

Série N°1 : L'ordre dans : \mathbb{R} (la correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice1 : (**) Comparer les nombres et a et b dans les cas suivants :

1) $\frac{-3}{7}$ et $\frac{-3}{4}$ 2) $\frac{-\sqrt{2}}{7}$ et $\frac{1}{2}$ 3) $2\sqrt{10}$ et $3\sqrt{5}$

4) $a = 3\sqrt{2} + 1$ et $b = 4\sqrt{2} - 1$ 5) $a = \sqrt{13}$ et $b = \sqrt{2} + \sqrt{11}$ 6) $b = 5\sqrt{3} + \sqrt{113}$ et $a = 8 + \sqrt{113}$

Exercice2 : (**) $a \in \mathbb{R}$ Comparer $20a - 4$ et $25a^2$

Exercice3 : (**) Comparer $a = 9^7$ et $b = \sqrt{9^{14} + 1}$

Exercice4 : (**) Soit $n \in \mathbb{N}^*$; On pose : $a = \sqrt{9n^2 + 4}$ et $a = 3n + 2$

Comparer les nombres : a et b

Exercice5 : (**) Soient : $a ; b$ des réels strictement positifs tel que : $\frac{a}{b} \leq 1$.

Montrer que : $\frac{a}{b} \leq \frac{a+2}{b+2}$.

Exercice6 : (**) Soient $a \in \mathbb{R}^{**}$ et $b \in \mathbb{R}^{**}$ Comparer : $x = \frac{2a+3b}{2a}$ et $y = \frac{12b}{2a+3b}$

Exercice7 : (**) Soit x un élément de l'intervalle $\left[\frac{-5}{3}; +\infty\right[$

Comparer : 11 et $-3x + \frac{1}{2}$ en utilisant les propriétés de l'ordre.

Exercice8 : (**) Calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de la valeur absolue).

1) $\left| -3 + \frac{1}{2} \right|$ 2) $\left| \sqrt{5} + \frac{1}{2} \right|$ 3) $\left| -\sqrt{3} - 11 \right|$ 4) $\left| 2\sqrt{5} - 3\sqrt{3} \right|$

5) $A = \left| 5 - 2\sqrt{3} \right| + \left| 6 - 4\sqrt{3} \right| - \left| 2\sqrt{3} - 1 \right|$

Exercice9 : (Résoudre les équations suivantes : 1) $|x - 1| = 2$ 2) $|3x + 2| = |x - 4|$

3) $3|x + 5| = -\frac{1}{2}$ 4) $|x - 1| + |2 - x| - 3 = 0$

Exercice10 : (**) 1) Calculer $(6\sqrt{2} - 9)^2$ et comparer : $6\sqrt{2}$ et 9 .

2) Simplifier $\sqrt{153 - 108\sqrt{2}}$.

Exercice11 : (*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : $\in ; \notin ; \subset ; \not\subset$:

$2 \dots [2; 6[; 6 \dots [2; 6[; 3 \dots [1; +\infty[; 100 \dots [0; +\infty[; -1 \dots]-\infty; 1]; \left\{ 0; \frac{1}{2}; 1; 2 \right\} \dots [0; 3[$

$\{0; 1; 200\} \dots]0; +\infty[;]0; 1[\dots \mathbb{Q}$.

Exercice12 : (**) Résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x \geq -2 \\ x > 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 6 \\ x \leq 2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \geq -1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} -2 \leq x \leq 5 \\ -5 < x < 6 \end{cases}$

Exercice13 : (**) x est un réel tel que : $x \in [-2; 3]$

On pose : $A = -5x + \frac{1}{2}$. Trouver un encadrement de A et trouver son amplitude

Exercice14 : (*) On considère l'intervalle $I = [-8; 2]$; Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de l'intervalle I

Exercice15 : (**) Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que : $\left| x - \frac{7}{2} \right| < \frac{1}{2}$; Trouver l'intervalle qui correspond à cette inégalité.

Exercice16 : (**) Résoudre les inéquations suivantes : 1) $|x| \leq \frac{1}{2}$ 2) $|2x-3| < 1$ 3) $|x+3| > \frac{4}{7}$

Exercice17 : (***) Soient a et b deux réels tels que : $\left| \frac{3a-11}{a-2} \right| < 2$ et $\left| \frac{2b-3}{b+1} - 5 \right| < 2$

1) Montrer que : $3 < a < 7$ et $-6 < b < -2$

2) Encadrer les nombres : $a+b+1$ et ab

3) En déduire une comparaison des deux nombres : $2a+b$ et $\sqrt{2a^2+b^2+3ab}$

Exercice18 : (**) Sachant que : $\frac{1}{3}$ est une valeur approchée du réel a à $\frac{2}{3}$ près

Et 2,25 est une valeur approchée du réel b à 5×10^{-2} près

1) Donner un encadrement des réels a et b

2) Donner un encadrement des réels suivants a) $a+b$ b) $a-b$ c) $A = \frac{a+1}{a^2+a+2}$

Exercice19 : (***) Soient a et b deux réels tel que : $a \in [0; 2]$ et $b \in [0; 2]$

1) Montrer que : $\frac{3}{16} |a-b| \leq \left| \frac{3}{2+a} - \frac{3}{2+b} \right| \leq \frac{3}{4} |a-b|$

2) Sachant que : $0.866 \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \leq 0.867$ et $0.707 \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \leq 0.708$

Donner une valeur approchée du réel $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ par défaut et excès à 2×10^{-3} près

3) En déduire que : $\left| \frac{3}{2+\frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{3}{2+\frac{\sqrt{2}}{2}} \right| \leq 1,2 \times 10^{-1}$

Exercice20 : (***) 1) Montrer que : $\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

2) Montrer que : $\sqrt{9-\sqrt{79}} + \sqrt{9+\sqrt{79}} = \sqrt{18+\sqrt{8}}$

Exercice21 : (**) Soient $x \in \mathbb{R}$; $y \in \mathbb{R}$ tel que : 1,5 est une valeur approchée par excès de x à 0,1 près

Et -1,4 est une valeur approchée par défaut de y à 0,2 près

1) Donner un encadrement de $x-y$ en précisant son amplitude.

2) Montrer que : $\frac{11}{4}$ est une valeur approchée de : $x-y$ à $\frac{3}{20}$ près

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

