Tronc commun Sciences BIOF

Série N°9 : L'ordre dans : $\mathbb{R}$ (la correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (**) Soit a un réels tel que : $a=\frac{\sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{2}}$

1) Vérifier que : $a=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$

2) Sachant que : $1.73<\sqrt{3}<1.74$ et $2.64<\sqrt{7}<2.65$

Donner une valeur approchée décimal du réel a par défaut et excès à 10^{-2} près

Exercice2 : (**) Soient : a ; b ; c ; d des réels strictement positifs.

1)Montrer que : $a^2+1\geq 2a$.

2) Déduire que : $\frac{(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1)}{abcd}\geq 16$.

Exercice3 : (**) Soient a et b deux réels tels que : $2a+4b=1$

Montrer que : $a^2+b^2\geq\frac{1}{20}$

Exercice4 : (**) Soit $x\in\mathbb{R}^{*+}$

1) Comparer : $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$

2) En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$

Exercice5 : (**) $x\in[-3;1]$ et $y\in[-6;-2]$

Trouver un encadrement de : 1) $x+y$ 2) $x-y$ 3) x^2 4) y^2 5) $x\times y$ 6) $\frac{x}{y}$

Exercice6 : (**) 1) Résoudre les équations :

a) $3|x|-5=0$ b) $5|x|+11=0$ c) $-2\left|-\frac{3}{4}x+2\right|+3=0$

2) Résoudre les inéquations : a) $|3x+5|<\frac{3}{4}$ b) $2<|x|<3$ c) $2<|x|<3$

Exercice7 : (**) Soient $\frac{1}{4}<x<\frac{1}{2}$ et $|4x+y|<\frac{1}{3}$; Montrer que : $\frac{y}{x}\in\left]-\frac{28}{3};-\frac{4}{3}\right[$

Exercice8 : (**) On pose : $A=x+y-6xy$; Soient x et y deux réels de l'intervalle : $\left[0;\frac{1}{3}\right]$

1) Montrer que : $-\frac{1}{2}\leq\frac{1}{2}-3x\leq\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{3}\leq 2y-\frac{1}{3}\leq\frac{1}{3}$

2)Vérifier que : $\left|A-\frac{1}{6}\right|=\left|\frac{1}{2}-3x\right|\left|2y-\frac{1}{3}\right|$

3) Déduire que : $A\in\left[0;\frac{1}{3}\right]$

Exercice9 : (**) Soit : $x\in\mathbb{R}$ et $x\in[1;3]$

1) Vérifier que : $x^2-2x=(x-1)^2-1$

2) Montrer que : $-1\leq x^2-2x\leq 3$

3) a) Montrer que : $\frac{1}{2} \le \frac{3}{x^2-2x+3} \le \frac{3}{2}$

b) En déduire que : $\left|\frac{3}{x^2-2x+3}-1\right| \le \frac{1}{2}$.

Exercice10 : (***) Soient a et b deux réels non nuls tel que : $-1 < \frac{10-3a}{a} < 2$ et $\left|\frac{3+2b}{b}\right| < 1$

1) Montrer que : $2 < a < 5$ et $-3 < b < -1$

2) Encadrer les nombres : $a+b+1$ et $a(b+1)$

3) En déduire une comparaison des deux nombres : $a+b+1$ et $\sqrt{a^2+b^2+2b+1}$

Exercice11 : (***) Soient a et b deux réels tels que : $\left|\frac{3a-11}{a-2}\right| < 2$ et $\left|\frac{2b-3}{b+1}-5\right| < 2$

1) Montrer que : $3 < a < 7$ et $-6 < b < -2$

2) Encadrer les nombres : $a+b+1$ et ab

3) En déduire une comparaison des deux nombres : $2a+b$ et $\sqrt{2a^2+b^2+3ab}$

Exercice12 : (***) Soient a et b deux réels tel que : $|a| < \frac{1}{2}$

On pose : $A = \frac{1}{\sqrt{1+a}} - \left(1-\frac{a}{2}\right)$

1) Montrer que : $A = \frac{\sqrt{1+a}-\left(1+\frac{a}{2}\right)+\frac{a^2}{2}}{1+a}$

2) Donner un encadrement de : $1+\frac{a}{2}$ et $1-\frac{a}{2}$

3) Montrer que : $\sqrt{1+a} \le 1+\frac{a}{2}$ et en déduire que : $A \le a^2$

4) Montrer que : $\frac{1}{\sqrt{1+a}} \ge 1-\frac{a}{2}$

5)En déduire une approximation du nombre $\frac{1}{\sqrt{1,01}}$ à 10^{-4} près

Exercice13 : (***) Soient a et b deux réels tel que : $a \in [0;2]$ et $b \in [0;2]$

1) Montrer que : $\frac{3}{16}|a-b| \le \left|\frac{3}{2+a}-\frac{3}{2+b}\right| \le \frac{3}{4}|a-b|$

2) Sachant que : $0.866 \le \frac{\sqrt{3}}{2} \le 0.867$ et $0.707 \le \frac{\sqrt{2}}{2} \le 0.708$

Donner une valeur approchée du réel $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}$ par défaut et excès à 2×10^{-3} près

3) En déduire que : $\left|\frac{3}{2+\frac{\sqrt{3}}{2}}-\frac{3}{2+\frac{\sqrt{2}}{2}}\right| \le 1,2\times10^{-1}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien