Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°1 :

Equations et inéquations du premier degré et systèmes d'inéquations : partie1

Exercice1 : (*) et (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $x+3=-x\sqrt{2}-\sqrt{18}$ 2) $3(2x+5)=6x-1$ 3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

4) (2x + 3) ² - (2x + 3) (x - 4) = 0 5) $x^2-100=0$ 6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$

7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$ 8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$ 9) $|7x-10|=|6+3x|$ 10) $x^3-7x=0$

Corrigé : 1) $x+3=-x\sqrt{2}-\sqrt{18}$ Équivaut à : $x+x\sqrt{2}=-3-\sqrt{18}$

Équivaut à $x\left(1+\sqrt{2}\right)=-3-3\sqrt{2}$

Équivaut à : $x=\frac{-3-3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{-3\left(1+\sqrt{2}\right)}{1+\sqrt{2}}=-3$ et par suite : $S=\{-3\}$

2) $3(2x+5)=6x-1$ équivaut à $6x+15=6x-1$ équivaut à $6x-6x=-1-15$ équivaut à $0x=-16$

Équivaut à $0=-16$ ceci est impossible

Donc l'ensemble des Solutions est : $S=\varnothing$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

Équivaut à $4x-8=6x-2x-8$ équivaut à $4x-4x+8-8=0$

Équivaut à $0=0$ Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\mathbb{R}$

4) (2x + 3) ² - (2x + 3)(x - 4) = 0

Ce qui est équivalent à : (2x + 3)(2x + 3 - x + 4) = 0

Ce qui est équivalent à : (2x + 3)(x + 7) = 0

Les Solutions sont -3/2 ou -7.

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\{-7;-3/2\}$

5) $x^2-100=0$ équivalent à : $x^2-10^2=0$

C'est une identité remarquable de la forme : a² - b² = (a - b) (a + b),

Équivalent à : $(x-10)(x+10)=0$

Équivalent à : $x-10=0$ ou $x+10=0$

Équivalent à : $x=10$ ou $x=-10$ D'où : $S=\{-10;10\}$

6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$

Cette équation n'existe pas si $x+2=0$ et si $x-2=0$.

Les valeurs interdites de cette équation sont -2 et 2.

L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}-\{-2,2\}$

On commence par réduire au même dénominateur les deux fractions.

Le dénominateur commun est : $(x+2)(x-2)$

$\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$ Équivalent à $\frac{3(x-2)-5(x+2)}{(x+2)(x-2)}=0$

Équivalent à $\frac{3x-6-5x-10}{(x+2)(x-2)}=0$ c'est-à-dire : $\frac{-2x-16}{(x+2)(x-2)}=0$

Donc : $-2x-16=0$ car le dénominateur ne peut pas s'annuler.

Équivalent à : $x=\frac{16}{-2}=-8$

-8 appartient à l'ensemble de définition de l'équation d'où : $S=\{-8\}$

7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$

Cette équation existe si $x^2-9\neq 0$

$x^2-9=0$ Équivalent à : $x^2-3^2=0$ équivalent à : $(x+3)(x-3)=0$

Équivalent à $x+3=0$ ou $x-3=0$ équivalent à : $x=-3$ ou $x=3$

Les valeurs interdites de cette équation sont -3 et 3. L'équation est donc définie sur : $D_E=\mathbb{R}\backslash\{-3;3\}$.

$\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$ Équivalent à $(x-7)(x+3)=0$ équivalent à $x-7=0$ ou $x+3=0$

Équivalent à $x=7\in D_E$ ou $x=-3\notin D_E$

Donc : $S=\{7\}$

8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$ Cette équation n'existe pas si $x-3=0$

$x-3=0$ Équivalent à : $x=3$

La valeur interdite de cette équation est 3. L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}\backslash\{3\}$.

$\frac{4x+2}{x-3}=5$ Équivalent à : $4x+2=5(x-3)$ équivalent à : $4x+2=5x-15$

Équivalent à : $-x=-17$ équivalent à : $x=17$

Donc : $S=\{17\}$

9) $|7x-10|=|6+3x|$ équivalent à : $7x-10=6+3x$ ou $7x-10=-(6+3x)$

Équivalent à : $4x=16$ ou $10x=4$ équivalent à $x=4$ ou $x=2/5$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\{4;2/5\}$

10) $x^3-7x=0$ équivalent à : $x(x^2-7)=0$

Équivalent à : $x=0$ ou $x^2-7=0$

Équivalent à $x=0$ ou $x^2=7$ Équivalent à : $x=0$ ou $x=\sqrt{7}$ ou $x=-\sqrt{7}$

D'où : $S=\{-\sqrt{7};0;\sqrt{7}\}$

Exercice2 : (***) Amin a 12 ans quand son père Ali 32ans

Dans combien d'années l'âge de Ali sera-t-il le double de l'âge de Amin **?**

Corrigé : Soit x le nombre d'années cherché

Après x années l'âge d'Amin devient : $x+12$ ans

Puisque l'âge d'Ali sera le double de celui d'Amin

On a : $x+32=2(x+12)$ ce qui équivaut à : $x+32=2x+24$ c'est-à-dire : $x=8$

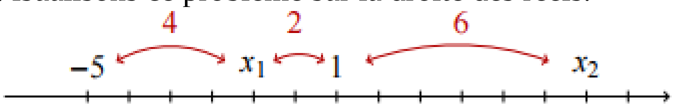
Donc : après 8 années Amin aura : $8+12=20$ ans

Et son père Ali aura : $8+32=40$ ans (le double de l'âge de Amin)

Exercice3 : (**) Déterminer algébriquement et Graphiquement les valeurs de x pour lesquelles deux fois la distance de x à 1 est égale à la distance de x à -5.

Corrigé :1) **Résolvons notre problème Graphiquement :**

Visualisons ce problème sur la droite des réels.



Graphiquement, nous nous apercevons qu'il y a deux positions de x possibles.

✍ Soit x est dans l'intervalle [−5 ; 1] donc x se trouve aux deux tiers de la distance de −5 à 1 :

Donc : $x_1=-5+\frac{2(1-(-5))}{3}=-5+4=-1$

✍ soit x se trouve à l'extérieur de l'intervalle [−5 ; 1], donc 1 est au milieu de −5 et x_2 :

Donc : $x_2=1+(1-(-5))=1+6=7$

Donc : $S=\{-1;7\}$

2)Résolvons notre problème ou équation algébriquement :

La distance de x à 1 est égale à : $|x-1|$

La distance de x à −5 est égale à : $|x-(-5)|=|x+5|$

Donc le problème revient à résoudre l'équation : $2|x-1|=|x+5|$

$2|x-1|=|x+5|$ Signifie que : $|2x-2|=|x+5|$

Règle : L'égalité |a| = |b| est équivalente à : a = b ou a = −b

Signifie que : $2x-2=x+5$ ou $2x-2=-(x+5)$

Signifie que : $x=7$ ou $2x-2=-x-5$

Signifie que : $x=7$ ou $3x=-3$

Signifie que : $x=7$ ou $x=-1$

Donc : $S=\{-1;7\}$

Remarque : On s'aperçoit sur cet exercice que la résolution graphique est plus compliquée que la résolution algébrique,

C'est là que la puissance de l'algèbre prend toute sa valeur.

Exercice4 : (Résoudre les équations suivantes :

1) $|x-1|=2$ 2) $|3x+2|=|x-4|$ 3) $3|x+5|=-\frac{1}{2}$ 4) $|x-1|+|2-x|-3=0$

Corrigé :1) $|x-1|=2$ Signifie que : $x-1=2$ ou $x-1=-2$

Signifie que : $x=3$ ou $x=-1$ Donc : $S=\{-1;3\}$

2) $|3x+2|=|x-4|$ signifie que : $3x+1=x-4$ ou $3x+2=-(x-4)$

Signifie que : $3x+1=x-4$ ou $3x+2=-x+4$

Signifie que : $2x=-5$ ou $4x=2$

Signifie que : $x=-\frac{5}{2}$ ou $x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ Donc : $S=\left\{-\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right\}$

3) $3|x+5|=-\frac{1}{2}$ Signifie que : $|x+5|=-\frac{1}{6}$

$S=\varnothing$ Car $|x+5|\geq 0$ et $-\frac{1}{6}<0$

4) $|x-1|+|3-x|-3=0$

$x-1=0$ Signifie que : $x=1$ et $3-x=0$ Signifie que : $x=3$

x	$-\infty$ 1	3	$+\infty$
$x-1$	$-$ 0	$+$	$+$
$\|x-1\|$	$-x+1$ 0	$x-1$	$x-1$
$3-x$	$+$	$+$ 0	$-$
$\|3-x\|$	$3-x$	$3-x$ 0	$x-3$
$\|x-1\|+\|3-x\|-3$	$1-2x$	-1	$2x-7$

Si : $x \leq 1$ alors : L'équation $|x-1|+|3-x|-3=0$ devient : $-(x-1)+(3-x)-3=0$

Ce qui signifie que : $4-2x-3=0$

Ce qui signifie que : $x=\frac{1}{2}\leq 1$; Donc : $S_1=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

Si : $1\leq x\leq 3$ alors l'équation devient : $(x-1)+(3-x)-3=0$

Ce qui signifie que : $-1=0$ Donc : $S_2=\varnothing$

Si : $x\geq 3$ alors l'équation devient : $(x-1)-(3-x)-3=0$

Ce qui signifie que : $2x-7=0$

Ce qui signifie que : $x=\frac{7}{2}\geq 3$ Donc : $S_3=\left\{\frac{7}{2}\right\}$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2\cup S_3=\left\{\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right\}$

Exercice5 : (*) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$2(x-1)-3(x+1)>4(3x-2)$

Corrigé : Comme pour les équations, on enlève les parenthèses puis on isole l'inconnue, ce qui donne :

$2(x-1)-3(x+1)>4(3x-2)$) Equivaut à : $2x-2-3x-3>12x-8$

Equivaut à : $2x-3x-12x>2+3-8$

Equivaut à : $-13x>-3$

On divise par -13, on change donc la relation d'ordre, ce qui Equivaut à $x<\frac{3}{13}$

On conclut par l'intervalle solution : Donc : $S=\left]-\infty;\frac{3}{13}\right[$

Exercice6 : (*) **1)** Etudier le signe de : $3x+6$ et $-2x+12$

Corrigé : a) $3x+6=0$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6>0$ Équivalent à : $x>-2$

$3x+6<0$ Équivalent à : $x<-2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\quad -2 \quad$ $+\infty$
$3x+6$	$-$ $\quad 0 \quad$ $+$

b) le signe de : $-2x+12$ (coefficient de x négatif)

$-2x+12$ Équivalent à : $x=6$

$-2x+12>0$ Équivalent à : $x<6$ et $-2x+12<0$ Équivalent à : $x>6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\quad 6 \quad$ $+\infty$
$-2x+12$	$+$ $\quad 0 \quad$ $-$

Exercice7 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $2x-10>0$ 2) $-3x+9\leq 0$ 3) $-2x+1>x-8$ 4) $(x+2)\sqrt{5}+(2-x)\sqrt{7}\geq 0$

5) $\frac{4x-1}{\sqrt{2}-2}<\frac{4x-3}{\sqrt{2}+2}$ 6) $16x^2-100\leq 0$ 7) $(-2x+6)(x+2)>0$ 8) $\frac{2x+8}{x+1}\geq 0$

9) $\frac{(2x+8)(2x-10)}{2x+4}\leq 0$

Corrigé :1) $2x-10>0$

$2x-10=0$ Équivalent à : $x=5$ avec $a=2>0$ coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ 5 $+\infty$
$2x-10$	$-$ 0 $+$

Donc : $S=]-\infty;5[$

2) $-3x+9\leq 0$

$-3x+9=0$ Équivalent à : $x=3$ avec $a=-3<0$ coefficient de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$-3x+9$	$+$ 0 $-$

Donc : $S=[3;+\infty[$

3) $-2x+1>x-8$ Équivalent à : $-3x>-9$ Équivalent à : $x<\frac{-9}{-3}$

Équivalent à : $x<3$

L'ensemble de solution est alors : $S=]-\infty;3[$

4) $(x+2)\sqrt{5}+(2-x)\sqrt{7}\geq 0$ Équivalent à : $x\sqrt{5}-x\sqrt{7}+2\sqrt{5}+2\sqrt{7}\geq 0$

Équivalent à : $x\left(\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)\geq -2\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$ Équivalent à : $x\leq -2\left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}\right)$ car $\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$

Équivalent à : $x\leq -2\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)^2}{\sqrt{5}^2-\sqrt{7}^2}$ Équivalent à : $x\leq -2\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)^2}{5-7}$

Équivalent à : $x\leq\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)^2$ Équivalent à : $x\leq\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{5}\sqrt{7}+\left(\sqrt{7}\right)^2$

Équivalent à : $x\leq 12+2\sqrt{35}$

L'ensemble de solution est alors : $S=\left]-\infty;12+2\sqrt{35}\right]$

5) $\frac{4x-1}{\sqrt{2}-2}<\frac{4x-3}{\sqrt{2}+2}$ Équivalent à : $\frac{4x-1}{\sqrt{2}-2}-\frac{4x-3}{\sqrt{2}+2}<0$

Équivalent à : $\frac{(4x-1)\left(\sqrt{2}+2\right)-\left(\sqrt{2}-2\right)(4x-3)}{\left(\sqrt{2}+2\right)\left(\sqrt{2}-2\right)}<0$

Équivalent à : $\frac{4\sqrt{2}x+8x-\sqrt{2}-2-4\sqrt{2}x+3\sqrt{2}+8x-6}{2-4}<0$

Équivalent à : $\frac{16x+2\sqrt{2}-8}{-6}\prec 0$ Équivalent à : $16x+2\sqrt{2}-8>0$

Équivalent à : $16x>8-2\sqrt{2}$ c'est-à-dire : $x>\frac{8-2\sqrt{2}}{16}$ c'est-à-dire : $x>\frac{4-\sqrt{2}}{8}$

Par suite : $S=\left]\frac{4-\sqrt{2}}{8};+\infty\right[$

6) $16x^2-100\leq 0$

$16x^2-100\leq 0$ Équivalent à : $(4x)^2-10^2\leq 0$ donc : $(4x-10)(4x+10)\leq 0$

$(4x-10)(4x+10)=0$ Équivalent à : $4x-10=0$ ou $4x+10=0$

Équivalent à : $x=-\frac{5}{2}$ ou $x=\frac{5}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-5/2$		$5/2$		$+\infty$
$4x-10$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$4x+10$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(4x-10)(4x+10)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left[-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right]$

7) $(-2x+6)(x+2)>0$

$(-2x+6)(x+2)=0$ Équivalent à : $-2x+6=0$ ou $x+2=0$

Équivalent à : $x=3$ ou $x=-2$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$-2x+6$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(-2x+6)(x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-2;3[$

8) $\frac{2x+8}{x+1}\geq 0$ (Signe d'un quotient méthode)

• Donner l'ensemble de définition.

• Rechercher les valeurs de x annulant chacun des facteurs et Dresser un tableau de signes :

Le quotient de deux nombres de même signe est positif (+).

Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif

Cette inéquation existe si $x+1\neq 0$

$x+1=0$ Équivalent à : $x=-1$

La valeur interdite de cette inéquation est -1. L'inéquation est donc définie sur : $D_I=\mathbb{R}-\{-1\}$

$2x+8=0$ Équivalent à : $x=-4$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-4		-1		$+\infty$
$2x+8$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$\frac{2x+8}{x+1}$		$+$	0	$-$	||	$+$	

Attention à ne pas oublier la double barre pour la valeur interdite

Donc : $S=]-\infty;-4]\cup]-1;+\infty[$

9) $\frac{(2x+8)(2x-10)}{2x-4}\leq 0$: Cette inéquation existe si $2x-4\neq 0$

$2x-4\neq 0$ Équivalent à : $x\neq 2$

La valeur interdite de cette inéquation est 2. L'inéquation est donc définie sur : $D_I=\mathbb{R}-\{2\}$

$2x-6\neq 0$ Équivalent à : $x\neq 3$

On a le tableau de signe suivant : $D_I=\mathbb{R}-\{2\}$

$2x+8=0$ Équivalent à : $x=-4$

$2x-10$ Équivalent à : $x=5$

Exercice8 : (***) un camion pesant à vide deux tonnes doit passer sur un pont limité à 6 tonnes. Combien de caisses de 350 kg peut-il transporter ?

Corrigé : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre de caisses, on a :

Chargement du camion : $350x$

Poids total du camion : $350x+2000$ (le camion à vide pèse 2 t).

Mise en inéquation

On sait que le poids du camion ne doit pas dépasser 6 tonnes.

On peut traduire cette donnée par l'inéquation :

$350x+2000\leq 6000$

Résolution de l'inéquation

$350x\leq 6000-2000$ Signifie que : $350x\leq 4000$

Signifie que : $x\leq \frac{4000}{350}$ Signifie que : $x\leq 11,42...$

Réponse à la question

Le nombre de caisses doit être inférieur ou égal à 11.

Exercice9 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : 1) $\frac{2x+1}{x+2}\geq 3$ 2) $\frac{1}{x}<\frac{1}{2x-1}$

Corrigé : Méthode : Pour résoudre une inéquation du type :

A(x) ≥ B(x) (ou A(x) > B(x) ou A(x) ≤ B(x) ou A(x)

- 1. On déterminer le domaine de définition de l'inéquation
- 2. On se ramène à une comparaison à zéro et on factorise.
- 3. On fait un tableau de signes et on donne le résultat sous forme d'intervalle.

1) $\frac{2x+1}{x+2}\geq 3$

- 1. On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :

Cette inéquation est définie si et seulement si $x+2\neq 0$ qui signifie que : $x\neq -2$

Donc : le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I=\mathbb{R}-\{-2\}$

- 2. On se ramène à une comparaison à zéro et on factorise.

$\frac{2x+1}{x+2}\geq 3$ Signifie que : $\frac{2x+1}{x+2}-3\geq 0$ Signifie que : $\frac{2x+1}{x+2}-\frac{3(x+2)}{x+2}\geq 0$

Signifie que : $\frac{2x+1-3x-6}{x+2}\geq 0$ Signifie que : $\boxed{\frac{-x-5}{x+2}\geq 0}$

- 3. On fait un tableau de signes et on donne le résultat sous forme d'intervalle.

$-x-5=0$ Équivaut à : $x=-5$ et $x+2=0$ qui signifie que : $x=-2$

Remarque : - 2 est une valeur interdite car elle annule le dénominateur $x+2$

x	$-\infty$		-5		-2		$+\infty$
$-x-5$		$+$	0	$-$		$-$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{-x-5}{x+2}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

On cherche à résoudre l'inéquation : $\frac{-x-5}{x+2}\geq 0$

Donc : $S=[-5,-2[$

2) $\frac{1}{x} < \frac{1}{2x-1}$

● 1. On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :

Cette inéquation est définie si et seulement si $x \neq 0$ et $2x-1 \neq 0$ qui signifie que : $x \neq 0$ ou $x \neq \frac{1}{2}$

Donc : le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I = \mathbb{R} - \left\{0, \frac{1}{2}\right\}$

● 2. On se ramène à une comparaison à zéro et on factorise.

$\frac{1}{x} < \frac{1}{2x-1}$ Signifie que : $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x-1} < 0$ Signifie que : $\frac{2x-1}{x(2x-1)} - \frac{x}{x(2x-1)} < 0$

Signifie que : $\frac{2x-1-x}{x(2x-1)} < 0$ Signifie que : $\boxed{\frac{x-1}{x(2x-1)} < 0}$

● 3. On fait un tableau de signes et on donne le résultat sous forme d'intervalle.

$x-1=0$ Équivaut à : $x=1$ et $2x-1=0$ qui signifie que : $x = \frac{1}{2}$

Remarque : 0 et $\frac{1}{2}$ sont des valeurs interdites car elle annule les dénominateurs x et $2x-1$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-1}{x(2x-1)}$		$-$	‖	$+$	‖	$-$	0	$+$	

On cherche à résoudre l'inéquation : $\frac{x-1}{x(2x-1)} < 0$

Donc : $S = \left]-\infty, 0\right[\cup \left]\frac{1}{2}, 1\right[$

x	$-\infty$		-4		5		2		$+\infty$
$2x+8$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2x-10$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-4$		$-$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$\frac{(2x+8)(2x-10)}{(2x-4)}$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	

Donc : $S = \left]-\infty; -4\right] \cup \left[5; 2\right[$

Exercice10 : Soit $P(x)=x^3-x^2-4x+4$

1) Déterminer une racine évidente de $P(x)$

2) Déterminer alors la factorisation de P.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x)>0$

Corrigé :1) Remarque : Pour déterminer des racines évidentes, on peut :
Remplacer l'inconnue par des valeurs entières de x comprises entre −5 et 5 et trouver
Celle(s) qui annule(nt) le polynôme.

On remarque que $P(1)=0$ donc 1 est une racine évidente de $P(x)$.

2)Ainsi, il existe un polynôme $Q(x)$ de degré 2 telle que $P(x)=(x-1)Q(x)$ et on peut donc écrire qu'il

Existe trois réels a, b et c tels que $P(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$.

Or, $(x-1)(ax^2+bx+c)=ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$.

Comme deux polynômes sont égaux si, et seulement si, ils ont les mêmes coefficients, par identification,

On trouve : $\begin{cases} a=1 \\ b-a=-1 \\ c-b=-4 \\ -c=4 \end{cases}$ Equivaut à : $\begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-4 \end{cases}$

Donc : $P(x)=(x-1)(x^2-4)=(x-1)(x^2-2^2)=(x-1)(x-2)(x+2)$

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x)>0$

On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi, l'ensemble solution de P(x) > 0 est : $S=]-2,1[\cup]2,+\infty[$

Exercice11 : (**) Résoudre les inéquations suivantes :

a) $|-x+1|\le 3$ b) $|x-9|\ge\frac{1}{2}$ c) $1\le|x+1|<2$

Corrigé : a) Résolution de l'inéquation : $|-x+1|\le 3$

Règle : $|x-a|\le r$ **est équivalente à :** $-r\le x-a\le r$ avec $r>0$

D'après notre règle, on a donc :

$|-x+1|\le 3$ Signifie que : $-3\le -x+1\le 3$

Signifie que : $-3-1\le -x+1-1\le 3-1$

Signifie que : $-4\le -x\le 2$

Signifie que : $-2\le x\le 4$

Donc : $S=[-2;4]$

b) Résolution de l'inéquation : $|x-9|\ge\frac{1}{2}$

Règle : $|x-a|>r$ **est équivalente à :** $x-a>r$ ou $x-a<-r$ avec $r>0$

$|x-9|\geq \frac{1}{2}$ Signifie que : $x-9\geq \frac{1}{2}$ ou $x-9\leq -\frac{1}{2}$

Signifie que : $x\geq \frac{1}{2}+9$ ou $x\leq -\frac{1}{2}+9$

Signifie que : $x\geq \frac{19}{2}$ ou $x\leq -\frac{17}{2}$

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{17}{2}\right]\cup\left[\frac{19}{2};+\infty\right[$

c) Résolution de l'inéquation : $1\leq |x+1|<2$

$1\leq |x+1|<2$ Signifie que : $|x+1|<2$ et $|x+1|\geq 1$

• Résolution de l'inéquation : $|x+1|<2$

$|x+1|<2$ Signifie que : $-2<x+1<2$

Signifie que : $-2-1<x+1-1<2-1$

Signifie que : $-3<x<1$

Donc : $S_1=]-3;1[$

• Résolution de l'inéquation : $|x+1|\geq 1$

$|x+1|\geq 1$ Signifie que : $x+1\geq 1$ ou $x+1\leq -1$

Signifie que : $x\geq 0$ ou $x\leq -2$

Donc : $S_2=]-\infty;-2]\cup[0;+\infty[$

Finalement on a : $S=S_1\cap S_2=]-3;1[\cap\left(]-\infty;-2]\cup[0;+\infty[\right)$

Donc : $S=]-3;-2]\cup[0;1[$

Exercice12 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\sqrt{x^2-4}=\sqrt{2x}$

Corrigé : $\sqrt{x^2-4}=\sqrt{2x}$

• L'équation est définie si $x^2-4\geq 0$ et $2x\geq 0$

Signifie que : $(x-2)(x+2)\geq 0$ et $x\geq 0$

Signifie que : $x-2\geq 0$ et $x\geq 0$ (car $x\geq 0$ donc : $x+2\succ 0$)

Signifie que : $x\geq 2$ et $x\geq 0$

L'équation est donc définie sur : $D_E=[2.+\infty[$

• $\sqrt{x^2-4}=\sqrt{2x}$ Signifie que : $\left(\sqrt{x^2-4}\right)^2=\left(\sqrt{2x}\right)^2$

Signifie que : $x^2-4=2x$ c'est-à-dire : $x^2-2x-4=0$

Signifie que : $x^2-2\times 1x+1^2-1^2-4=0$ Signifie que : $(x-1)^2-5=0$

Signifie que : $(x-1)^2=5$ Signifie que : $x-1=\sqrt{5}$ ou $x-1=-\sqrt{5}$

Signifie que : $x=1+\sqrt{5}\in[2.+\infty[$ ou $x=1-\sqrt{5}\notin[2.+\infty[$

Par conséquent : $S=\left\{1+\sqrt{5}\right\}$

Exercice13 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l'équation suivante :

$(m+1)x+2mx-(m+4x)+2=0$

Corrigé : On va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$

$(m+1)x+2mx-(m-x)+2=0$ Équivalent à : $mx+x+2mx-m-4x+2=0$

Équivalent à : $(m+1+2m-4)x-m+2=0$

Équivalent à : $(3m-3)x-m+2=0$

1ére cas : $3m-3\neq 0$ c'est à dire : $m\neq 1$

$(3m-3)x-m+2=0$ Équivalent à : $(3m-3)x=m-2$

Donc : L'équation admet une solution unique : $x=\frac{m-2}{3m-3}$

Par suite : $S=\left\{\frac{m-2}{3m-3}\right\}$

2ére cas : $3m-3=0$ c'est à dire : $m=1$

L'équation devient : $(3\times 1-3)x-1+2=0$

Équivalent à : $0x+1=0$ ce qui est impossible

Par suite : $S=\varnothing$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien