Tronc commun Sciences BIOF

Série N°5 : L'ordre dans : $\mathbb{R}$

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) I) Comparer les nombres a et b dans chacun des cas suivants :

1) $a=\frac{2,5}{10}$ et $b=\frac{1}{4}$ 2) $a=-\frac{47}{54}$ et $b=-\frac{8}{9}$ 3) $a=2+\frac{2}{3}$ et $b=3-\frac{1}{3}$ 4) $a=-4\sqrt{5}$ et $b=-9$

5) $a=\frac{\sqrt{2}+2}{2}$ et $b=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$ 6) $a=\frac{2\sqrt{2}-3}{2\sqrt{5}}$ et $b=\frac{\sqrt{2}+1}{5\sqrt{3}}$ 7) $a=4\sqrt{5}-\sqrt{79}$ et $b=9-4\sqrt{5}$

Exercice2 : (**) $a\in\mathbb{R}$

1) Comparer $2a$ et a^2+1 2) Comparer : $4a-1$ **et** $4a^2$

Exercice3 : (**) Soit $n\in\mathbb{N}$

On pose : $a=\sqrt{4n^2+1}$ et $b=2n+1$; Comparer les nombres : a et b

Exercice4 : (**) Soient : $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ et $c\in\mathbb{R}$ et $d\in\mathbb{R}$

1) Montrer que : $a^2+b^2\geq 2ab$

2) a) Déduire que : $a^2+b^2+c^2\geq ab+ac+bc$

b) Déduire que : $a^2+b^2+c^2+d^2\geq (a+b)(c+d)$

Exercice5 : (**) Soient a et b deux nombres réels tels que : $0<a<b$

1)Comparer $\frac{a}{b}$ et $\frac{a+5}{b+5}$

2) Soit : c un réel strictement positif ; Comparer $\frac{a}{b}$ et $\frac{a+c}{b+c}$

3) Comparer $\frac{a}{b}$; $\frac{2a}{a+b}$ et $\frac{2a+3b}{a+b}$

Exercice6 : (**) Soit $x\in\mathbb{R}^{*+}$

1) Comparer : $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$

2) En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$

Exercice7 : (**) x est un réel tel que : $-1<x<2$.

On pose : B = $-2x-3$. Trouver un encadrement de B et trouer son amplitude

Exercice8 : (*) On considère l'intervalle $I=[-3;4]$

Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de l'intervalle I

Exercice9 : (*) Ecrire les intervalles suivants sous forme d'inégalités :

1) $x\in[-1;5[$ 2) $x\in]-2;+\infty[$ 3) $x\in]-\infty,0]$ 4) $x\in\left[\frac{1}{3};+\infty\right[$ 5) $x\in]4;5[$

6) $x\in]-3,3]$ 7) $x\in\left]-\frac{1}{2},3\right]\cap[0,+\infty[$ 8) $x\in[-1;2[\cup[1;4]$

Exercice10 : (*) Simplifier : 1) $]-3;4[\cap[2;7[$ 2) $[-8;4[\cap[10;20[$ 3) $]-\infty;1[\cap\left[-\frac{7}{4};+\infty\right[$

4) $]5;9[\cup[4;8[$ 5) $[-5;-2[\cup[-3;+\infty[$ 6) $\left]-\infty,\frac{2}{7}\right[\cup\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$

Exercice11 : (**) Soit x un élément de l'intervalle $]-1,+\infty[$

Comparer : 12 **et** $-5x+1$ en utilisant les propriétés de l'ordre.

Exercice12 : (**) $x\in[1;3]$ et $y\in[2;4]$ et $z\in[-3;-1]$

1) Trouver un encadrement de : x^2 ; y^2 ; $2x$ $3y$; $-x$; $-y$; $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$; $\frac{x}{y}$ et $y\times z$

2) Trouver un encadrement de : $A=x^2+y^2+2x-3y$ et $B=\frac{2x-1}{x+1}$ et trouver les amplitudes des encadrements

Exercice13 : (**) Calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de la valeur absolue).

1) $|-3|$ 2) $|3|$ 3) $\left|-\frac{3}{5}\right|$ 4) $|\sqrt{5}-2|$ 5) $|1-\sqrt{3}|$ 6) $|\pi-4|$

7) $|\sqrt{2}-\sqrt{7}|$ 8) $|3-2\sqrt{3}|$ 9) $A=|4-2\sqrt{3}|-|5-3\sqrt{3}|-|9-5\sqrt{3}|$

Exercice14 : (**) 1) Comparer : $2\sqrt{7}$ et $3\sqrt{3}$

2) Développer et Calculer $\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{7}\right)^2$

3) On pose : $A=\sqrt{55-12\sqrt{21}}$; Simplifier A.

4) Sachant que : $1.7<\sqrt{3}<1.8$ et $2.6<\sqrt{7}<2.7$

Donner une approximation de A d'amplitude 0,5 par défaut et par excès

Exercice15 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $2(x-1)-3(x+1)>4(3x-2)$

Exercice16 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l'équation : $|x-2|=5$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ Graphiquement l'équation : $|x-2|=5$

Exercice17: A) Ecrire sans le symbole de la valeur absolue les nombres suivants :

$A=\left|\sqrt{3}-\frac{5}{3}\right|$ et $B=\left|\frac{7}{3}-\sqrt{7}\right|$

B) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : 1) $|-2x|=7$ 2) $|-x|=-4$ 3) $|-x+5|=0$

4) $|-3x+5|=|x-7|$ 5) $|2x+1|+2|x-3|=-1$

Exercice18 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l'inéquation : $|x-2|\leq 5$

2) Résoudre Graphiquement l'inéquation : $|x-2|\leq 5$

Exercice19 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l'inéquation : $|x-1|\geq 3$

2) Résoudre Graphiquement l'inéquation : $|x-1|\geq 3$

Exercice20 : (***) Résoudre l'inéquation suivante : $|2x-1|+3|x-2|\succ 4$

Exercice21 : (***) Soient x et y deux réels tels que : $y\geq -2$ et $x\leq\frac{1}{5}$ et $x-y=1$

1) Calculer : $E=\sqrt{(5x-1)^2}+\sqrt{(5y+10)^2}$.

2) Montrer que :. $-2\leq y\leq -\frac{4}{5}$ et $-1\leq x\leq\frac{1}{5}$

3) Calculer : $F=|x+y+3|+\left|x+y+\frac{3}{5}\right|$.

Exercice22 : (** Sachant que : $\left(\sqrt{3}=1.732050808...\right)$

Donner un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à 10^{-2} près

Et préciser une valeur approchée décimale par défaut et par excès à 10^{-2} près.

Exercice23 : (**) 1) Effectuer et calculer : $\left(\sqrt{7}-2\sqrt{3}\right)^2$.

2) On pose : $E=\sqrt{19-4\sqrt{21}}$

a) Simplifier : E

b) Si on a : $1,73<\sqrt{3}<1,74$ et $2,64<\sqrt{7}<2,65$

Donner une valeur approchée du réel E par défaut et excès à $0,5$ près.

Exercice24 : (**) Soit : $x\in\mathbb{R}$; on pose : $A=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

1) Montrer que : $A-\dfrac{1}{2}=\dfrac{-x^2}{2\left(2\sqrt{x^2+4}+x^2+4\right)}$

2) En déduire que : $\left|A-\dfrac{1}{2}\right|\leq\dfrac{1}{16}x^2$.

3) Trouver une valeur approchée du nombre $\dfrac{1}{\sqrt{4,16}}$ d'amplitude 10^{-2}

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien