Tronc commun Sciences BIOF

Série N°7 : L'ordre dans : $\mathbb{R}$ (la correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (**) Comparer a et b dans les cas suivants :1) $b=\sqrt{5}+\sqrt{2}-1$ et $a=\sqrt{10}$

2) $b=70+\sqrt{2}$ et $a=10\sqrt{51}$

3) $a=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ et $b=\dfrac{4+\sqrt{2}}{7}$

Exercice2 : (**) Soient x et y deux réels tels que : $x<y<3$

1) Montrer que : $x+y-6\prec 0$

2) Comparer $a=x^2-6x+1$ et $b=y^2-6y+1$

Exercice3 : (**) 1) Vérifier que $14^2<200<15^2$ et en déduire que ; $1,4<\sqrt{2}<1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$.

3) En déduire un encadrement de : $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$.

Exercice4 : (**) $0,75\le x\le 0,8$ et $-\dfrac{1}{2}\le y\le \dfrac{1}{4}$

1) Montrer que : $\dfrac{1}{35}\le \dfrac{1-x}{5-4y}\le \dfrac{1}{16}$

2) Montrer que : $\dfrac{35}{24}$ est une approximation de $\dfrac{1}{x}$ à $\dfrac{5}{24}$ prés

Exercice5 : (**) Soit a et b deux réels strictement positifs tel que : $a\neq b$

1) Montrer que : $\dfrac{1}{ab}-\dfrac{2}{a^2+b^2}=\dfrac{(a-b)^2}{ab(a^2+b^2)}$ et en déduire que : $\dfrac{2}{a^2+b^2}<\dfrac{1}{ab}$.

2) Montrer que : $\dfrac{a^2+b^2}{2a^2b^2}-\dfrac{1}{ab}=\dfrac{(a-b)^2}{2a^2b^2}$ et en déduire que : $\dfrac{1}{ab}<\dfrac{a^2+b^2}{2a^2b^2}$.

3) Montrer que : $\dfrac{2}{a^2+b^2}<\dfrac{1}{ab}<\dfrac{a^2+b^2}{2a^2b^2}$

4) Déduire un encadrement du nombre $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ d'amplitude $\dfrac{1}{60}$

Exercice6 : (**) : A) $x\in[2;4]$ et $y\in[1;6]$

Trouver un encadrement de : 1) $x+y$ 2) $x-y$ 3) x^2 4) y^2 5) $x\times y$ 6) $\dfrac{x}{y}$

B) On sait que : 3 est une valeur approchée du réel x à : 10^{-2} près

Et que : 2 est une valeur approchée du réel y à : 10^{-1} près

Trouver un encadrement de : 1) x 2) y 3) $x+y$

Exercice7 : (***) $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$

Le nombre $1,12$ est une valeur approchée décimale du réel x par excès à 10^{-2} près

Le nombre $1,11$ est une valeur approchée décimale du réel y par défaut à 10^{-2} près

Montrer que : $1,244$ est une valeur approchée du réel xy à 12×10^{-3} près

Exercice8 : Soit $P(x)=x^3-x^2-4x+4$

1) Déterminer une racine évidente de $P(x)$

2) Déterminer alors la factorisation de P.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x)>0$

Exercice9 : (***) Soient a et b deux réels tels que : $a\geq 2$ et $b\leq 5$ et $b-a=2$

1)Montrer que : $2\leq a\leq 3$ et $4\leq b\leq 5$

2)Calculer : $A=\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(b-4)^2}$.

3)Calculer : $B=|a+b-6|+|a+b-8|$.

Exercice10 : (**) 1) Résoudre les équations : a) $|x-2|=\frac{1}{2}$ b) $|2x-9|=-\frac{3}{2}$ c) $|x|=|3x-5|$

2) Résoudre les inéquations : a) $|-x+1|\leq 3$ b) $|x-9|\geq\frac{1}{2}$ c) $1\leq|x+1|<2$

Exercice11 : (**) Soit $x\in\mathbb{R}$ tel que : $\left|x+\sqrt{2}\right|<\frac{1}{2}$; Trouver l'intervalle qui correspond à cette inégalité.

Exercice12 : (**) Soient x et y deux réels tels que : $\left|2x-\frac{3}{2}\right|<\frac{1}{2}$ et $\left|y-\frac{3}{4}\right|<\frac{1}{4}$

1) Montrer que : x et y appartiennent à l'intervalle : $\left]\frac{1}{2};1\right[$

2) a) Vérifier que : $xy-3x-2y-1=(x-2)(y-3)-7$

b) En déduire que : $-5<xy-3x-2y-1<-\frac{13}{4}$

Exercice13 : (**) Soient $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$ tel que : $|x-4|\leq 1$ et $|y+3|\leq 2$

1) Donner un encadrement de chacun des nombres suivants : x ; y ; $x-y$; $x+y$

2) On pose : $A=|x+y+12|+|x+y-12|$ et $B=|x-y+9|+|x-y-11|$

Écrire sans utiliser le symbole de la valeur absoute les deux nombres A et B .

Exercice14 : (**) Soient $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$ tel que : $1<x<y$; on pose : $A=\sqrt{x}-\sqrt{y}$ et $B=\sqrt{x-1}-\sqrt{y-1}$

1) Préciser le signe de A et B

2) a) Montrer que : $\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ b) Déduire que : $0<\frac{A}{B}<1$ puis comparer A et B

3) Application : comparer : $\sqrt{2}-\sqrt{5}$ et $\sqrt{3}-\sqrt{6}$

Exercice15 : (***) On donne : $x\in\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$

1) Montrer que : $\frac{1+x}{1+2x}-(1-x)=\frac{2x^2}{1+2x}$

2) Montrer que : $\frac{2}{1+2x}\leq 6$ et déduire que : $\left|\frac{1+x}{1+2x}-(1-x)\right|\leq 6x^2$

2) Déduire que : $\frac{4}{5}$ est une valeur approximative du nombre $\frac{1,2}{1,4}$ par la précision : $2,4\times 10^{-1}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien