Tronc commun Sciences BIOF

Série N°6 : L'ordre dans : $\mathbb{R}$ (la correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) I) Comparer les réels suivants :

1) $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$ 2) $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$ 3) $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

Exercice2 : A) Soient a et b deux réels tel que : $a \leq b$

Comparer : 1) $5a$ et $5b$ 2) $-13a$ et $-13b$

B) Soient a et b deux réels strictement positifs tel que $a \leq b$ Comparer :

1) a^2 et b^2 2) $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ 3) $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

C) Soient a et b deux réels négatifs tel que : $a \leq b$; Comparer : a^2 et b^2

Exercice3 : Comparer a et b dans les cas suivants:

1) $a = 2-\sqrt{5}$ et $b = \frac{-1}{\sqrt{5}+2}$

2) $a = \frac{2x^2}{1+x^4}$ et $b = 1$

3) $a = 2-\sqrt{5}$ et $b = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

Exercice4 : (**) Soient a et b deux nombres réels tels que : $a^2+b^2=2$

1) Montrer que : $(a+b)^2 = 2(1+ab)$

2) En déduire que : si a et b sont positifs alors $a+b>\sqrt{2}$

Exercice5 : (***) Soient a et b deux nombres réels non nuls qui ont le même signe

Montrer que : $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \geq 4$

Exercice6 : (**) Soient : a ; b et c des réels strictement positifs tel que : $\frac{a}{b} \leq 1$.

Montrer que : $\frac{a}{b} \leq \frac{a+c}{b+c}$.

Exercice7 : (**) Soient x et y deux nombres réels tel que : $x < y$

Et a et b deux nombres réels tel que $a > 0$ et $b > 0$ et $a+b=1$

Montrer que : $x < ax+by < y$

Exercice8 : (**) 1) Soient $a > 0$ et $b < 0$; on pose : $A = \frac{9a-4b}{3a-2b}$:

Montrer que : $2 < A < 3$

2) Soient $a > 0$ et $b > 0$; on pose : $B = \frac{12a+10b}{3a+2b}$

Montrer que : $4 < B < 5$

Exercice9 : (**) Soient : $1 \leq x \leq 3$ et $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$. On pose : $E = x^2-y^2+2x+2y$

1) Trouver un encadrement de E : et déterminer son amplitude.

2) Vérifier que : $E = (x+y)(x-y+2)$ et en déduire un autre encadrement de E et comparer les amplitudes des deux encadrements.

3) En déduire que : $4 \leq E \leq 9$.

Exercice10 : (*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$:

$0...]0;5]$; $5...]0;5]$; $2...[1;5]$; $1....[2;+\infty[$ $-1....]-\infty;0]$; $\{0;1;2\}...[0;3[$

$\{0;1;2\}...[0;2[$; $]0;3[....\mathbb{Q}$.

Exercice11 : (*) Représenter les ensembles suivants sur la droite réelle puis les écrire à l'aide d'intervalles :

a) $-3\leq x\leq 2$ b) $x\geq 7$ c) $1>x$ d) $-4\leq x<1$ e) $-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}$.

Exercice12 : (*) Calculer $I\cap J$ et $I\cup J$ dans les cas suivants :1) $I=]-3,7]$ et $J=[-1,+\infty[$

2) $I=]-\infty,5[$ et $J=[4;10]$ 3) $I=[0,10[$ et $J=[-5;-1]$

4) $I=\left[\frac{-2}{3},2\right]$ et $J=\left]-1,\frac{3}{2}\right[$

Exercice13 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(x-5)(x-2)<(x-5)(2x-3)$ 2) $(3x-2)^2>(x-1)^2$

3) $\frac{3x-2}{x+5}\geq 0$ 4) $\frac{4}{x+1}\leq 3$

Exercice14 : (**) Soit : $x\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$; On pose : $A=\frac{2x+3}{x+2}$

1) Donner un encadrement du nombre A et préciser son amplitude

2) a) Déterminer les deux réels a et b tels que : $A=a+\frac{b}{x+2}$

b) Déterminer un autre encadrement du nombre A et préciser son amplitude

3) Déterminer le plus fin des deux encadrements précédents de A

1) Soient x et y deux réels tels que : $x\in[-2;5]$ et $y\in[-3;-1]$

Simplifier : $A=2|2x+7|-|3y|+2|y+8|-|2y-x|$

2) Simplifier les nombres : $B=\sqrt{\left(5\sqrt{7}-59\sqrt{3}\right)^2}$; $C=\left|3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right|$; $D=\left|-5\sqrt{13}-13\sqrt{5}\right|$ et $E=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

3) Soient a et b deux réels tels que : $a\in\mathbb{R}^-$ et $b\in\left[0;\frac{1}{3}\right]$

Simplifier : $F=\sqrt{(3b-1)^2}$; $G=\sqrt{(a-5)^2}$

4) Résoudre les équations : a) $|5x+2|=8$ b) $|-2x+1|=-1$ c) $|2x+1|=|3x-4|$

5) Résoudre les inéquations : a) $|2x-3|\leq 1$ b) $|6x+11|\geq\frac{1}{6}$ c) $2\leq|10x+2|\leq 5$

Exercice16 : (*) Donner une valeur approchée décimale de $\sqrt{10}$ par défaut et par excès à 3×10^{-3} près (Utiliser la calculatrice :) $\left(\sqrt{10}\simeq 3.16227766...\right)$

Exercice17 : (**) Soient $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$ tel que : $|x-3|\leq 1$ et $|3y-x-6|\leq 2$

1) Montrer que : x ; y sont deux éléments de l'intervalle $[2;4]$

2) On pose $A=\frac{2x}{2x+y}$; donner un encadrement de A en précisant son amplitude

3) Montrer que : $\frac{13}{15}$ est une valeur approchée de A a $\frac{7}{15}$ prés

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien