

Série N°9 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice1 : (**) Soient $x \in \mathbb{R}^*$; $y \in \mathbb{R}^*$ tels que : $xy = 2026$ et $2024x + 2023y = 2025$

Calculer : $\frac{2024}{y} + \frac{2023}{x}$

Exercice2 : (**) On pose : $B = 100 \left(\frac{2 + 22 + 222 + 2222}{4 + 44 + 444 + 4444} \right)^2$ Montrer que : $B \in \mathbb{N}$

Exercice3 : On pose : $A = \sqrt{57 - 40\sqrt{2}} - \sqrt{57 + 40\sqrt{2}}$

1) Montrer que : $A^2 = 100$

2) En déduire que : $A \in \mathbb{Z}^-$

Exercice4 :

Montrer que : $(\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{7})(-\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7}) \in \mathbb{N}$

Exercice5 : (**) Simplifier $a \in \mathbb{R}^*$

$A = (\sqrt{2})^{-2} \times (\sqrt{2})^2 \times (-\sqrt{2})^{-5} \times (\sqrt{2})^3$; $B = \left(\left(-\frac{3}{2} \right)^{-1} \right)^4$; $C = \frac{a^{-2} \times (-a)^5}{-a \times a^{-4}} \times \frac{a^{-1} \times (a^{-2})^5}{((-a)^4)^{-2}}$

Exercice6 : (**) Soit a un réel non nul tel que : $a \neq 1$ et $a \neq -1$

1) Montrer que : $a^7 - 1 = (a - 1)(a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)$

2) En déduire la valeur de : $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Exercice7 : $x \in \mathbb{R}$; Développer et simplifier les expressions suivantes :

$A = (x^2 + x - 3)(2x + 1)$; $B = (x - 1)(2x + 1) - [(x + 2)(x - 1) + 2x^2 + 3x - 5]$; $C = (x^2 - 2x + 1)^2$

Exercice8 : Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$; $y \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

$A = (2x + 1)^2 + (2x - 1)^2 - 12x^2$; $B = 4y^2 - 2y - 9x^2 + 3x$

$C = 9x^2 - 30x + 24$; $D = 4a^2 + 49b^2 - x^2 - 28ab$

$E = 8x^3 + 125$; $F = 9x^2 - 6x\sqrt{7} + 7 + (1 - 3x)(3x - \sqrt{7})$

$G = (x - 5)(3x - 2) + 27x^3 - 8$; $H = 3ax + 3ay - 2bx - 2by$

Exercice9 : (**) Soient $x \in \mathbb{R}$; $y \in \mathbb{R}$ tel que : $0 < y \leq x$

On pose : $A = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - y^2}} - \sqrt{x + \sqrt{x^2 - y^2}}$

1) Calculer : A^2 en fonction de x et y

2) En déduire une écriture simple de A

3) Simplifier le nombre : $A = \sqrt{5 - \sqrt{21}} - \sqrt{5 + \sqrt{21}}$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

