Tronc commun Sciences BIOF

Série N°3 : L'ordre dans : $\mathbb{R}$

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (**)
Dans un parc de loisirs, certaines attractions sont réservées à des enfants d'une taille bien précise.
Attraction 1 : Réservée aux enfants de moins de 1,40 m.
Attraction 2 : Réservée aux enfants d'au moins 1,40 m.
Attraction 3 : Interdite aux enfants de 1,40 m et moins.
Attraction 4 : Interdite aux enfants de plus de 1,40 m.
Soit t la taille d'un enfant en mètres.
Écris pour chaque attraction une inégalité (par exemple $t \le 1,40$ ou $t > 1,40$) traduisant le fait que l'enfant est autorisé à y participer.

Exercice2 : (**) Comparer a et b dans les cas suivants :

1) $a = 2+\sqrt{3}$ et $b = 2\sqrt{3}$ 2) $a=\sqrt{6}$ et $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$ 3) $b=\sqrt{5}+\sqrt{2}-1$ et $a=\sqrt{10}$

4) $b=70+\sqrt{2}$ et $a=10\sqrt{51}$ 5) $a=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ et $b=\dfrac{4+\sqrt{2}}{7}$

6) $b=\sqrt{28}+\sqrt{32}-2\sqrt{2}$ et $a=3\sqrt{18}-\sqrt{72}+2\sqrt{\dfrac{9}{2}}$ 7) $b=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ et $a=\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Exercice3 : (**) On pose $B=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$
1) Donner le signe de : B 2) Calculer B^2
3) Donner une écriture simplifiée de B

Exercice4 : (**) Soient a et b deux nombres réels tels que : $1<a<b$
Comparer les nombres : $A=a^2+1$ et $B=ab+2$

Exercice5 : (**) Soient : x et y des réels tels que : $x>y>-\dfrac{2}{3}$
1) Etudier le signe de chacun des nombres :
a) $2x+y+3$ b) $(3x+2)(3y+2)$
2) Comparer les deux nombres suivants : $A=\dfrac{2x+3}{2y+3}$ et $B=\dfrac{2y+3}{2x+3}$

Exercice6 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :
1) $|x-2|=4$ 2) $|x+5|=-3$
3) $|x+3|\le 2$ 4) $|x-1|>5$ 5) $|3x-1|=|5x+2|$ 6) $|x+1|=4-|3x+2|$
7) $|x^2-2x+3|=2$

Exercice7 : (*) **1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l'équation : $|x-3|=|x+5|$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ Graphiquement l'équation : $|x-2|=5$

Exercice8 : (*) 1) Compléter l'inégalité : $\ldots \le x \le \ldots$ de façon à traduire que 5,5 est une valeur approchée par défaut de x à la précision 0,3
2) Compléter l'inégalité : $\ldots \le x \le \ldots$ de façon à traduire que 5,5est une valeur approchée par excès de x à 0,3près.
3) Compléter l'inégalité : $\ldots \le x \le \ldots$ de façon à traduire que 5,5est une valeur approchée de x à 0,3 près.
4) Compléter l'inégalité : $|x-\ldots|\le \ldots$ de façon à traduire que 5,5est une valeur approchée de x à 0,3 près

Exercice9 : (**) 1) Développer et Calculer $\left(\sqrt{5}-2\sqrt{2}\right)^2$

3) On pose : $A=\sqrt{13-4\sqrt{10}}$ Simplifier A.

4) Sachant que : $1.414<\sqrt{2}<1.415$ et $2.236<\sqrt{5}<2.237$

Donner une approximation de A d'amplitude 3×10^{-3} par défaut et par excès

Exercice10 : (*) Ecrire les inégalités suivantes sous forme d'intervalles :

1) $3\le x\le 7$ 2) $\frac{2}{3}<x<\frac{5}{4}$ 3) $-3<x\le 0$ 4) $-5\le x<-8$ 5) $x\ge -5$

6) $x\le 7$ 7) $x>\frac{6}{5}$ 8) $x<7$ 9) $x\le 0$ ou $x\ge 0$ 10) $x<5$ et $x\ge -1$

Exercice11 : (*) Simplifier si c'est possible

1) [2 ; 5] ∩ [4 ; 6] 2) [2 ; 5] ∪ [4 ; 6] 3)] -∞ ; 2] ∩ [-1 ; +∞[4)]-∞ ; 2] ∪ [-1 ; +∞[

Exercice12 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $\frac{3x-1}{4}\le\frac{5x+1}{6}$

Exercice13 : (**) Déterminer un intervalle ouvert I sachant que son centre est -3 et son rayon est 4

Exercice14 : (**) (*Résolution des inéquations)*

Résoudre les inéquations suivantes : 1) $|x-1|\le 2$ 2) $|x+2|\ge 3$ 3) $|2x+1|<6$

Exercice15 : (**) Soit : $x\in[4;6]$ **;** On pose : $B=\frac{6x-1}{x-2}$

1) Donner un encadrement du nombre B et préciser son amplitude

2) a) Vérifier que : $B=6+\frac{11}{x-2}$

b) Déterminer un autre encadrement du nombre B et préciser son amplitude

3) Déterminer le plus fin des deux encadrements précédents de B

Exercice16 : (***) $x\in[-3;2]$ **et** $y\in[-7;1]$

Trouver un encadrement de : $x+2y$ et $2x-y$ et $-5x+3y-8$ et xy.

Exercice17 : (***) Soit a un réel tel que : $\left|a+\frac{3}{4}\right|<\frac{1}{4}$ On pose : $A=\frac{a}{a^2+1}$

1)En cadrer le nombre a et déduire que : $\frac{1}{2}<\frac{1}{a^2+1}<\frac{4}{5}$

2) Montrer que : $-\frac{4}{5}<A<-\frac{1}{4}$

3) En déduire que le nombre $-\frac{21}{40}$ est une valeur approchée de A à la précision $\frac{11}{40}$

Exercice18 : (***) 1) a) Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}-\{1\}$ on a : $\frac{1}{1-x}=1+x+\frac{x^2}{1-x}$

b) En déduire que : si $|x|\le\frac{1}{2}$ alors $\left|\frac{1}{1-x}-(1+x)\right|\le 2x^2$

2) Donner une valeur approchée du nombre : $\frac{1}{0,99}$ à 2×10^{-4} près

Exercice19 : (***) On pose : $A=\sqrt{x^2+1}-|x|$ et $B=\sqrt{x^2+1}+|x|$

1) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$: $A>0$

b) En déduire que : $B>2|x|$

2) Calculer : $A\times B$ et déduire que : $A\le\frac{1}{2|x|}$ pour tout $x\in\mathbb{R}^*$

3) En déduire que : $|x| < \sqrt{1+x^2} < |x| + \frac{1}{2|x|}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$

4) Donner un encadrement pour le nombre : $\frac{\sqrt{122}}{3}$ d'amplitude $\frac{1}{66}$

Exercice20 : (***) Soit $a \geq 1$ on pose : $A = \sqrt{1+\frac{1}{a}}$

1) Montrer que : $a(A+1)(A-1)=1$

2) a) Montrer que : $2 \leq A+1 \leq 3$

b) En déduire que : $1+\frac{1}{3a} \leq A \leq 1+\frac{1}{2a}$

3) Montrer que : $1{,}1$ est une valeur approchée de $\sqrt{1{,}2}$ a $\frac{1}{30}$ prés

Exercice21 : (***) Soient a et b et c des nombres réels positifs.

Montrer que : $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien