Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°2 :

Equations et inéquations du premier degré et systèmes d'inéquations : partie1

Exercice1_02: (*) et (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x+6=-x\sqrt{3}-\sqrt{27}$ 2) $-5(3x+5)=-15x-24$ 3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

4) $(25x^2-4)-2(5x+2)(x+4)=0$ 5) $36x^2-49=0$ 6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$

Corrigé : 1) $2x+6=-x\sqrt{3}-\sqrt{27}$ Équivaut à : $2x+x\sqrt{3}=-\sqrt{9\times 3}-6$

Équivaut à $x(2+\sqrt{3})=-3(\sqrt{3}+2)$

Équivaut à : $x=\frac{-3(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}}=-3$ et par suite : $S=\{-3\}$

2) $-5(3x+5)=-15x-24$ équivaut à $-15x-25=-15x-24$ équivaut à $0x=1$

Équivaut à $0=1$ ceci est impossible

Donc l'ensemble des Solutions est : $S=\varnothing$

3) $5(2x-3)=12x-2\left(x+\frac{15}{2}\right)$

Équivaut à $10x-15=12x-2x-15$ équivaut à $10x-15=10x-15$

Équivaut à $10x-15=10x-15$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\mathbb{R}$

4) $(25x^2-4)-2(5x+2)(x+4)=0$

$((5x)^2-2^2)-2(5x+2)(x+4)=0$

Ce qui est équivalent à : $(5x+2)(5x-2)-2(5x+2)(x+4)=0$

Ce qui est équivalent à : $(5x+2)[(5x-2)-2(x+4)]=0$

Ce qui est équivalent à : $(5x+2)(5x-2-2x-8)=0$

Ce qui est équivalent à : $(5x+2)(3x-10)=0$

Ce qui est équivalent à : $5x+2=0$ ou $3x-10=0$

Ce qui est équivalent à : $x=-\frac{2}{5}$ ou $x=\frac{10}{3}$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\left\{-\frac{2}{5};\frac{10}{3}\right\}$

5) $36x^2-49=0$ équivalent à : $(6x)^2-7^2=0$

C'est une identité remarquable de la forme : a² - b² = (a - b) (a + b),

Équivalent à : $(6x-7)(6x+7)=0$

Équivalent à : $6x+7=0$ ou $6x-7=0$

Équivalent à : $x=-\frac{7}{6}$ ou $x=\frac{7}{6}$

D'où : $S=\left\{-\frac{7}{6};\frac{7}{6}\right\}$

6) $\frac{2}{x+3}-\frac{7}{x-3}=0$

Cette équation n'existe pas si : $x+3=0$ ou $x-3=0$

Les valeurs interdites de cette équation sont -3 et 3. L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}-\{-3,3\}$

On commence par réduire au même dénominateur les deux fractions. Le dénominateur commun est : $(x+3)(x-3)$

$\frac{2}{x+3}-\frac{7}{x-3}=0$ Équivalent à $\frac{2(x-3)-7(x+3)}{(x+3)(x-3)}=0$

Équivalent à $\frac{2x-6-7x-21}{(x+3)(x-3)}=0$ c'est-à-dire : $\frac{-5x-27}{(x+3)(x-3)}=0$

Donc : $-5x-27=0$ car le dénominateur ne peut pas s'annuler.

Équivalent à : $x=-\frac{27}{5}\in\mathbb{R}-\{-3,3\}$

d'où : $S=\left\{-\frac{27}{5}\right\}$

Exercice2_01 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{(1-3x)(3x+18)}{2x+1}=0$ 2) $\frac{(x-3)(2x-7)}{x^2-9}=0$

Corrigé : 1) $\frac{(1-3x)(3x+18)}{2x+1}=0$

a) On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette l'équation est définie si et seulement si $2x+1\neq 0$

$2x+1\neq 0$ si et seulement si $x\neq -\frac{1}{2}$

Donc : $D_E=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

b) Résolvons l'équation :

$\frac{(1-3x)(3x+18)}{2x+1}=0$ Signifie : $(1-3x)(3x+18)=0$

Signifie : $1-3x=0$ ou $3x+18=0$

Signifie : $x=\frac{1}{3}$ ou $x=-6$ et par suite : $S=\left\{-6;\frac{1}{3}\right\}$

2) $\frac{(x-3)(2x-7)}{x^2-9}=0$:On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette l'équation est définie si et seulement si $x^2-9\neq 0$

$x^2-9=0$ Signifie : $x^2=9$ signifie : $x=3$ ou $x=-3$

Donc : $D_E=\mathbb{R}-\{-3,3\}$

b) Résolvons l'équation : $\frac{(x-3)(2x-7)}{x^2-9}=0$

$\frac{(x-3)(2x-7)}{x^2-9}=0$ Signifie : $(x-3)(2x-7)=0$

Signifie : $2x-7=0$ ou $x-3=0$ Signifie : $x=\frac{7}{2}$ ou $x=3\notin D_E$ et par suite : $S=\left\{\frac{7}{2}\right\}$

Exercice3 : (***) HASSAN **a** 10 ans quand sa mère Aicha **30**ans
Dans combien d'années l'âge de HASSAN sera-t-il la moitié de l'âge de Aicha **?**

Corrigé : Soit x le nombre d'années cherché
Après x années l'âge de HASSAN devient : $x+10$ ans
Puisque l'âge de HASSAN sera-t-il la moitié de l'âge de Aicha

On a : $x+10=\frac{1}{2}(x+30)$ ce qui équivaut à : $2x+20=x+30$ c'est-à-dire : $x=10$

Donc : après 10 années HASSAN aura : $10+10=20$ ans
Et sa mère Aicha aura : $30+10=40$ ans (le double de l'âge de HASSAN)

Exercice7 : (*) **1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l'équation : $|x-3|=|x+5|$

2)Résoudre dans $\mathbb{R}$ graphiquement l'équation : $|x-2|=5$

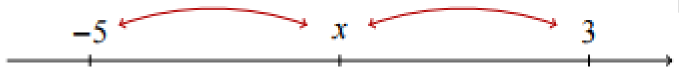
Corrigé :1) **Résolvons notre équation algébriquement :**
Égalité de deux valeurs absolues :
Règle : L'égalité |a| = |b| est équivalente à : a = b ou a = −b
Cela découle du fait que par exemple |5| = |−5|
D'après notre règle, on a donc les égalités suivantes :

$|x-3|=|x+5|$ Signifie que : $x-3=x+5$ ou $x-3=-(x+5)$

Signifie que : $-3=5$ (impossible) ou $x-3=-x-5$
Signifie que : $2x=-2$
Signifie que : $x=-1$ Donc : $S=\{-1\}$

2) **Résolvons notre équation Graphiquement :** $|x-3|=|x-(-5)|$

La distance de x à 3 est égale à : $|x-3|$
La distance de x à -5 est égale à : $|x-(-5)|=|x+5|$
Déterminons les valeurs de x pour lesquelles la distance de x à 3 est égale à la distance de x à -5
Visualisons ce problème sur la droite des réels.



Graphiquement, nous nous apercevons que x doit être au milieu de l'intervalle $x\in[-5;3]$

Donc : $x=\frac{-5+3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$

Donc : $S=\{-1\}$

Exercice12 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : 1) $|x-1|=5$ 2) $|2x+1|=|x-3|$

3) $|x+2|=-1$ 4) $|x-1|+|2-x|-3=0$ 5) $|x-1|+|2-x|-3=0$

Corrigé :Méthode 1 (Équations ou inéquations de référence) :

Pour résoudre une équation (ou inéquation) avec des valeurs absolues, on peut essayer de se ramener à l'une des situations suivantes ($a\in\mathbb{R}^+$) :

1. $|x|=a \Leftrightarrow x=\pm a$,
2. $|x|\leq a \Leftrightarrow x\in[-a\,;\,a]$,
3. $|x|\geq a \Leftrightarrow x\in]-\infty\,;\,-a]\cup[a\,;\,+\infty[$.

1) $|x-1|=5$ Signifie que : $x-1=5$ ou $x-1=-5$

Signifie que : $x=6$ ou $x=-4$ Donc : $S=\{-4;6\}$

2) $|2x+1|=|x-3|$ signifie que : $2x+1=x-3$ ou $2x+1=-(x-3)$

Signifie que : $2x+1=x-3$ ou $2x+1=-x+3$

Signifie que : $x=-4$ ou $x=\frac{2}{3}$ Donc : $S=\left\{-4;\frac{2}{3}\right\}$

3) $|x+2|=-1$ $S=\varnothing$ Car $|x+2|\geq 0$

4) $|x-1|+|3-x|-3=0$

$x-1=0$ Signifie que : $x=1$

$3-x=0$ Signifie que : $x=3$

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$		$+$	
$\lvert x-1\rvert$	$-x+1$	0	$x-1$		$x-1$	
$3-x$	$+$		$+$	0	$-$	
$\lvert 3-x\rvert$	$3-x$		$3-x$	0	$x-3$	
$\lvert x-1\rvert+\lvert 3-x\rvert-3$	$1-2x$		-1		$2x-7$	

Si : $x\leq 1$ alors : L'équation $|x-1|+|3-x|-3=0$ devient : $-(x-1)+(3-x)-3=0$

Ce qui signifie que : $4-2x-3=0$

Ce qui signifie que : $x=\frac{1}{2}\leq 1$; Donc : $S_1=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

Si : $1\leq x\leq 3$ alors l'équation devient : $(x-1)+(3-x)-3=0$

Ce qui signifie que : $-1=0$ Donc : $S_2=\varnothing$

Si : $x\geq 3$ alors l'équation devient : $(x-1)-(3-x)-3=0$

Ce qui signifie que : $2x-7=0$

Ce qui signifie que : $x=\frac{7}{2}\geq 3$ Donc : $S_3=\left\{\frac{7}{2}\right\}$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2\cup S_3=\left\{\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right\}$

5) $|-3x+4|+|-5+x|=10$

✍ On détermine les valeurs frontières de chaque valeur absolue :

$-3x+4=0$ Signifie que : $x=\frac{4}{3}$

$-5+x=0$ Signifie que : $x=5$

✍ On remplit un tableau de forme :

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$		5	$+\infty$
$\lvert -3x+4\rvert$	$-3x+4$	0	$3x-4$	11	$3x-4$
$\lvert -5+x\rvert$	$5-x$	$\frac{11}{3}$	$5-x$	0	$-5+x$
(E_1)	$-4x+9=10$ $x=-\frac{1}{4}$ possible		$2x+1=10$ $x=\frac{9}{2}$ possible		$4x-9=10$ $x=\frac{19}{4}$ impossible

On obtient alors deux solutions : $S=\left\{-\frac{9}{4};\frac{9}{2}\right\}$

Exercice5 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\sqrt{x^2+27}=2\sqrt{3x}$

Corrigé : $\sqrt{x^2+27}=2\sqrt{3x}$

• L'équation est définie si $x^2+27\geq 0$ et $3x\geq 0$

Or $x^2+27\geq 0$ donc : L'équation est définie si $x\geq 0$

L'équation est donc définie sur : $D_E=[0.+\infty[$

• $\sqrt{x^2+27}=2\sqrt{3x}$ Signifie que : $\left(\sqrt{x^2+27}\right)^2=\left(2\sqrt{3x}\right)^2$

Signifie que : $x^2+27=12x$ c'est-à-dire : $x^2-12x+27=0$

Signifie que : $x^2-2\times 6x+6^2-6^2+27=0$

Signifie que : $(x-6)^2-9=0$

Signifie que : $(x-6)^2=9$

Signifie que : $x-6=\sqrt{9}$ ou $x-6=-\sqrt{9}$

Signifie que : $x=9\in[0.+\infty[$ ou $x=3\in[0.+\infty[$

Par conséquent : $S=\{3;9\}$

Exercice7 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l'équation suivante :
$(m-2)x+3mx-(m-x)-5=0$

Corrigé : On va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$

$(m-2)x+3mx-(m-x)-5=0$ Équivalent à : $mx-2x+3mx-m+x-5=0$

Équivalent à : $(m-2+3m+1)x-m-5=0$

Équivalent à : $(4m-1)x-m-5=0$

1ére cas : $4m-1\neq 0$ c'est à dire : $m\neq\frac{1}{4}$

$(4m-1)x-m-5=0$ Équivalent à : $(4m-1)x=m+5$

Donc : L'équation admet une solution unique : $x=\frac{m+5}{4m-1}$

Par suite : $S=\left\{\frac{m+5}{4m-1}\right\}$

2ére cas : $4m-1=0$ c'est à dire : $m=\frac{1}{4}$

L'équation devient : $\left(4\times\frac{1}{4}-1\right)x-\frac{1}{4}-5=0$

Équivalent à : $0x-\frac{21}{4}=0$ ce qui est impossible

Par suite : $S=\varnothing$

Exercice5 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $\frac{5}{3}(2x+1)-\frac{1}{2}(x-2)<\frac{7}{6}(x+2)$ 2) $-x+4(x-1)\leq 3x$ 3) $4(x-3)-(3x-10)>x+5$

Corrigé : 1) On multiplie par le dénominateur commun, ici 6, ce qui Equivaut à :
$10(2x+1)-3(x-2)<7(x+2)$) Equivaut à : $20x+10-3x+6<7x+14$

Equivaut à : $20x-3x-7x\leq -10-6+14$

Equivaut à : $10x\leq -2$

On divise par 10, on ne change pas la relation d'ordre ce qui Equivaut à $x<\frac{-2}{10}$

Equivaut à : $x<\frac{-1}{5}$

On conclut par l'intervalle solution : Donc : $S = \left]-\infty; -\frac{1}{5}\right[$

2) $-x+4(x-1)\leq 3x$ Equivaut à : $-x+4x-4\leq 3x$

Equivaut à : $-x+4x-3x\leq 4$

On s'aperçoit en regroupant les x qu'il n'y en a plus.

On convient comme pour les équations d'écrire $0x$, ce qui donne :

Equivaut à : $0x\leq 4$

On a donc $0\leq 4$, ce qui est toujours vrai, quel que soit les valeurs de x.

On conclut alors par : $S = \mathbb{R}$

3) $4(x-3)-(3x-10)>x+5$ Equivaut à : $4x-12-3x+10>x+5$

Equivaut à : $4x-3x-x>12-10+5$

On s'aperçoit en regroupant les x qu'il n'y en a plus.

On convient comme pour les équations d'écrire $0x$, ce qui donne :

Equivaut à : $0x>7$

On a donc : $0>7$ ce qui est faux quel que soit les valeurs de x ; on conclut donc par : $S = \varnothing$

Remarque : Beaucoup de cas de figure peuvent se présenter, dans les inéquations, où l'on obtient $0x$.
Il faudra dans chaque cas réfléchir pour savoir si l'on se situe dans un cas toujours vrai (exemple 2) ou dans un cas impossible (exemple 2).

Exercice9 : (***) Un commerçant dépense 75 DH pour fabriquer 150 glaces.
Le prix d'une glace est de 2,50 DH.
Combien doit-il faire de glace pour réaliser un bénéfice supérieur à 76 DH.

Corrigé :

Soit x le nombre de glaces réalisées

le bénéfice est la différence entre ce que l'on gagne (les recettes) et ce que l'on a dépensé pour produire les glaces

Bénéfice = Recettes - Coûts

Donc : $Bénéfice = 2,50x-75$

On veut un bénéfice supérieur à 76 DH, soit :

$$2,50x-75>76 \Leftrightarrow x>\frac{151}{2,50} \Leftrightarrow x>60,4$$

Le commerçant aura un bénéfice supérieur à 76 DH. à partir de la 61ème glace.

Exercice8 : Déterminer le signe des expressions suivantes :

1) $A(x)=2x-3$ 2) $F(x)=(x+2)(3x-1)(2x+5)$ 3) $G(x)=\frac{(x-5)(x+1)}{x-2}$

Corrigé :1) Etude du signe d'une expression : Méthodes
• Si c'est une expression affine, je résous une inéquation.
• Si c'est un polynôme de dégrée supérieur ou égal à 3 ou bien une fraction rationnelle, je fais un tableau de signes.

1) $A(x)=2x-3$

$A(x)=0$ Equivaut à : $2x-3=0$ Equivaut à : $x=\frac{3}{2}$ on a : $a=2>0$

Le tableau du signe est :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$A(x)$	$-$	0	$+$

- Si : $x\in\left]\frac{3}{2},+\infty\right[$ alors : $A(x)>0$

- Si : $x \in \left]-\infty, \frac{3}{2}\right[$ alors : $A(x) < 0$
- Si : $x = \frac{3}{2}$ alors : $A(x) = 0$

2) $F(x) = (x+2)(3x-1)(2x+5)$

$x+2=0$ Équivaut à : $x=-2$ et $3x-1=0$ qui signifie que : $x=\frac{1}{3}$ et $2x+5=0$ qui signifie que : $x=-\frac{5}{2}$

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$		-2		$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$x+2$	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$
$3x-1$	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$
$2x+5$	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$
$F(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$F(x) > 0$ Équivaut à : $x \in \left]-\frac{5}{2}, -2\right[\cup \left]\frac{1}{3}, +\infty\right[$

Ainsi, l'ensemble solution de $F(x) > 0$ est : $S = \left]-\frac{5}{2}, -2\right[\cup \left]\frac{1}{3}, +\infty\right[$

3) $G(x) = \frac{(x-5)(x+1)}{x-2}$

● On va déterminer le domaine de définition de $G(x)$:

$G(x)$Est définie si et seulement si $x-2 \neq 0$ qui signifie que : $x \neq 2$

Donc : le domaine de définition de G est : $D_G = \mathbb{R} - \{2\}$

● $x-5=0$ Équivaut à : $x=5$ et $x+1=0$ qui signifie que : $x=-1$ et $x-2=0$ qui signifie que : $x=2$

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$	-1		2		5	$+\infty$
$x-5$	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$
$x-2$	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$
$G(x)$	$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$

- Si : $x \in \left]-\infty, -1\right[\cup \left]2, 5\right[$ alors : $G(x) < 0$
- Si : $x \in \left]-1, 2\right[\cup \left]5, +\infty\right[$ alors : $G(x) > 0$
- Si : $x = -1$ *ou* $x = 5$ alors : $G(x) = 0$

$G(x)$N'est pas définie si $x = 2$

Exercice14 : (*) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(3-6x)(x+2) > 0$ 2) $\frac{2-6x}{3x-2} \leq 0$

Corrigé :1) Le signe de $(3-6x)(x+2)$ dépend du signe de chaque facteur : 3 – 6*x* et x + 2.

3 – 6*x* = 0 ou *x* + 2 = 0

6*x* = 3 ou *x* = -2 c'est-à-dire : $x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ou *x* = -2

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux facteurs.

En appliquant la règle des signes, on en déduit le signe du produit $(3-6x)(x+2)$.

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$3-6x$	$+$	$+$	0	$-$
$x+2$	$-$	0 $+$		$+$
$(3-6x)(x+2)$	$-$	0 $+$	0	$-$

On en déduit que $(3-6x)(x+2)>0$ pour : $x\in\left]-2;\frac{1}{2}\right[$.

L'ensemble des Solutions de l'inéquation $(3-6x)(x+2)>0$ est $\left]-2;\frac{1}{2}\right[$.

2) $\frac{2-6x}{3x-2}$ £ 0. : L'inéquation n'est pas définie pour $3x-2=0$, soit $x=\frac{2}{3}$.
Il faudra éventuellement exclure cette valeur de l'ensemble des Solutions.
Le signe de $\frac{2-6x}{3x-2}$ dépend du signe des expressions $2-6x$ et $3x-2$.

$2-6x=0$ équivaut à : $x=\frac{1}{3}$.
Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux expressions.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$2-6x$	$+$	0 $-$		$-$
$3x-2$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{2-6x}{3x-2}$	$-$	0 $+$	$\Vert$	$-$

La double-barre dans le tableau signifie que le quotient n'est pas défini pour $x=\frac{2}{3}$.

On en déduit que $\frac{2-6x}{3x-2}$ £ 0 pour $x\in\left]-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$.

L'ensemble des Solutions de l'inéquation $\frac{2-6x}{3x-2}$ £ 0 est $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$.

Exercice8 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : 1) $x^2\le 1$ 2) $\frac{2}{x-2}\le\frac{3}{x+1}$

Corrigé : Méthode : Pour résoudre une inéquation du type :
A(x) ≥ B(x) (ou A(x) > B(x) ou A(x) ≤ B(x) ou A(x)
- 1. On déterminer le domaine de définition de l'inéquation
- 2. On se ramène à une comparaison à zéro et on factorise.
- 3. On fait un tableau de signes et on donne le résultat sous forme d'intervalle.

1) $x^2\le 1$ Equivaut à : $x^2-1\le 0$ Equivaut à : $x^2-1^2\le 0$ Equivaut à : $(x+1)(x-1)\le 0$

$(x+1)(x-1)\le 0$

$x+1=0$ Signifie que : $x=-1$
$x-1=0$ Signifie que : $x=1$

On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$-$	
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	

On cherche à résoudre l'inéquation : $(x+1)(x-1)\leq 0$

Par conséquent : $S=[-1,1]$

2) $\frac{2}{x-2}<\frac{3}{x+1}$

● 1. On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :

Cette inéquation est définie si et seulement si $x-2\neq 0$ et $x+1\neq 0$ qui signifie que : $x\neq 2$ ou $x\neq -1$

Donc : le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I=\mathbb{R}-\{-1,2\}$

● 2. On se ramène à une comparaison à zéro et on factorise.

$\frac{2}{x-2}<\frac{3}{x+1}$ Signifie que : $\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x+1}<0$ Signifie que : $\frac{2(x+1)}{(x-2)(x+1)}-\frac{3(x-2)}{(x-2)(x+1)}<0$

Signifie que : $\frac{2x+2-3x+6}{(x-2)(x+1)}<0$ Signifie que : $\boxed{\frac{-x+8}{(x-2)(x+1)}<0}$

● 3. On fait un tableau de signes et on donne le résultat sous forme d'intervalle.

$-x+8=0$ Équivaut à : $x=8$ et $x-2=0$ qui signifie que : $x=2$ et $x+1=0$ qui signifie que : $x=-1$

Remarque :-1 et 2 sont des valeurs interdites car elle annule les dénominateurs $x+1$et $x-2$

x	$-\infty$		-1		2		8		$+\infty$
$-x+8$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{-x+8}{(x-2)(x+1)}$		$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

On cherche à résoudre l'inéquation : $\frac{-x+8}{(x-2)(x+1)}<0$

Donc : $S=]-1,2[\cup]8,+\infty[$

Exercice19 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l'inéquation : $|x-1|\geq 3$

2)Résoudre Graphiquement l'inéquation : $|x-1|\geq 3$

Corrigé :1) **Résolvons notre équation algébriquement :**

Règle : $|x-a|\geq r$ **est équivalente à :** $x-a\geq r$ ou $x-a\leq -r$ avec $r>0$

D'après notre règle, on a donc :

$|x-1|\geq 3$ Signifie que : $x-1\geq 3$ ou $x-1\leq -3$

Signifie que : $x\geq 4$ ou $x\leq -2$

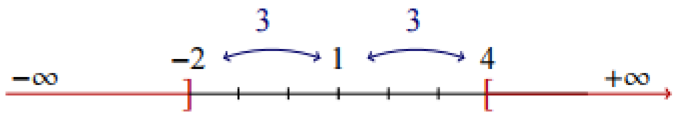
On obtient alors l'union d'intervalle suivant : $]-\infty\,;-2]$ et $[4\,;+\infty[$

Donc : $S =]-\infty\,;-2] \cup [4\,;+\infty[$

1) **Résolvons notre inéquation Graphiquement :** $|x-1| \geq 3$

Graphiquement Cela revient à Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la distance de x à 1 est supérieure ou égale à 3.

Visualisons ce problème sur la droite des réels.



On obtient alors l'union d'intervalle suivant : $]-\infty\,;-2]$ et $[4\,;+\infty[$

Donc : $S =]-\infty\,;-2] \cup [4\,;+\infty[$

Exercice9 : (***) 1) Résoudre algébriquement l'inéquation suivante : $|2x-1| \leq |x+2|$

2) Résoudre graphiquement l'inéquation suivante : $|2x-1| \leq |x+2|$

Corrigé : 1) Résolution algébrique

✍ On détermine les valeurs frontières de chaque valeur absolue

$x+2=0$ Signifie que : $x=-2$

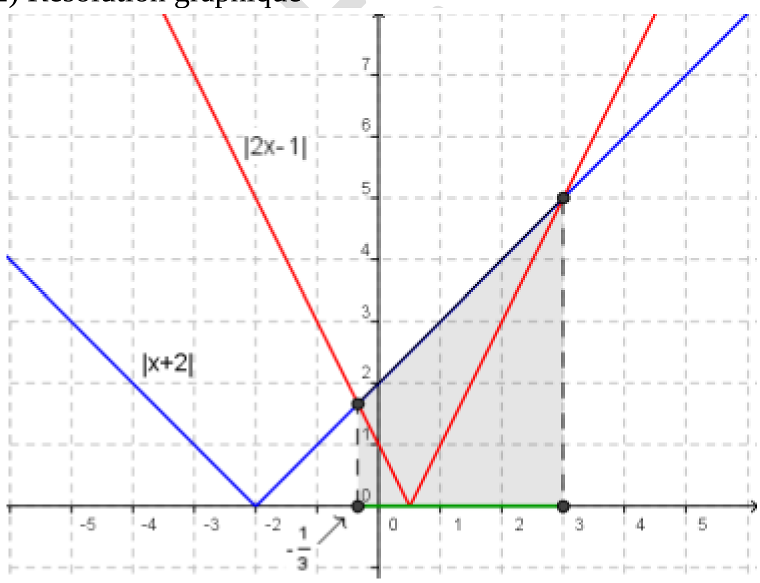
$2x-1=0$ Signifie que : $x=\frac{1}{2}$

✍ On remplit un tableau de forme :

x	$-\infty$	-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$\lvert 2x-1\rvert$	$-2x+1$	5	$-2x+1$	0	$2x-1$	
$\lvert x+2\rvert$	$-x-2$	0	$x+2$	$\frac{5}{2}$	$x+2$	
(E_2)	$-2x+1 \leqslant -x-2$ $x \geqslant 3$ impossible $S_1=\varnothing$		$-2x+1 \leqslant x+2$ $x \geqslant -\frac{1}{3}$ $S_2=\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right]$		$2x-1 \leqslant x+2$ $x \leqslant 3$ $S_3=\left[\frac{1}{2};3\right]$	

On obtient alors la solution : $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \left[-\frac{1}{2};3\right]$

2) Résolution graphique



On obtient alors la solution : $S = \left[-\frac{1}{2};3\right]$

Exercice21 : (*) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

1) $2x-y+4=0$ 2) $x-2y+1=0$;

Corrigé : 1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $2x-y+4=0$

On a $2x-y+4=0$ équivalent à : $y=2x+4$

Donc : $S=\{(x;2x+4)/x\in\mathbb{R}\}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x-2y+1=0$

On a $x-2y+1=0$ équivalent à : $x=2y-1$

Donc : $S=\{(2y-1;y)/y\in\mathbb{R}\}$

Exercice24 : (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $2x-y-2>0$

Corrigé : De l'inéquation précédente on en déduit : l'équation de la droite (D) : $2x-y-2=0$

Cette droite passe par les points $A(0;-2)$ et $B(1;0)$ et détermine deux demi-plans P_1 et P_2

(Il nous reste à trouver lequel des deux demis plans qui est la Solution de l'inéquation.)

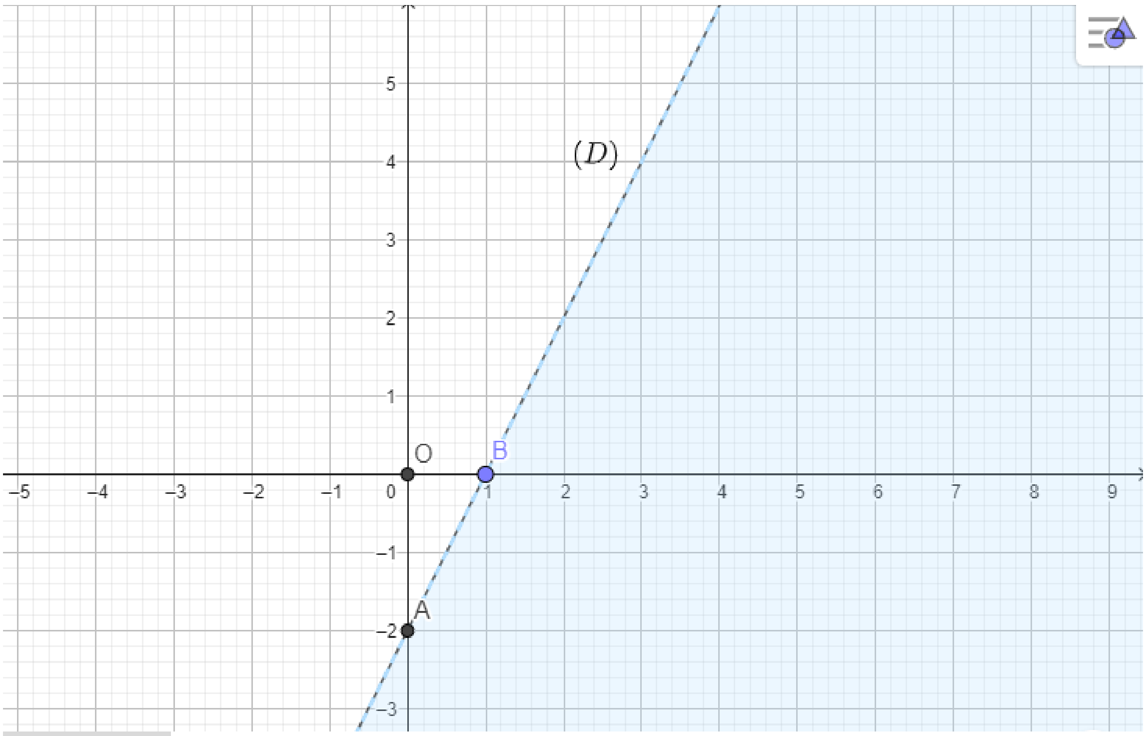
(Nous choisissons un point pris dans l'un des demi-plans, relevons ses coordonnées et nous contrôlons si ce point vérifie l'inéquation.

Conseil : On choisit, de référence, le point « O » de coordonnées (0 ; 0) ; c'est-à-dire x= 0 et y = 0 . Les calculs sont donc simplifiés. (Si la droite passe par « O », on prendra un autre point…)

Soit $O(0;0)$ On a $2\times0-0-2<0$

Donc : les coordonnes (0 ; 0) ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $2x-y-2<0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 colorée en bleu qui ne contient pas le point $O(0;0)$ et privé de la droite (D)



Exercice28 : (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\begin{cases}x+y-1\geq0\\-x+2y+2\leq0\end{cases}$

Corrigé : L'équation de la droite (D_1) : $x+y-1=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x+2y+2=0$

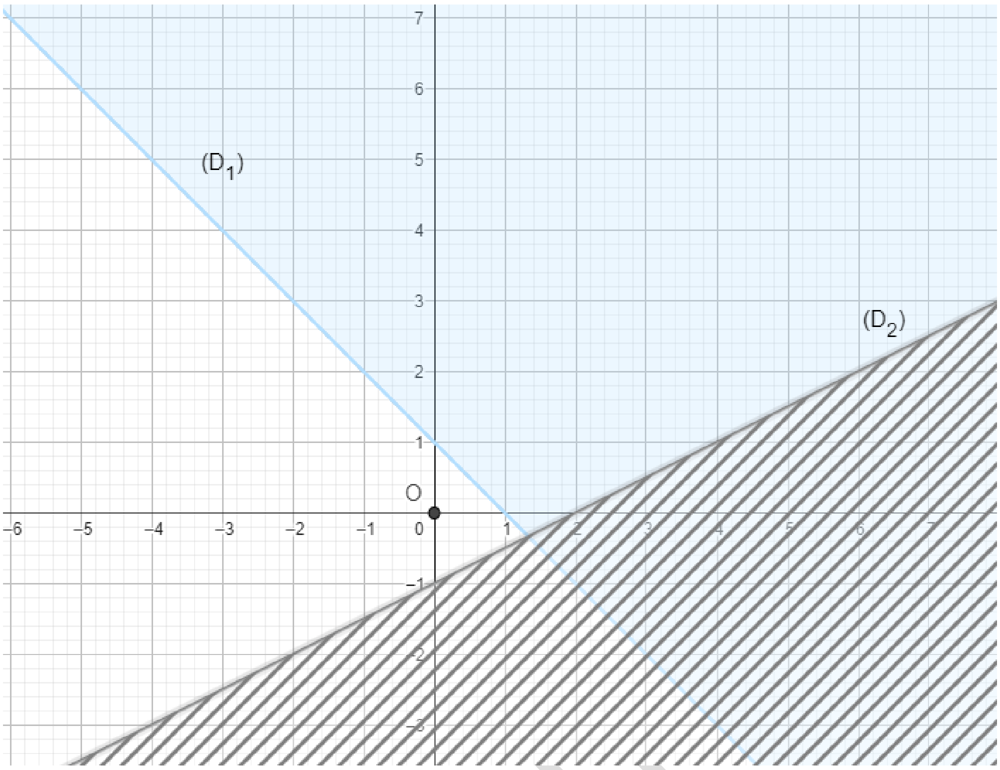
Soit $O(0;0)$ On a $0+0-1\geq 0$ équivalent à : $-1\geq 0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ne vérifie pas l'inéquation. $x+y-1\geq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $-0+2\times 0+2\leq 0$ Équivalent à : $2\leq 0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ne vérifie pas l'inéquation. $-x+2y+2\leq 0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan coloré en bleu et hachurés



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien