Tronc commun Sciences BIOF

Série N°8 : L'ordre dans : $\mathbb{R}$ (la correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (**) Comparer a et b dans les cas suivants :

1) $a=\sqrt{10}$ et $b=\sqrt{5}+\sqrt{2}-1$ 2) $a=\dfrac{-3}{\sqrt{17}+2}$ et $b=\dfrac{-3}{3\sqrt{2}+2}$

3) $a=\dfrac{\sqrt{7}-3}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ et $b=\dfrac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ 4) $a=6+5\sqrt{3}$ et $b=4+6\sqrt{2}$

Exercice2 : (**) Trouver un encadrement de $\sqrt{38}$ d'amplitude 10^{-2} sachant que $6,16$ est une valeur approchée par défaut de $\sqrt{38}$ a 10^{-2} prés

Exercice3 : (**) 1) Vérifier que $17^2<300<18^2$ et en déduire que ; $1,7<\sqrt{3}<1,8$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$.

3) En déduire que : $0,14<\sqrt{15}-2\sqrt{3}<0,74$

4) Déterminer une valeur approchée par défaut et par excès de $\sqrt{15}-2\sqrt{3}$ a 6×10^{-1} prés

Exercice4 : (**) Soient $a\in\mathbb{R}$; $b\in\mathbb{R}$ tel que : $a>b>0$

On pose : $x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ et $y=\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}$

1) Montrer que : $x=\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ et $y=\dfrac{a-b}{\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}}$

2) Comparer les nombres : x et y

Exercice5 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $\dfrac{5}{3}(2x+1)-\dfrac{1}{2}(x-2)<\dfrac{7}{6}(x+2)$ 2) $-x+4(x-1)\leq 3x$

3) $4(x-3)-(3x-10)>x+5$ 4) (I) ; $\dfrac{4x^2-3x-9}{x^2-5}\leq 2$

5) (E) ; $\sqrt{|x-3|}\leq x-1$

Exercice6 : (**) Trouver les nombres c et r tels que : $|x-c|\leq r$ et $x\in[-4;6]$

Exercice7 : (**) 1) Résoudre les équations :

a) $3|x-5|=2|4-3x|$ b) $-2|2x-13|=1$ c) $(x-2)^2-|x-2|=0$

2) Résoudre les inéquations : a) $|2x+1|\leq 4$ b) $|x-9|\geq\dfrac{1}{2}$ c) $2<|x|<3$

Exercice8 : (**) Soit $x\in\mathbb{R}$ tel que : $|x+\sqrt{2}|<\dfrac{1}{2}$; Trouver l'intervalle qui correspond à cette inégalité.

Exercice9 : (***) 1) Résoudre algébriquement l'inéquation suivante : $|2x-1|\leq|x+2|$

2) Résoudre graphiquement l'inéquation suivante : $|2x-1|\leq|x+2|$

Exercice10 : (**) Soient x et y deux réels différents et non nuls tels que : $|x|<\dfrac{1}{4}$ et $|y-2|<\dfrac{1}{4}$

Montrer que : $\dfrac{7}{5}<\dfrac{2y}{y-x}<3$

Exercice11 : (**) $x\in[-2;-1]$ et $y\in[-3;-2]$

Trouver un encadrement de : 1) $x+y$ 2) $x-y$ 3) x^2 4) y^2 5) $x\times y$ 6) $2x-3y$

Exercice12 : (**) Soient a et b deux réels tels que : $0 \le b \le 2$ et $|a+2| \le 1$

1) En cadrer le nombre : a

2) Montrer que : $|a+b+1| \le 2$

3) a) Vérifier que : $E = (a+3)(b-2)+6$

b) Déduire un encadrement pour le nombre E.

Exercice13 : On suppose que : $|x-1| \le \frac{1}{2}$

1) Montrer que : $|x^2-1| \le \frac{5}{4}$

2) Montrer que : $\frac{1}{4} \le \frac{1}{2x+1} \le \frac{1}{2}$

3) En déduire que : si $|x-1| \le \frac{1}{2}$ alors $\left|\frac{x-1}{2x+1}\right| \le \frac{1}{4}$

Exercice14 : 1) Montrer que : si $x \in [0;1]$ alors $\frac{1}{x+1} \in \left[\frac{1}{2};1\right]$

2) Soient : $x \in [0;1]$ et $y \in [0;1]$; Montrer que : $\left|\frac{1}{1+x} - \frac{1}{1+y}\right| \le |x-y|$

3)a) On pose : $0.577 \le \frac{\sqrt{3}}{3} \le 0.578$ et $0.707 \le \frac{\sqrt{2}}{2} \le 0.708$

Donner une valeur approchée du réel $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ par défaut et excès à 2×10^{-3} près

b) Déduire que : $\left|\frac{1}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{1}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}\right| \le 0.2$

Exercice15 : (***) Soit a, b, c trois nombres réels.

1) Démontrer que $a \times b \le \frac{a^2+b^2}{2}$

2) Démontrer que $ab+ac+bc \le a^2+b^2+c^2$

3) Démontrer que : $3ab+3ac+3bc \le (a+b+c)^2$

Exercice16 : (***) Montrer que lorsqu'on renverse l'ordre des chiffres d'un nombre de deux chiffres, la valeur de ce nombre augmente ou diminue de 9 fois la différence de ces deux chiffres.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien