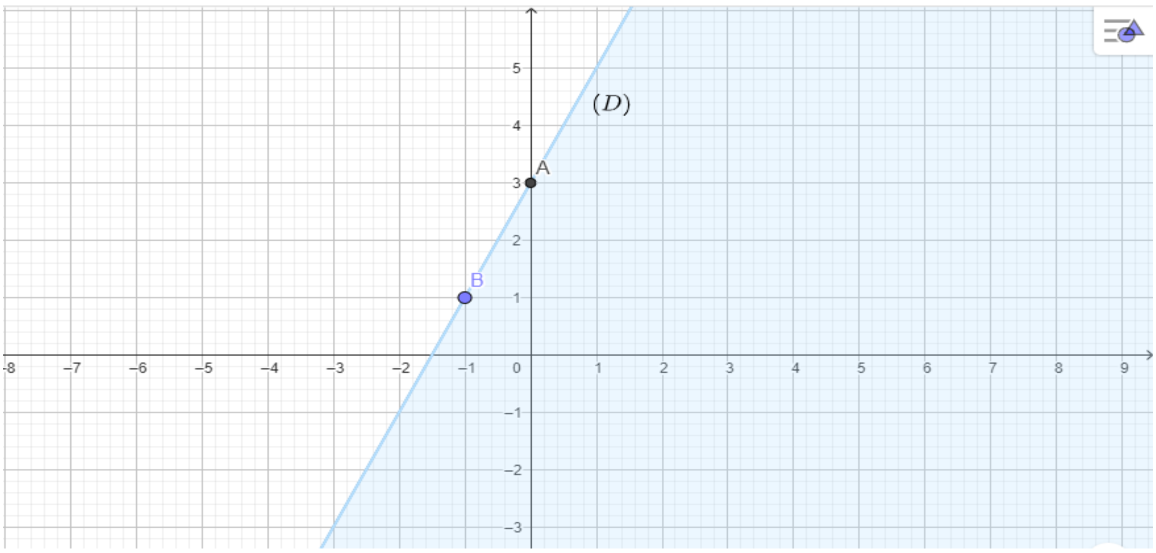
(Nous choisissons un point pris dans l'un des demi-plans, relevons ses coordonnées et nous contrôlons si ce point vérifie l'inéquation.

Conseil : On choisit, de référence, le point « O » de coordonnées (0 ; 0) ; c'est-à-dire x= 0 et y = 0 . Les calculs sont donc simplifiés. (Si la droite passe par « O », on prendra un autre point…)

Soit $O(0;0)$ On a $2\times 0-0+3=3\geq 0$

Donc : les coordonnes (0 ; 0) vérifie l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $2x-y+3\geq 0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 colorée en bleu qui contient le point $O(0;0)$ et la droite (D)



Exercice16 : (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\ \begin{cases} 3x+y-3>0 \\ -2x+3y+2<0 \end{cases}$

Corrigé : L'équation de la droite (D_1) : $3x+y-3=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-2x+3y+2=0$

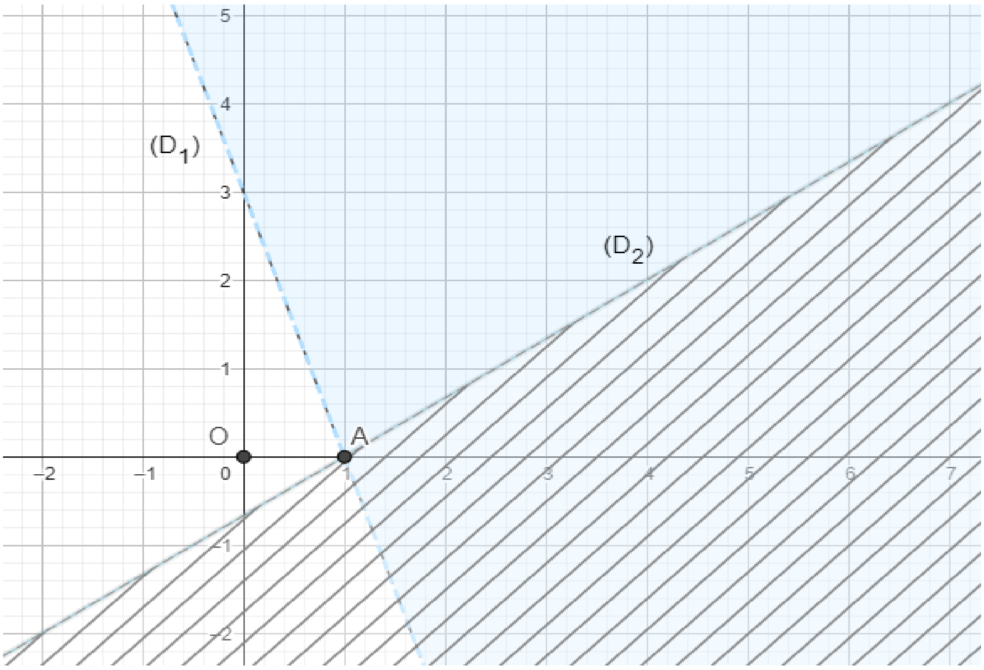
Soit $O(0;0)$ On a $3\times0+0-3>0$ équivalent à : $-3>0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $3x+y-3>0$

Pour $O(0;0)$ on a : $-2\times0+3\times0+2<0$ Équivalent à : $2<0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $-2x+3y+2<0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan coloré en bleu et hachurés et privé des droite (D_1) et (D_2)



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien