

Série N°1 : L'ordre dans :  $\mathbb{R}$  (la correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/> )

**Exercice1 :** (\*\*) Comparer les nombres et  $a$  et  $b$  dans les cas suivants :

1)  $\frac{-3}{7}$  et  $\frac{-3}{4}$       2)  $\frac{-\sqrt{2}}{7}$  et  $\frac{1}{2}$       3)  $2\sqrt{10}$  et  $3\sqrt{5}$

4)  $a = 3\sqrt{2} + 1$  et  $b = 4\sqrt{2} - 1$       5)  $a = \sqrt{13}$  et  $b = \sqrt{2} + \sqrt{11}$       6)  $b = 5\sqrt{3} + \sqrt{113}$  et  $a = 8 + \sqrt{113}$

**Exercice2 :** (\*\*)  $a \in \mathbb{R}$  Comparer  $20a - 4$  et  $25a^2$

**Exercice3 :** (\*\*) Comparer  $a = 9^7$  et  $b = \sqrt{9^{14} + 1}$

**Exercice4 :** (\*\*) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$  ; On pose :  $a = \sqrt{9n^2 + 4}$  et  $a = 3n + 2$

Comparer les nombres :  $a$  et  $b$

**Exercice5 :** (\*\*) Soient :  $a ; b$  des réels strictement positifs tel que :  $\frac{a}{b} \leq 1$ .

Montrer que :  $\frac{a}{b} \leq \frac{a+2}{b+2}$ .

**Exercice6 :** (\*\*) Soient  $a \in \mathbb{R}^{**}$  et  $b \in \mathbb{R}^{**}$  Comparer :  $x = \frac{2a+3b}{2a}$  et  $y = \frac{12b}{2a+3b}$

**Exercice7 :** (\*\*) Soit  $x$  un élément de l'intervalle  $\left[\frac{-5}{3}; +\infty\right[$

Comparer :  $11$  et  $-3x + \frac{1}{2}$  en utilisant les propriétés de l'ordre.

**Exercice8 :** (\*\*) Calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de la valeur absolue).

1)  $\left| -3 + \frac{1}{2} \right|$       2)  $\left| \sqrt{5} + \frac{1}{2} \right|$       3)  $\left| -\sqrt{3} - 11 \right|$       4)  $\left| 2\sqrt{5} - 3\sqrt{3} \right|$

5)  $A = \left| 5 - 2\sqrt{3} \right| + \left| 6 - 4\sqrt{3} \right| - \left| 2\sqrt{3} - 1 \right|$

**Exercice9 :** (Résoudre les équations suivantes : 1)  $|x - 1| = 2$       2)  $|3x + 2| = |x - 4|$

3)  $3|x + 5| = -\frac{1}{2}$       4)  $|x - 1| + |2 - x| - 3 = 0$

**Exercice10 :** (\*\*) 1) Calculer  $(6\sqrt{2} - 9)^2$  et comparer :  $6\sqrt{2}$  et  $9$ .

2) Simplifier  $\sqrt{153 - 108\sqrt{2}}$ .

**Exercice11 :** (\*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles :  $\in ; \notin ; \subset ; \not\subset$  :

$2 \dots [2; 6[ ; 6 \dots [2; 6[ ; 3 \dots [1; +\infty[ ; 100 \dots [0; +\infty[ ; -1 \dots ]-\infty; 1]; \left\{ 0; \frac{1}{2}; 1; 2 \right\} \dots [0; 3[$

$\{0; 1; 200\} \dots ]0; +\infty[ ; ]0; 1[ \dots \mathbb{Q}$ .

**Exercice12 :** (\*\*) Résoudre les systèmes suivants :

1)  $\begin{cases} x \geq -2 \\ x > 0 \end{cases}$       2)  $\begin{cases} x > 6 \\ x \leq 2 \end{cases}$       3)  $\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \geq -1 \end{cases}$       4)  $\begin{cases} -2 \leq x \leq 5 \\ -5 < x < 6 \end{cases}$

**Exercice13 :** (\*\*)  $x$  est un réel tel que :  $x \in [-2; 3]$

On pose :  $A = -5x + \frac{1}{2}$ . Trouver un encadrement de  $A$  et trouver son amplitude

**Exercice14 :** (\*) On considère l'intervalle  $I = [-8; 2]$  ; Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de l'intervalle  $I$

**Exercice15 :** (\*\*) Soit  $x \in \mathbb{R}$  tel que :  $\left| x - \frac{7}{2} \right| < \frac{1}{2}$  ; Trouver l'intervalle qui correspond à cette inégalité.

**Exercice16 :** (\*\*) Résoudre les inéquations suivantes : 1)  $|x| \leq \frac{1}{2}$     2)  $|2x-3| < 1$     3)  $|x+3| > \frac{4}{7}$

**Exercice17 :** (\*\*\*) Soient  $a$  et  $b$  deux réels tels que :  $\left| \frac{3a-11}{a-2} \right| < 2$  et  $\left| \frac{2b-3}{b+1} - 5 \right| < 2$

1) Montrer que :  $3 < a < 7$  et  $-6 < b < -2$

2) Encadrer les nombres :  $a+b+1$  et  $ab$

3) En déduire une comparaison des deux nombres :  $2a+b$  et  $\sqrt{2a^2+b^2+3ab}$

**Exercice18 :** (\*\*) Sachant que :  $\frac{1}{3}$  est une valeur approchée du réel  $a$  à  $\frac{2}{3}$  près

Et 2,25 est une valeur approchée du réel  $b$  à  $5 \times 10^{-2}$  près

1) Donner un encadrement des réels  $a$  et  $b$

2) Donner un encadrement des réels suivants    a)  $a+b$     b)  $a-b$     c)  $A = \frac{a+1}{a^2+a+2}$

**Exercice19 :** (\*\*\*) Soient  $a$  et  $b$  deux réels tel que :  $a \in [0; 2]$  et  $b \in [0; 2]$

1) Montrer que :  $\frac{3}{16} |a-b| \leq \left| \frac{3}{2+a} - \frac{3}{2+b} \right| \leq \frac{3}{4} |a-b|$

2) Sachant que :  $0.866 \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \leq 0.867$  et  $0.707 \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \leq 0.708$

Donner une valeur approchée du réel  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$  par défaut et excès à  $2 \times 10^{-3}$  près

3) En déduire que :  $\left| \frac{3}{2+\frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{3}{2+\frac{\sqrt{2}}{2}} \right| \leq 1,2 \times 10^{-1}$

**Exercice20 :** (\*\*\*) 1) Montrer que :  $\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

2) Montrer que :  $\sqrt{9-\sqrt{79}} + \sqrt{9+\sqrt{79}} = \sqrt{18+\sqrt{8}}$

**Exercice21 :** (\*\*) Soient  $x \in \mathbb{R}$  ;  $y \in \mathbb{R}$  tel que : 1,5 est une valeur approchée par excès de  $x$  à 0,1 près

Et -1,4 est une valeur approchée par défaut de  $y$  à 0,2 près

1) Donner un encadrement de  $x-y$  en précisant son amplitude.

2) Montrer que :  $\frac{11}{4}$  est une valeur approchée de :  $x-y$  à  $\frac{3}{20}$  près

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

