Tronc commun Sciences BIOF

Série N°4 : L'ordre dans : $\mathbb{R}$ (la correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (**) Comparer a et b dans les cas suivants :

1) $a=2-\sqrt{3}$ et $b=\left(2-\sqrt{3}\right)^2$ 2) $a=5+\sqrt{2}$ et $b=\sqrt{25+10\sqrt{2}}$

3) $a=\sqrt{10}$ et $b=\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 4) $a=4+\sqrt{17}$ et $b=3\sqrt{2}+\sqrt{17}$

Exercice2: (**) Soit $x\in\mathbb{R}^+$;Comparer : $2\sqrt{x}-1$ et x

Exercice3 : (**) Soient : a ; b deux réels distincts et strictement positifs.

1)Montrer que : $a^2+b^2>2ab$.

2)Montrer que : $\frac{2}{a^2+b^2}<\frac{1}{ab}<\frac{a^2+b^2}{2a^2b^2}$. 3) Déduire que : $3,75<\sqrt{15}<4$

Exercice4 : (**) *Soit a* est un réel strictement positif.

1) Montrer que : si a > 1, alors : $a^3>a^2>a$.

2) Montrer que : si a < 1, alors : $a^3<a^2<a$.

Exercice5 : (**) Soient $a\in\mathbb{R}^*$; on pose $A=\frac{2a}{a^2+1}$: et $B=\frac{2a-1}{a^2}$

1)Comparer : A et B

2) En déduire la comparaison de : $\frac{2,2}{2,21}$ et $\frac{1,2}{1,21}$

Exercice6 : (**) Soient : x et y des réels tels que : $-4<x<-1$ et $2<y<5$

1) Donner un encadrement pour chacun des nombres suivants :

a) $2x+3y+7$ b) $2x-3y-2$ c) $(2x-3)(3y+10)$ d) $(2x-3)^2-\sqrt{3y+10}$

2) En déduire un encadrement des nombres : $A=\frac{2x-3y-2}{2x+3y+7}$ et $B=\frac{3y+10}{2x-3y-2}$

Exercice7: (*) Traduire chacune des expressions suivantes à l'aide d'un intervalle (ou une réunion d'intervalles).1) $x>-4$ et $x<-1$ 2) $x\geq-3$ ou $x>3$ 3) $x\geq2$ ou $x<0$ 4) $x\neq2$ et $x>0$

Exercice8 : (*) On considère les intervalles suivants : $A=\left]-\infty;3\right]$; $B=\left]-5;4\right]$: $C=\left]2,+\infty\right[$

Déterminer et écrire plus simplement les ensembles suivants :

$A\cap B$; $A\cap C$; $A\cup C$; $A\cup B$; $B\cup C$; $B\cap C$

Exercice9 : (**) Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases}x\geq-3\\x\succ2\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x\succ5\\x\leq4\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x\succ7\\x\geq0\end{cases}$ 4) $\begin{cases}-3\leq x\leq0\\-7\prec x\prec10\end{cases}$

Exercice10 : Le jeu des erreurs

Cherche et explique les erreurs commises ci-dessous.

1)Résolution de l'inéquation : $2x+5<3x-1$

$2x+5<3x-1$ Signifie que : $2x+5-2x<3x-1-2x$ Signifie que : $5<x-1$ Signifie que : $5+1<x-1+1$

Signifie que : $x<6$ Donc : $x\in\left]-\infty;6\right[$ Alors : $S=\left]-\infty;6\right[$

2)Résolution de l'inéquation : $-x+3\geq5$

$-x+3\geq5$ Signifie que : $-x+3-3\geq5-3$ Signifie que : $-x\geq2$ Signifie que : $x\geq-2$

Donc : $x\in\left[-2;+\infty\right[$ Alors : $S=\left[-2;+\infty\right[$

3)Encadrement de $-3x$ sachant que : $x\in\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$

$x\in\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$ Signifie que : $-\frac{1}{3}\le x\le\frac{1}{3}$ Signifie que : $-\frac{1}{3}\times(-3)\le -3\times x\le \frac{1}{3}\times(-3)$ Signifie que : $1\le -3x\le -1$

Exercice11 : (**) 1) Calculer $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2$ et comparer : $3\sqrt{2}$ et 5.

2) Simplifier $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$.

Exercice12 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : 1) $|x-1|=5$ 2) $|2x+1|=|x-3|$

3) $|x+2|=-1$ 4) $|x-1|+|2-x|-3=0$ 5) $|x-1|+|2-x|-3=0$

Exercice13 : Déterminer algébriquement et Graphiquement les valeurs de x pour lesquelles deux fois la distance de x à 1 est égale à la distance de x à -5.

Exercice14 : (**)1) Simplifier : $A=\sqrt{\frac{1}{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}}-\sqrt{\frac{1}{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}}$

2) Soient x et y deux réels tels que : $4<x<y$

Simplifier : $B=\sqrt{(x-y)^2}+\sqrt{(4-x)^2}-|y-3|$

3) Soient x et y deux réels tels que : $x\in\left]-1;2\right[$ et $y\in\left]-5;-3\right[$

Simplifier : $C=2|3x+3|-|2y|+5|y+3|-3|y-2x|$

Exercice15 : (**) Sachant que : $2,645\le\sqrt{7}\le 2,646$

a) Que représente $2,645$ pour $\sqrt{7}$? b) Que représente $2,646$ pour $\sqrt{7}$?

Corrigé : a) $2,645$ est une valeur approchée du réel $\sqrt{7}$ par défaut à 10^{-3} près

b) $2,645$ est une valeur approchée du réel $\sqrt{7}$ par excès à 10^{-3} près

Exercice16 : (**) Sachant que : $1,38<\sqrt{2}<1,42$

Montrer que : $\left|\sqrt{2}-1,40\right|<0,02$ et que peut-on déduire ?

Exercice17 (***) Soit $x\in\mathbb{R}$ tel que : $x>1$: On pose : $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$

1) Montrer que : $A-1=\frac{1}{\sqrt{x-1}\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)}$

2) a) Vérifier que : $2\sqrt{x-1}\le\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\le 2\sqrt{x}$ b) En déduire que : $\frac{1}{2\sqrt{x}\sqrt{x-1}}\le A-1\le\frac{1}{2(x-1)}$

3) a) Montrer que : $\frac{1}{x}\le\frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x-1}}$ b) En déduire que : $1+\frac{1}{2x}\le A\le\frac{1}{2(x-1)}+1$

4) Déduire que $\frac{9}{4}$ est une valeur approchée de $\sqrt{5}$ avec la précision $\frac{1}{20}$

Exercice18 : (***) 1) a) Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}-\{2\}$ on a : $\frac{4}{2-x}=2+x+\frac{x^2}{2-x}$

b) En déduire que : si $|x|\le 1$ alors $\left|\frac{4}{2-x}-(2+x)\right|\le x^2$

2) Donner une valeur approchée du nombre : $\frac{4}{0,999}$ à 10^{-6} près

Exercice19 : Soit x et y deux réels. Démontrer que $|x+y|\le|x|+|y|$ Cette inégalité est appelée "inégalité triangulaire".

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.