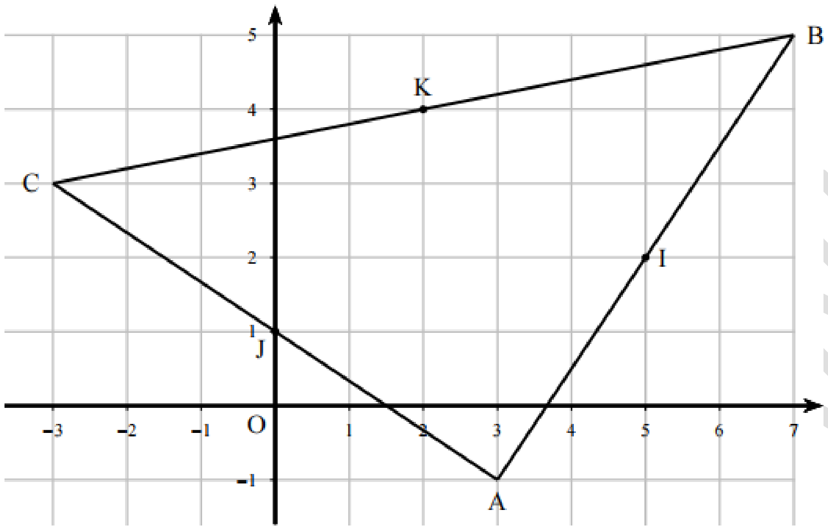
Correction Série N°2 : La droite dans le plan

Exercice 1 : (**) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.d'unité 1cm.

On donne les points : A(3; −1), B(7; 5) et C(−3; 3)

1) Placer les points A, B et C.
2) Déterminer les coordonnées des points I, J, K milieux respectifs de [AB], [AC] et [BC].
3) Calculer les longueur AB, AC et BC.
4) Quelle est la nature du triangle ABC (on se justifiera)

Solution : 1)



2) On obtient I(5; 2) ; J(0; 1) ; K(2; 4) et A(3; −1), B(7; 5) et C(−3; 3)

Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées : $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ c'est-à-dire : $I\left(\frac{3+7}{2};\frac{-1+5}{2}\right)$

C'est-à-dire : $I\left(5;2\right)$

Le milieu J du segment [AC] a pour coordonnées : $J\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ c'est-à-dire : $J\left(\frac{3-3}{2};\frac{-1+3}{2}\right)$

C'est-à-dire : $J\left(0;1\right)$

Le milieu K du segment [BC] a pour coordonnées : $K\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ c'est-à-dire : $K\left(\frac{7-3}{2};\frac{5+3}{2}\right)$

C'est-à-dire : $K\left(2;4\right)$

2) Calculons les distances suivantes : AB, AC et BC.

$$AB=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}=\sqrt{\left(7-3\right)^2+\left(5+1\right)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$$

$$AC=\left\|\overrightarrow{AC}\right\|=\sqrt{\left(x_C-x_A\right)^2+\left(y_C-y_A\right)^2}=\sqrt{\left(-3-3\right)^2+\left(3+1\right)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$$

$$BC=\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\sqrt{\left(x_C-x_B\right)^2+\left(y_C-y_B\right)^2}=\sqrt{\left(-3-7\right)^2+\left(3-5\right)^2}=\sqrt{104}=2\sqrt{26}$$

On a : $AB^2+AC^2=52+52=104$ et $BC^2=104$

Donc : $AB^2+AC^2=BC^2$

Par suite d'après le théorème de Pythagore réciproque le triangle ABC est rectangle en A

Et puisque on a aussi : $AB=AC$ le triangle ABC est donc isocèle rectangle en A

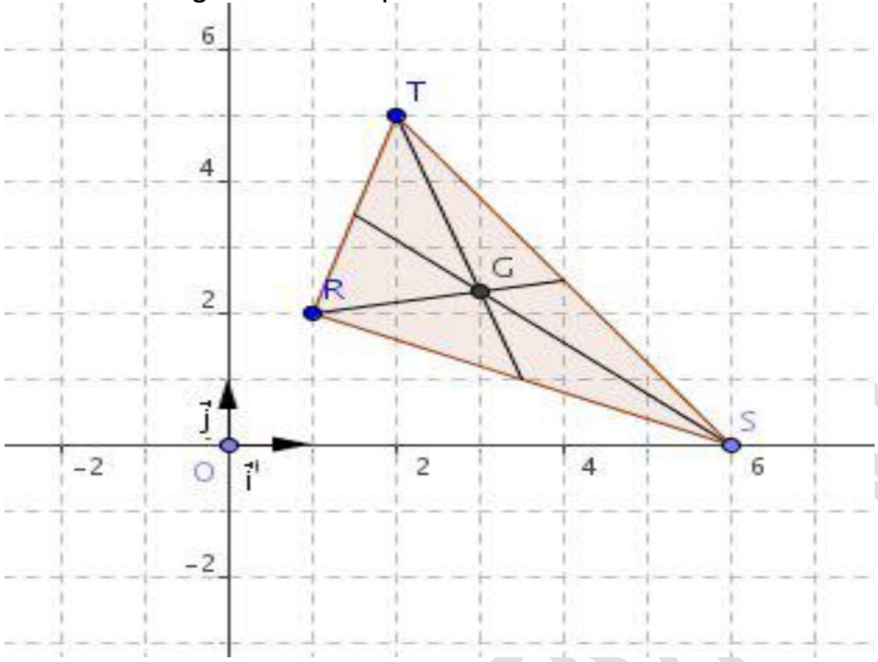
Exercice2 : (**) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Le triangle RST est défini par les points R (1 ; 2), S (6 ; 0) et T (2 ; 5).

1) Faire une figure et placer le point G centre de gravité du triangle RST .

2) Calculer les coordonnées du point G.

Solution :1) voir figure
Le centre de gravité est le point d'intersection des médianes du triangle



2) le point G centre de gravité du triangle RST donc : $\overrightarrow{TG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{TI}$ avec I Le milieu du segment [RS]

Le milieu I du segment [RS] a pour coordonnées $I\left(\frac{x_R+x_S}{2};\frac{y_R+y_S}{2}\right)$

Donc : $I\left(\frac{1+6}{2};\frac{2+0}{2}\right)$ c'est-à-dire : $I\left(\frac{7}{2};1\right)$

On a : $\overrightarrow{TG}\left(x_G-2;y_G-5\right)$ et $\frac{2}{3}\overrightarrow{TI}\left(\frac{2}{3}(\frac{7}{2}-2);\frac{2}{3}(1-5)\right)$ c'est-à-dire : $\frac{2}{3}\overrightarrow{TI}\left(1;-\frac{8}{3}\right)$

On a : $\overrightarrow{TG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{TI}$ Signifie que : $\begin{cases} x_G-2=1 \\ y_G-5=-\frac{8}{3} \end{cases}$

Équivaut à : $\begin{cases} x_G=3 \\ y_G=-\frac{8}{3}+5=\frac{7}{3} \end{cases}$ donc : $G\left(3;\frac{7}{3}\right)$

Exercice3: (**) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ et soit m un paramètre réel

Dans chacun des cas suivants, déterminer m afin que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

1) $\vec{u}\left(m;9\right)$ et $\vec{v}\left(4;m\right)$

2) $\vec{u}\left(-3m+2;3\right)$ et $\vec{v}\left(2m+5;3\right)$

Solution :1) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires Équivaut à : $\det(\vec{u};\vec{v})=0$

Équivaut à : $\begin{vmatrix} m & 4 \\ 9 & m \end{vmatrix}=0$

Équivaut à : $m^2-4\times 9=0$

Équivaut à : $m^2=36$ Équivaut à : $m=\sqrt{36}$ ou $m=-\sqrt{36}$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires Équivaut à : $m=6$ ou $m=-6$

Pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires il faut et il suffit que : $m=6$ ou $m=-6$

2) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires Équivaut à : $\det(\vec{u};\vec{v})=0$

Équivaut à : $\begin{vmatrix} -3m+2 & 2m+5 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}=0$ Équivaut à : $3(-3m+2)-3(2m+5)=0$

Équivaut à : $-9m+6-6m-15=0$

Équivaut à : $-15m-9=0$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires Équivaut à : $m=-\frac{9}{15}=-\frac{3}{5}$

Pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires il faut et il suffit que : $m=-\frac{3}{5}$

Exercice4 : (*) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Donner une représentation paramétrique de la droite $D(A;\vec{u})$ qui passe par $A(-1;3)$ et $\vec{u}\left(-\frac{1}{2};2\right)$ un vecteur directeur.

Solution : Une représentation paramétrique de la droite $D(A;\vec{u})$ est : $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}t-1 \\ y=2t+3 \end{cases}$

Exercice5 : (*) Donner un point et un vecteur directeur de la droite D de représentation paramétrique $\begin{cases} x=7t-1 \\ y=-4t+11 \end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$

Solution : On a $A(-1;11)\in D$ et $\vec{u}(7;-4)$ est un vecteur directeur de la droite D.

Exercice6: (**) le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Soient les points $A(-2,1)$; $B(3,7)$

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) et déterminer les points d'intersections de la droite (AB) avec les axes du repère.

Solution : $\overrightarrow{AB}(3+2;7-1)$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}(5;6)$

La droite (AB) passe par $A(-2,1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}(5;6)$ donc une représentation paramétrique de la droite (AB) est : $(AB)\begin{cases} x=-2+5t \\ y=1+6t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$

a) L'intersections de la droite (AB) avec l'axe des abscisses est le point tel que : $y=1+6t=0$

Donc $t=-\frac{1}{6}$ c'est-à-dire : $x=-2+5\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-2-\frac{5}{6}=-\frac{17}{6}$

Par suite le point d'intersections de la droite (AB) avec l'axe des abscisses est : $C\left(-\frac{17}{6},0\right)$

b) L'intersections de la droite (AB) avec l'axe des ordonnées est le point tel que : $x=-2+5t=0$

Donc : $t=\frac{2}{5}$ alors : $\begin{cases} x=0 \\ y=1+6\times\frac{2}{5}=\frac{12}{5}+1=\frac{17}{5} \end{cases}$

Par suite le point d'intersections de la droite (AB) avec l'axe des ordonnées est : $D\left(0,\frac{17}{5}\right)$

Exercice7: (**) le plan rapporté au repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Dans chacun des cas, dire si le point A appartient à la droite (D)

1) Une équation cartésienne de (D) est : $-x+3y+1=0$ et $A(4;1)$

2) Une équation cartésienne de (D) est : $6x-y-2=0$ et $A(2;12)$

Solution :1) Une équation cartésienne de (D) est : $-x+3y+1=0$ et $A(4;1)$

$-(4)+3\times(1)+1=-4+3+1=-4+4=0$

Donc : $A\in(D)$

2) Une équation cartésienne de (D) est : $6x-y-2=0$ et $A(2;12)$

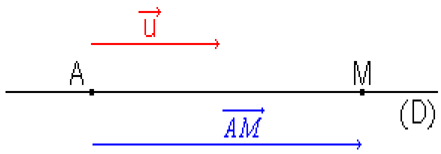
$6\times(2)-12-2=12-14=-2\neq 0$

Donc : $A\notin(D)$

Exercice8: (*) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $A(1;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-1;3)$.

Solution : Soit M un point de (D) de coordonnées : $M(x;y)$

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}(x-1;y+1)$ et $\vec{u}(-1;3)$ sont colinéaires

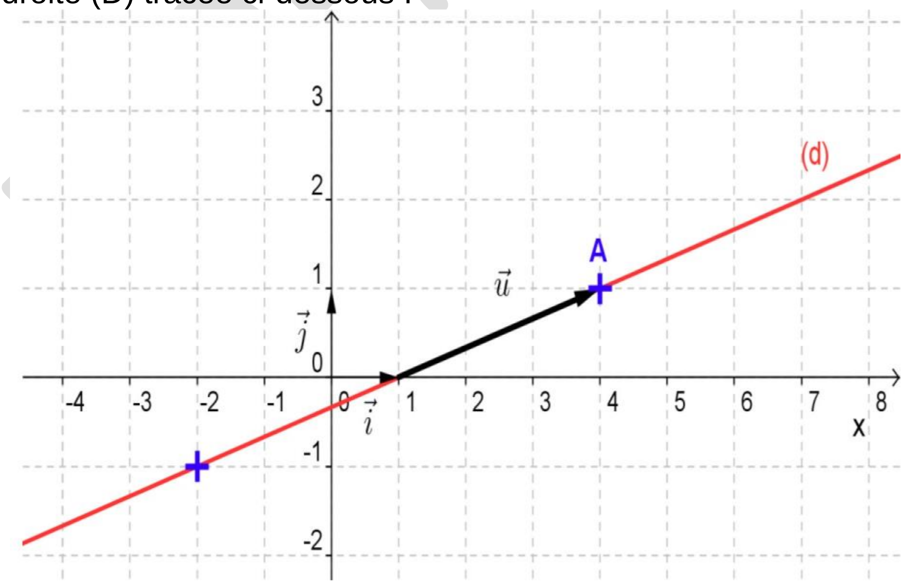


Équivaut à : $\begin{vmatrix} x-1 & -1 \\ y+1 & 3 \end{vmatrix}=0$ c'est-à-dire : $3(x-1)-(-1)(y+1)=0$

Équivaut à : $3x-3+y+1=0$ c'est-à-dire : $3x+y-2=0$

Par suite une équation cartésienne de la droite (D) est : $3x+y-2=0$

Exercice9 : (**) Soit $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ un repère du plan. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) tracée ci-dessous :



Solution : <u>Méthode1 :</u> Le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (D), On lit graphiquement $\vec{u}(3;1)$ Donc a =1 et b = -3

Une équation cartésienne de la droite (D) est de la forme : $x-3y+c=0$

Comme le point A (4 ; 1) appartient à la droite (D), ses coordonnées vérifient l'équation :

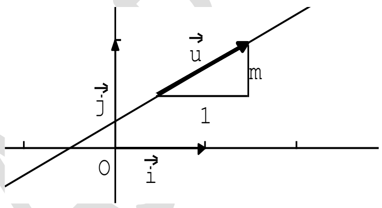
$4-3+c=0$ Donc : $c=-1$

Une équation cartésienne de la droite (D) est : $x-3y-1=0$

Méthode 2 : On prend deux points de la droite.

Par exemple A (4 ; 1) et B (-2 ; -1) et on applique la même méthode

Remarque :



• Si m *est* le coefficient directeur de la droite alors un vecteur directeur de cette droite est $\vec{u}(1;m)$

• Si $\vec{u}(-b;a)$ *est* un vecteur directeur de la droite (D) et $b\neq 0$ alors $m=-\frac{a}{b}$ est un coefficient directeur de la droite

Exercice10 : (*) Soit (D) la droite d'équation cartésienne : $4x+2y+3=0$

Déterminer l'équation réduite de la droite(D) et son coefficient directeur et un vecteur directeur

Solution :

• Son équation réduite est : $y=-2x-3$

• *-2 est* le coefficient directeur de la droite (D)

• Un vecteur directeur de cette droite est $\vec{u}(-2;4)$ ou $\vec{u}(1;-2)$

Exercice11 : (**) Le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) On donne les points A(−2; −1), B(5; 3) et C(7; 4).

Les point A, B et C sont-ils alignés ?

2) On donne les points A(−3; 2), B(1; 4), C(−1; −3) et D(−3; −4)

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Solution :1) On calcule : $\overrightarrow{AB}(7;4)$ et $\overrightarrow{AC}(9;5)$

$$\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\begin{vmatrix}7 & 9\\ 4 & 5\end{vmatrix}=7\times 5-9\times 4=35-36=-1\neq 0$$

Le déterminant est non nul, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et donc les points : A,B et C ne sont pas alignés.

2) On calcule : $\overrightarrow{AB}(4;2)$ et $\overrightarrow{CD}(-2;-1)$

On a donc : $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CD}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

Par suite les droites (AB) et (CD) sont parallèles

Exercice12 : (***) Dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Soient les points $A(-2;-2)$; $B(1;4)$ et $C(4;1)$

1) Déterminer les coordonnées des points I et J milieux respectifs des segments [AB] et [BC].

2) Déterminer une équation cartésienne des droites (AC) et (IJ)

3) Que peut-on dire des droites (AC) et (IJ)? Pourquoi ? Quelle propriété de géométrie Vient-on d'illustrer ?

Solution :1) Le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées : $I\left(\frac{x_B+x_A}{2};\frac{y_B+y_A}{2}\right)$

Donc : $I\left(\frac{1+(-2)}{2};\frac{4+(-2)}{2}\right)$ c'est-à-dire : $I\left(-\frac{1}{2};1\right)$

Le milieu J du segment [BC].a pour coordonnées : $J\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$

Donc : $J\left(\frac{1+4}{2};\frac{4+1}{2}\right)$ c'est-à-dire : $J\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$

2) a) Déterminons une équation cartésienne de la droite (AC) .

Methode1 : Soit M un point de coordonnées :

$M(x;y)\in(AC)$ Équivaut à : Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires $A(-2;-2)$; $C(4;1)$

si et seulement si : $\det\left(\overrightarrow{AM};\vec{u}\right)=0$ avec $\overrightarrow{AM}(x+2;y+2)$ et $\overrightarrow{AC}(6;3)$

Équivaut à : $\begin{vmatrix} x+2 & 6 \\ y+2 & 3 \end{vmatrix}=0$ Équivaut à : $3(x+2)-6(y+2)=0$

Équivaut à : $3x+6-6y-12=0$

Équivaut à : $3x-6y-6=0$

Équivaut à : $3(x-2y-2)=0$

Équivaut à : $x-2y-2=0$

Une équation cartésienne de la droite (AC) est : $x-2y-2=0$

Methode2 : Une équation cartésienne de la droite (AC)) s'écrit sous la forme :

(AC) : $ax+by+c=0$

Un vecteur directeur de (AC) est le vecteur : $\overrightarrow{AC}(6;3)$

Un vecteur directeur de (AC) est le vecteur : $\vec{u}(-b;a)$

Donc : $a=3$ et $b=-6$ alors l'équation devient : (AC) : $3x-6y+c=0$

Or on sait que $A(-2;-2)$ et $A\in(AC)$

Donc : $3\times(-2)-6\times(-2)+c=0$ c'est-à-dire : $-6+12+c=0$ donc : $c=-6$

Par suite : (AC) : $3x-6y-6=0$ c'est-à-dire : $3(x-2y-2)=0$ c'est-à-dire : $x-2y-2=0$

Une équation cartésienne de la droite (AC) est : $x-2y-2=0$

b) Déterminons une équation cartésienne de la droite (IJ) .

Methode1 : Soit M un point de coordonnées :

$M(x;y)\in(IJ)$ Équivaut à : Les vecteurs $\overrightarrow{IM}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires $I\left(-\frac{1}{2};1\right)$; $J\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$

si et seulement si : $\det\left(\overrightarrow{IM};\overrightarrow{IJ}\right)=0$ avec $\overrightarrow{IM}\left(x+\frac{1}{2};y-1\right)$ et $\overrightarrow{IJ}\left(3;\frac{3}{2}\right)$

Équivaut à : $\begin{vmatrix} x+\frac{1}{2} & 3 \\ y-1 & \frac{3}{2} \end{vmatrix}=0$ Équivaut à : $\frac{3}{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)-3(y-1)=0$

Équivaut à : $\frac{3}{2}x+\frac{3}{4}-3y+3=0$

Équivaut à : $\frac{3}{2}x-3y+\frac{15}{4}=0$ On multiplions par 4

Équivaut à : $6x-12y+15=0$

Une équation cartésienne de la droite (IJ) est : $6x-12y-21=0$

Methode2 : Une équation cartésienne de la droite (IJ) s'écrit sous la forme :

(IJ) : $ax+by+c=0$

Un vecteur directeur de (IJ) est le vecteur : $\overrightarrow{IJ}\left(3;\frac{3}{2}\right)$

Un vecteur directeur de (IJ) est le vecteur : $\vec{u}(-b;a)$

Donc : $a=\frac{3}{2}$ et $b=-3$ alors l'équation devient : (IJ) : $\frac{3}{2}x-3y+c=0$

Or on sait que $I\left(-\frac{1}{2};1\right)$ et $I\in(IJ)$

Donc : $\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)-3\times1+c=0$ c'est-à-dire : $-\frac{3}{4}-3+c=0$ donc : $c=\frac{15}{4}$

Par suite : (IJ) : $\frac{3}{2}x-3y+\frac{15}{4}=0$ On multiplions par 4 alors : $6x-12y-21=0$

Une équation cartésienne de la droite (IJ) est : $6x-12y-21=0$

3) Un vecteur directeur de (IJ) est le vecteur : $\overrightarrow{IJ}\left(3;\frac{3}{2}\right)$

Et Un vecteur directeur de (AC) est le vecteur : $\overrightarrow{AC}(6;3)$

$$\det\left(\overrightarrow{IJ};\overrightarrow{AC}\right)=\begin{vmatrix}3 & 6\\ \frac{3}{2} & 3\end{vmatrix}=3\times3-\frac{3}{2}\times6=9-9=0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires

Par suite les droites (AC) et (IJ) sont parallèles

On retrouve le théorème des milieux : « dans un triangle, la droite qui relie le milieu de deux côtés est parallèle au troisième »

Exercice13 : (**) On considère les droites (D_1) ;(D_2) et (D_3)

(D_1) : $x+2y-1=0$; (D_2) : $y=-\frac{x}{2}+3$ et (D_3) : $-2x+3y+5=0$

1)Les droites (D_1) et (D_2) sont-elles parallèles ? Si non, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

2)Les droites (D_1) et (D_3) sont-elles parallèles ? Si non, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Solution :1) (D_1) : $x+2y-1=0$ donc $\vec{u}_1(-2;1)$ est un vecteur directeur de (D_1)

(D_2) : $y=-\frac{x}{2}+3$ donc $\vec{u}_2\left(1;-\frac{1}{2}\right)$ est un vecteur directeur de (D_1)

Remarque : Si (Δ) : $y=mx+p$ alors $\vec{u}(1;m)$ est un vecteur directeur de (D_1).

On a donc : $\vec{u}_1 = 2\vec{u}_2$

Alors les vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sont colinéaires donc (D_1) et (D_2) sont parallèles

2) (D_1) **:** $x+2y-1=0$ donc $\vec{u}_1(-2;1)$ est un vecteur directeur de (D_1)

(D_3) **:** $-2x+3y+5=0$ donc $\vec{u}_3(-3;-2)$ est un vecteur directeur de (D_3)

$$\det(\vec{u}_1;\vec{u}_3)=\begin{vmatrix}-2 & -3\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-2+3=1\neq 0$$

Alors les vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_3$ ne sont pas colinéaires donc (D_1) et (D_3) ne sont donc pas parallèles.

Les coordonnées de leur point d'intersection sont solution du système : $\begin{cases}x+2y=1\\ -2x+3y=-5\end{cases}$

Soit $E(x;y)$ ce point d'intersection de (D_1) et (D_3) Alors **:** $(x;y)$ vérifie le système :

Donc : $\begin{cases}x+2y=1\\ -2x+3y=-5\end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases}x=1-2y\\ -2x+3y=-5\end{cases}$

Donc : $\begin{cases}x=1-2y\\ -2(1-2y)+3y=-5\end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases}x=1-2y\\ 4y-2+3y=-5\end{cases}$

Donc : $\begin{cases}x=1-2y\\ 7y=-3\end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases}x=1-2\left(\dfrac{-3}{7}\right)\\ y=\dfrac{-3}{7}\end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases}x=\dfrac{13}{7}\\ y=\dfrac{-3}{7}\end{cases}$ alors : $E\left(\dfrac{13}{7};-\dfrac{3}{7}\right)$.

Exercice14 : (**) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ et soient les points $A(1,2)$; $B(3,-2)$ et les droites : $(D_1):6x+3y+2=0$ et $(D_2):3x-2y-1=0$.

1) Montrer que les droites (D_1) et (D_2) sont sécantes et déterminer le point d'intersection H (x ; y) .

2) Donner une équation cartésienne de la droite (AB).

3) Etudier la position relative des droites (AB) et (D_1).

4) Donner une représentation paramétrique de la droite (Δ) qui passe par le point $C(1,2)$ et parallèle a (D_2)

Solutions : 1) $(6)\times(-2)-3\times 3=-12-9=-21\neq 0$

Donc : (D_1) et (D_2) se coupent et Le point d'intersection vérifie le système :

$\begin{cases}6x+3y+2=0\\ 3x-2y-1=0\end{cases}$ C'est-à-dire : $\begin{cases}6x+3y=-2\\ 3x-2y=1\end{cases}$ $\Delta=\begin{vmatrix}6 & 3\\ 3 & -2\end{vmatrix}=-21\neq 0$

Donc solution unique : $x=\dfrac{\begin{vmatrix}-2 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}}{\Delta}=-\dfrac{1}{21}$ et $y=\dfrac{\begin{vmatrix}6 & -2\\ 3 & 1\end{vmatrix}}{\Delta}=\dfrac{12}{-21}=-\dfrac{4}{7}$

Par suite : le point d'intersection est $H\left(-\frac{1}{21};-\frac{4}{7}\right)$

2) la droite (AB) a une équation de la forme :(AB) : $ax+by+c=0$

Un vecteur directeur est : $\overrightarrow{AB}(2,-4)$ $\overrightarrow{AB}(-b,a)$ donc : $a=-4$ et $b=-2$

L'équation devient : $-4x-2y\ +c=0$

On a : $A\in(AB)$donc : $-4-4+c=0$ c'est-à-dire : $c=8$

Donc : (AB) $-4x-2y+8=0$ ou : (AB) : $2x+y-4=0$

3) On a (AB) : $2x+y-4=0$ et $(D_1):6x+3y+2=0$

Et on a : $(6)\times(1)-3\times2=6-6=0$ donc : (D_1)et (AB)sont parallèles

4) (Δ) est parallèle a(D_2) donc le vecteur directeur de (D_2)est un vecteur directeur de (Δ)

Donc :$\vec{u}(2;3)$est un vecteur (Δ) qui passe par$C(1,2)$

Par suite (Δ) : $\begin{cases} x\ =1+2t \\ y=2+3t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Exercice15 : (**) Le plan est rapporté au repère orthonormé$(O;\vec{i};\vec{j})$.

Etudier la position relative des droites (D_1)et (D_2) dans les cas suivants et s'ils sont sécantes déterminer leurs points d'intersection H (x ; y)

1) $(D_1)\begin{cases} x\ =3t-1 \\ y=-2t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$ et $(D_2)\begin{cases} x\ =-6k+1 \\ y=4k+5 \end{cases}(k\in\mathbb{R})$

2) (D_1) : $\begin{cases} x\ =-2t+2 \\ y=t+1 \end{cases}(t\in\mathbb{R})$ et $(D_2):-x+2y+3=0$

Solutions :1) Un vecteur directeur de (D_1)est : $\vec{u}_1(3;-2)$

Un vecteur directeur de (D_2)est : $\vec{u}_2(-6;4)$

$\det(\vec{u_1};\vec{u_2})=\begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}=12-12=0$ Alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Par suite : (D_1)et (D_2) sont strictement parallèles ou confondus

On a : $A(-1;0)\in(D_1)$ on va voir s'il appartient a (D_2) ????

$\begin{cases} -1\ =-6k+1 \\ 0=4k+5 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} -2\ =-6k \\ -5=4k \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} \frac{1}{3}\ =k \\ -\frac{5}{4}=k \end{cases}$ mais : $-\frac{5}{4}\neq\frac{1}{3}$

Donc : $A(-1;0)\notin(D_2)$

Par suite : (D_1)et (D_2)sont strictement parallèles

2) (D_1) :$\begin{cases} x\ =-2t+2 \\ y=t+1 \end{cases}(t\in\mathbb{R})$ et $(D_2):-x+2y+3=0$

Un vecteur directeur de (D_1) est : $\vec{u}_1(-2;1)$ et un vecteur directeur de (D_2)est : $\vec{u}_2(-2;-1)$

$\det(\vec{u_1};\vec{u_2})=\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=2+2=4\neq0$ Alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires

Par suite : (D_1)et (D_2)se coupent.

Le point d'intersection vérifie le système : $\begin{cases} x = -2t+2 \\ y = t+1 \\ -x+2y+3=0 \end{cases}$

Donc : $-(-2t+2)+2(t+1)+3=0$ c'est-à-dire : $4t+3=0$ par suite : $t=-\frac{3}{4}$

Alors : $I:\begin{cases} x = -2\times\left(-\frac{3}{4}\right)+2 \\ y=-\frac{3}{4}+1 \end{cases}$ c'est-à-dire : $I:\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}$ et par conséquent : $(D_1)\cap(D_2)=\left\{I\left(\frac{7}{2};\frac{1}{4}\right)\right\}$

Exercice16 : (***) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ et $x\in\mathbb{R}$

Soient : $A(-1;2)$; $B(1;3)$; $C\left(0;\frac{5}{2}\right)$ trois points du plan

$\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{v}=-2\vec{i}+3\vec{j}$ deux vecteurs

1)Montrer que : les points A ; B ; C sont alignés.

2)Montrer que : $(A,\vec{u},\vec{v})$ est un repère du plan.

3) Déterminer les coordonnées du point : B dans le repère $(A,\vec{u},\vec{v})$.

Solution : 1) *Méthode1 :* les points A ; B ; C sont alignés Si et seulement s'il existe un nombre réel k tel que : $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$

On a : $A(-1;2)$; $B(1;3)$ donc : $\overrightarrow{AB}(2;1)=2\vec{i}+1\vec{j}$

On a : $A(-1;2)$; $C\left(0;\frac{5}{2}\right)$ donc : $\overrightarrow{AC}\left(1;\frac{1}{2}\right)=1\vec{i}+\frac{1}{2}\vec{j}$

Par suite : $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+1\vec{j}=2\left(\vec{i}+\frac{1}{2}\vec{j}\right)=2\overrightarrow{AC}$

Donc : $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$ avec k=2

C'est-à-dire que les points A ; B ; C sont alignés

Méthode2 : Nous utilisons « A ; B ; C sont alignés si et seulement si $\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=0$

$\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}=2\times\frac{1}{2}-1\times1=0$ C'est-à-dire que les points A ; B ; C sont alignés

2)Pour montrer que $(A,\vec{u},\vec{v})$ est un repère du plan.

Il suffit de montrer que : $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{v}=-2\vec{i}+3\vec{j}$ sont non colinéaires,

Méthode1 : Il suffit de montrer que : $\det(\vec{u};\vec{v})\neq0$.

$\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}=1\times3-(-2)\times1=5\neq0$ Donc : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires

Par suite : $(A,\vec{u},\vec{v})$ est un repère du plan.

Méthode2 : nous allons utiliser le raisonnement par l'absurde :

Supposons que : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Alors il existe un nombre réel k tel que : $\vec{u}=k\vec{v}$

Nous obtenons ainsi : $\begin{cases} -2k=1 \\ 3k=1 \end{cases}$ d'où : $k=-\frac{1}{2}$ et $k=\frac{1}{3}$ c'est impossible

Par conséquent $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires.

3) déterminons les coordonnées $(x;y)$ du point : B dans le repère $(A,\vec{u},\vec{v})$:

Puisque A est l'origine du repère nous avons :

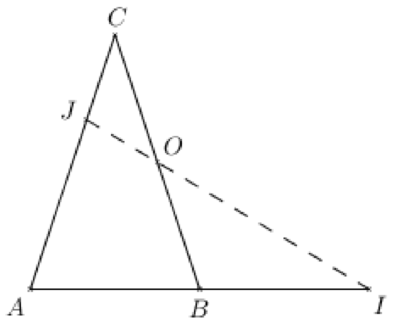
$\overrightarrow{AB} = x\vec{u} + y\vec{v} = x(\vec{i} + \vec{j}) + y(-2\vec{i} + 3\vec{j})$

$\overrightarrow{AB} = x\vec{u} + y\vec{v} = (x-2y)\vec{i} + (x+3y)\vec{j}$

D'autre part nous avons : $\overrightarrow{AB}(2;1) = 2\vec{i} + 1\vec{j}$

Donc : $\begin{cases} x-2y=2 \\ x+3y=1 \end{cases}$ d'où : $x = \frac{8}{5}$ et $x = \frac{-1}{5}$.

Exercice17 : (***) À partir du triangle ABC on construit les points I ; J tel que : $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$



1) Déterminer les coordonnées des points : A ; B ; C ; I ; J dans le repère : $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (IJ)

3) Démontrer que la droite (IJ) passe par le milieu O du segment $[BC]$

Solution :1)En considérant le repère : $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ on a $A(0;0)$

On a $\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AC}$ donc $B(1;0)$ et on a $\overrightarrow{AC} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AC}$ donc $C(0;1)$

On a : $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AC}$ donc : $I(2;0)$ dans le repère : $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

On a : $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = 0\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ donc : $J\left(0;\frac{2}{3}\right)$ dans le repère : $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

2) $(IJ) : ax + by + c = 0$

On a : $\overrightarrow{IJ}\left(-2;\frac{2}{3}\right)$ un vecteur directeur de (IJ) est $\overrightarrow{IJ}(-b;a)$ donc : $a = \frac{2}{3}$ et $b = 2$

Par suite l'équation devient (IJ) : $\frac{2}{3}x + 2y + c = 0$.

Or on sait que : $I(2;0) \in (IJ)$ donc : $\frac{2}{3}\times(2) + 2\times 0 + c = 0$ c'est-à-dire : $c = -\frac{4}{3}$

Par suite (IJ): $\frac{2}{3}x + 2y - \frac{4}{3} = 0$

On multiplie cette équation par : 3 on trouve (IJ): $2x + 6y - 4 = 0$

3) Démontrons que la droite (IJ) passe par le milieu O du segment $[BC]$

Le milieu O du segment $[BC]$ est $O\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ et on a : $B(1;0)$ et $C(0;1)$

Donc : $O\left(\frac{0+1}{2};\frac{0+1}{2}\right)$ c'est-à-dire : $O\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Regardons si les coordonnées du point $O\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ vérifient l'équation de la droite (IJ)

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2}-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}+1-\frac{4}{3}=-1+1=0$

Donc : $O\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ vérifient l'équation de la droite (IJ)

Pa suite : droite (IJ) passe par le milieu O du segment $[BC]$

Exercice18 : (***) Dans le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ on considère les points Suivants : $A(-1;2)$; $B(5;-2)$; $C(6;3)$ et $E(-2;-3)$

1) Soit (Δ) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-2)$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ)

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)

c) Montrer que : $B\in(\Delta)$

d) Déterminer les coordonnées du point F d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des ordonnées.

e) Déterminer les coordonnées du point G d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des abscisses.

2) Soit (D) la droite définie par la représentation paramétrique suivante: $(D)\begin{cases}x=8t-2\\y=6t-3\end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D)

b) Montrer que les droites (D) et (Δ) sont sécantes, puis déterminer leurs points d'intersection.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') parallèles a (D) passant par $C(6;3)$

Solution :1) a) Soit (Δ) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-2)$

a) On cherche une équation cartésienne de la droite (Δ)

Méthode1 : Soit M un point de coordonnées : $M(x;y)\in(\Delta)$

$M(x;y)\in(\Delta)$ Équivaut à : les vecteurs $\overrightarrow{AM}(x+1;y-2)$ et $\vec{u}(3;-2)$ sont colinéaires

Équivaut à : $\det(\overrightarrow{AM};\vec{u})=0$

Équivaut à : $\begin{vmatrix}x+1 & 3\\ y-2 & -2\end{vmatrix}=0$ Équivaut à : $-2(x+1)-3(y-2)=0$

Équivaut à : $-2x-2-3y+6=0$ Équivaut à : $-2x-3y+4=0$

D'où : une équation cartésienne de la droite (Δ) est : $(\Delta):-2x-3y+4=0$

Méthode2 : Une équation cartésienne de la droite (Δ) s'écrit sous la forme : (Δ) $ax+by+c=0$

Un vecteur directeur de (Δ) est $\vec{u}(-b;a)$ or on a : $\vec{u}(3;-2)$

Donc : $a=-2$ et $b=-3$ alors l'équation devient : (D) $-2x-3y+c=0$

Or on sait que $A(-1;2)$ et $A\in(\Delta)$

Donc : $-2\times(-1)-3\times 2+c=0$ c'est-à-dire : $2-6+c=0$ donc : $c=4$

Par suite : $(\Delta):-2x-3y+4=0$

b) On cherche une représentation paramétrique de la droite (Δ)

On a : (Δ) la droite passe par $A(-1;2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-2)$

Donc : une représentation paramétrique de la droite (Δ) est : $(\Delta)\ \begin{cases} x=3t-1 \\ y=-2t+2 \end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$

c) Montrons que : $B\in(\Delta)$

Méthode1 : On a : $B(5;-2)$ alors : $-2x_B-3y_B+4=-2\times5-3\times(-2)+4$

$=-10+6+4$

$=0$ Par suite : $B\in(\Delta)$

Méthode2 : On a : : $(\Delta)\ \begin{cases} x=3t-1 \\ y=-2t+2 \end{cases}$ et $B(5;-2)$ alors : $\begin{cases} 5=3t-1 \\ -2=-2t+2 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} 6=3t \\ -4=-2t \end{cases}$ signifie que : $\begin{cases} t=2 \\ t=2 \end{cases}$ (On trouve la même valeur pour $t\in\mathbb{R}$)

Par suite : $B\in(\Delta)$

Remarque : si on trouve des valeurs différentes pour t alors le point n'appartient pas a la droite

d) On cherche les coordonnées du point F d'intersection de la droite (Δ) et l'axe (OY).

Méthode1 : On a : $(\Delta)\ \begin{cases} x=3t-1 \\ y=-2t+2 \end{cases}$

$F(x;y)\in(\Delta)\cap(OY)$ Équivaut à : $\begin{cases} x=0 \\ y=-2t+2 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} 3t-1=0 \\ y=-2t+2 \end{cases}$

Équivaut à : $\begin{cases} t=\frac{1}{3} \\ y=-2t+2 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} t=\frac{1}{3} \\ y=-2\times\frac{1}{3}+2=\frac{4}{3} \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} x=0 \\ y=\frac{4}{3} \end{cases}$ par suite : $F\left(0;\frac{4}{3}\right)$ est le point d'intersection de la droite (Δ) et l'axe (OY)

Méthode2 : On a : $(\Delta):-2x-3y+4=0$

$F(x;y)\in(\Delta)\cap(OY)$ Équivaut à : $\begin{cases} x=0 \\ -2x-3y+4=0 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} x=0 \\ -2\times0-3y+4=0 \end{cases}$

Équivaut à : $\begin{cases} x=0 \\ -3y=-4 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} x=0 \\ y=\frac{4}{3} \end{cases}$

Par suite : $F\left(0;\frac{4}{3}\right)$ est le point d'intersection de la droite (Δ) et l'axe (OY)

e) On cherche les coordonnées du point G d'intersection de la droite (Δ) et l'axe (OX).

Méthode1 : On a : $(\Delta)\begin{cases} x=3t-1 \\ y=-2t+2 \end{cases}$

$G(x;y)\in(\Delta)\cap(OX)$ Équivaut à : $\begin{cases} x=3t-1 \\ y=0 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} x=3t-1 \\ -2t+2=0 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} x=3t-1 \\ t=1 \end{cases}$

Équivaut à : $\begin{cases} x=3\times1-1=2 \\ y=0 \end{cases}$

Par suite : $G(2;0)$ est le point d'intersection de la droite (Δ) et l'axe (OX)

Méthode2 : On a : $(\Delta): -2x-3y+4=0$

$G(x;y)\in(\Delta)\cap(OX)$ Équivaut à : $\begin{cases} y=0 \\ -2x-3y+4=0 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} y=0 \\ -2x-3\times0+4=0 \end{cases}$

Équivaut à : $\begin{cases} y=0 \\ -2x=-4 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases}$

Par suite : $G(2;0)$ est le point d'intersection de la droite (Δ) et l'axe (OX)

2) Soit (D) la droite définie par la représentation paramétrique suivante: $(D)\begin{cases} x=8t-2 \\ y=6t-3 \end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$

a) Déterminons une équation cartésienne de la droite (D)

Méthode1 : Soit $t\in\mathbb{R}$; on a : $(D)\begin{cases} x=8t-2 \\ y=6t-3 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} x+2=8t \\ y+3=6t \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} \frac{x+2}{8}=t \\ \frac{y+3}{6}=t \end{cases}$

Donc on obtient : $\frac{x+2}{8}=\frac{y+3}{6}$ (On Ecrit cette Equation sous la forme ax + by + c = 0):

Équivaut à : $6(x+2)=8(y+3)$

Équivaut à : $6(x+2)=8(y+3)$

Équivaut à : $6x+12=8y+24$

Équivaut à : $6x-8y-12=0$

Équivaut à : $2(3x-4y-6)=0$

Équivaut à : (D) : $3x-4y-6=0$

Méthode2 : on a : $(D)\begin{cases} x=8t-2 \\ y=6t-3 \end{cases}$

Donc : la droite (D) passe par $E(-2;-3)$ et de vecteur directeur $\vec{v}(8;6)$

Une équation cartésienne de la droite (D) s'écrit sous la forme : (Δ) $ax+by+c=0$

Un vecteur directeur de (D) est $\vec{v}(-b;a)$ or on a : $\vec{v}(8;6)$

Donc : $a=6$ et $b=-8$ alors l'équation devient : (D) $6x-8y+c=0$

Or on sait que $E(-2;-3)$ et $E \in (D)$

Donc : $6\times(-2)-8\times(-3)+c=0$ c'est-à-dire : $-12+24+c=0$ donc : $c=-12$

Par suite : $(D)\ 6x-8y-12=0$

C'est-à-dire après simplification : (D) : $3x-4y-6=0$

2)b) Montrons que les droites (D) et (Δ) sont sécantes, puis déterminons leurs points d'intersection.

Méthode1 : On a : (Δ) la droite passant par A et de vecteur directeur $\boxed{\vec{u}(3;-2)}$

On a : $(D)\ \begin{cases} x=8t-2 \\ y=6t-3 \end{cases}$: Un vecteur directeur de (D) est $\vec{v}(8;6)$

Ou On a : (D) : $3x-4y-6=0$: Un vecteur directeur de (D) est $\vec{v}(4;3)$

$$\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}=3\times6-(-2)\times8=18+16=34\neq0$$

Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{u}$ ne sont pas colinéaires alors les droites (D) et (Δ) sont sécantes

Notons : $M(x;y)\in(\Delta)\cap(D)$

$M(x;y)\in(\Delta)\cap(D)$ Équivaut à : $\begin{cases} (D):3x-4y-6=0 \\ (\Delta):-2x-3y+4=0 \end{cases}$

Équivaut à : $\begin{cases} 3x-4y=6 \\ -2x-3y=-4 \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} 3x-4y=6 & (\times2) \\ 2x+3y=4 & (\times-3) \end{cases}$ Équivaut à : $\begin{cases} 6x-8y=12 \\ -6x-9y=-12 \end{cases}$

On fait la somme des Equations (1) et (2) on obtient : $6x-8y-6x-9y=0$

Équivaut à : $17y=0$ Équivaut à : $y=0$

D'où : $3x-4y=6$ Équivaut à : $3x-4\times0=6$ Équivaut à : $3x=6$ Équivaut à : $x=2$

Donc : $(\Delta)\cap(D)=\{M(2;0)\}$

Méthode1 : On a : $(\Delta):-2x-3y+4=0$ et on a : $(D)\ \begin{cases} x=8t-2 \\ y=6t-3 \end{cases}$

Notons : $M(x;y)\in(\Delta)\cap(D)$

$M(x;y)\in(\Delta)\cap(D)$ Équivaut à : $\begin{cases} x=8t-2 \\ y=6t-3 \\ (\Delta):-2x-3y+4=0 \end{cases}$

D'où : $-2(8t-2)-3(6t-3)+4=0$ Équivaut à : $-16t+4-18t+9+4=0$

Équivaut à : $-34t+17=0$ Équivaut à : $-34t=-17$ Équivaut à : $t=\frac{1}{2}$

Donc : $\begin{cases} x=8\times\frac{1}{2}-2=4-2=2 \\ y=6\times\frac{1}{2}-3=3-3=0 \end{cases}$ Donc : $(\Delta)\cap(D)=\{M(2;0)\}$

3) Déterminons une représentation paramétrique de la droite (D') parallèles a (D) passant par $C(6;3)$

On a : (D') passe par le point $C(6;3)$ et parallèle a (D) et $\vec{v}(4;3)$ un vecteur directeur de (D)

Donc : $\vec{v}(4;3)$ est aussi un vecteur directeur de (D')

Donc : (D') passe par le point $C(6;3)$ et $\vec{v}(4;3)$ un vecteur directeur de (D')

Donc : une représentation paramétrique de la droite (D') est : $(D')\begin{cases} x = 4t+6 \\ y = 3t+3 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

Exercice19 : (****) On associe à chaque nombre réel m la droite $(D_m): x+my+m-3=0$

1) Démontrer que toutes les droites (D_m) passent par un point fixe $F(x_F;y_F)$ dont on déterminera les coordonnées

2) Déterminer la valeur de m dans les cas suivants :

a) (D_m) passe par le point $A(-4;2)$

b) (D_m) est parallèle à l'axe des ordonnées

c) $(D_m) \parallel (\Delta)$ telle que : $(\Delta): 3x-4y+6=0$

Solution : 1) $m \in \mathbb{R}$ $\quad (D_m): x+my+m-3=0$

$F(x_F;y_F) \in (D_m)$ Pour tout $m \in \mathbb{R}$ signifie : $x_F + my_F + m - 3 = 0$

Equivaut à : $x_F - 3 + m(y_F + 1) = 0$ pour tout $m \in \mathbb{R}$

Cela Signifie que : $x_F - 3 = 0$ et $y_F + 1 = 0$ c'est-à-dire : $x_F = 3$ et $y_F = -1$

Donc quel que soit $m \in \mathbb{R}$ on a $F(3;-1) \in (D_m)$

2)a) (D_m) passe par le point $A(4;3)$ Cela Signifie que : $-4+2m+m-3=0$

Equivaut à : $3m-7=0$ c'est-à-dire : $\boxed{m=\frac{7}{3}}$

b) (D_m) est parallèle à l'axe des ordonnées signifie : $x=a$

Cela Signifie que : $\boxed{m=0}$

c)le vecteur directeur de (D_m) est : $\vec{u}_m(-m;1)$ et le vecteur directeur de (Δ) est : $\vec{v}(4;3)$

$(D_m) \parallel (\Delta)$ Cela Signifie que : $\det(\vec{u}_m;\vec{v})=0$

Equivaut à : $\begin{vmatrix} -m & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ Equivaut à : $-3m-4=0$ c'est-à-dire : $\boxed{m=\frac{4}{3}}$ **PROF : ATMANI NAJIB**

Exercice20 : (**) Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

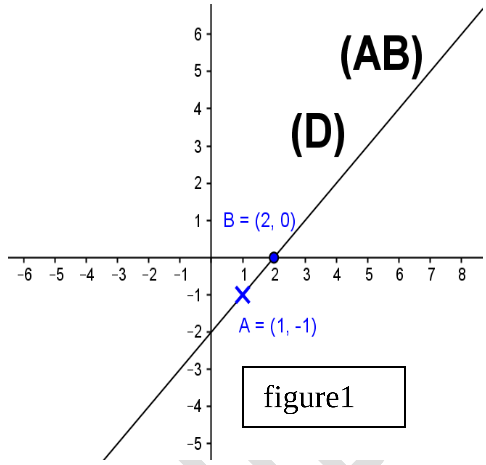
Déterminer et représenter l'ensemble (E) des points $M(x;y)$ dans les cas suivants :

1) $x-y-2=0$. $\quad$ 2) $(x+y-2)^2-(5x-3y+10)^2=0$.

Solution : 1) l'ensemble (E) des points $M(x;y)$ tel que : $x-y-2=0$ est une droite (D)

Pour représenter la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D).

Si $x=1$ alors : $1-y-2=0$ C'est-à-dire : $y=-1$ est par suite : $A(1;-1) \in (D)$



Si $y=0$ alors : $x-0-2=0$ C'est-à-dire $x=2$.

Donc $B(2;0)\in(D)$ (figure1)

2) $(x+y-1)^2-(3x-5y+7)^2=0$

Signifie : $(x+y-1-3x+5y-7)(x+y-1+3x-5y+7)=0$

Signifie : $(-2x+6y-8)(4x-4y+6)=0$

Signifie : $-2x+6y-8=0$ ou $4x-4y+6=0$

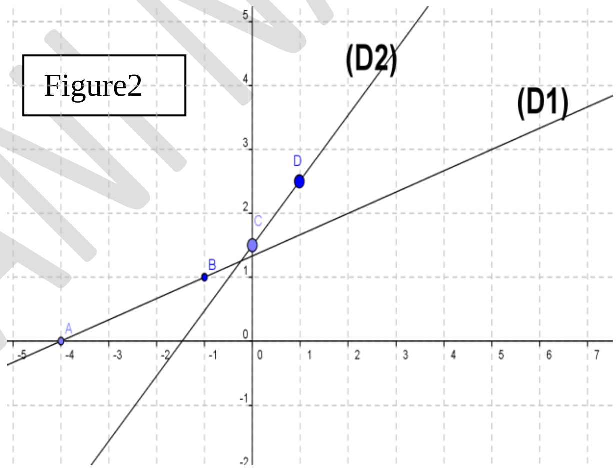
Signifie : $-x+3y-4=0$ ou $2x-2y+3=0$

Signifie : $x-3y+4=0$ ou $2x-2y+3=0$

Considérons les droites: $(D_1): x-3y+4=0$ et $(D_2): 2x-2y+3=0$

L'ensemble (E) des points $M(x;y)$ tel que : $(x+y-1)^2-(3x-5y+7)^2=0$ est donc : l'union des droites (D_1) et (D_2) : $(E)=(D_1)\cup(D_2)$

Représentation des droites (D_1) et (D_2) : il suffit de trouver deux points qui appartiennent :



a) Pour : $(D_1): x-3y+4=0$

Si $y=0$ alors : $x=-4$ donc $A(-4;0)\in(D_1)$

Si $x=-1$ alors : $y=1$ donc $B(-1;1)\in(D_1)$

a) Pour : $(D_2): 2x-2y+3=0$

Si $x=0$ alors : $y=\frac{3}{2}$ donc : $C\left(0;\frac{3}{2}\right)\in(D_2)$

Si $x=1$ alors : $y=\frac{5}{2}$ donc : $D\left(1;\frac{5}{2}\right)\in(D_2)$

Pour la représentation voir Figure2.

PROF: ATMANI NAJIB

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien