Série N°7 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$\frac{2}{4}$....$\mathbb{Z}$; -5...$\mathbb{Q}$; $\sqrt{3}$...$\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}^+$....$\mathbb{R}$; $\mathbb{Z}^-$....$\mathbb{Q}$; $\sqrt{2}$....$\mathbb{R}^-$; 0....$\mathbb{R}^*$; $-\frac{100}{20}$....$\mathbb{Z}$; $\frac{\sqrt{2}}{5}-\frac{\sqrt{2}}{5}$....$\mathbb{R}^*$; $-\frac{\sqrt{16}}{3}$...$\mathbb{Z}$; $-\sqrt{7}$...$\mathbb{R}^-$;

$\frac{7}{3}$...$\mathbb{Q}^{*+}$; $\frac{1}{5}$....D ; $\frac{1}{3}$....D ; $\{0;-5;-12;-100\}$...$\mathbb{Z}$; 1....$\{-2;5;3\}$; $\mathbb{R}^-$...$\mathbb{R}$; $\mathbb{R}^-$....$\mathbb{R}^*$; 1....$\varnothing$; $\left\{-\frac{1}{2};\sqrt{3};1\right\}$...$\mathbb{Q}$

Exercice2 : 1) Ecrire les nombres décimaux suivants sous la forme $\frac{a}{10^n}$ ou $a\in\mathbb{Z}$ et $n\in\mathbb{N}$

$3,4658$; $1,75$; -9

2) Les nombres $\frac{126}{450},\frac{75}{90},\frac{17}{7},\frac{1}{3}$ sont-ils des décimaux ?

Exercice3 : Calculer et simplifier : $Q=\dfrac{\dfrac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}}{\dfrac{1+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{7}}}\times\dfrac{\dfrac{2-\frac{1}{9}}{3+\frac{5}{3}}}{\dfrac{9-\frac{1}{2}}{5+\frac{9}{3}}}$

Exercice4 : Parmi les nombres suivants déterminer ceux qui sont écrit sous forme scientifique puis donner l'écriture scientifique des autres :

$a=234,45\times10^{-1}$; $b=2,34$; $c=234$; $d=6,34\times10^{-7}$; $e=0,2075\times10^{-2}$; $f=1234,45\times10^{-2}$

Exercice5 : Soient $a;b$ et c trois réels deux a deux distincts :

1) Montrer que : $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

2) Montrer que : $\frac{a+b}{(c-a)(c-b)}+\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{a+c}{(b-a)(b-c)}=0$

Exercice6 : Écris les expressions suivantes le plus simplement possible

$A=5\sqrt{8}-3\sqrt{50}+5\sqrt{2}$; $B=\sqrt{27}-7\sqrt{75}+\sqrt{48}$; $C=\left(4\sqrt{3}-7\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{3}-4\sqrt{5}\right)$

Exercice7 : (*) Rendre le dénominateur rationnel des quotients suivants :

$A=\frac{\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$ et $B=\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

Exercice8 : (***) Soit : $n\in\mathbb{N}$

Montrer que $\frac{2^{n+1}\times7^{n+3}-686}{2^n\times7^{n+3}-343}\in\mathbb{N}$.

Exercice9 : (***) On pose : $A=\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

1) Montrer que : $A=\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

2) Montrer que : $\frac{(A-1)^2}{A}=\frac{6}{\sqrt{2}}$ 3) En déduire que : $\frac{(A-1)^4}{A^2}\in\mathbb{N}$.

Exercice10 : $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$; Développer et simplifier les expressions suivantes :

$A=2-x+y^2-x\left(3-y^2\right)+y\left(x^2-y\right)$; $B=4\left(\sqrt{2}-3\right)-\sqrt{5}\left(\sqrt{10}-5\right)$

$C=\left(2x-3\right)^3$; $D=\left(x+1\right)\left(2-x\right)-\left[\left(1-x\right)\left(x+3\right)-5x-4\right]$

$E=\left(2x-3\right)\left(2x+3\right)-\left(3x+1\right)^2$

Exercice11 : Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=49x^2-56x+16$; $B=\left(3x-6\right)\left(x-10\right)-\left(7x-35\right)\left(x+1\right)$

$C=\left(-2x+3\right)\left(4x^2-25\right)-3\left(2x+5\right)\left(-2x+3\right)-x\left(2x-3\right)\left(2x+5\right)$

$D=9x^2-6x\sqrt{2}+2+\left(1-3x\right)\left(3x-\sqrt{2}\right)$; $E=\left(2x+1\right)^2-100$

$F=x^6-4x^3+4$; $G=3ax+3ay-2bx-2by$; $Q=\left(3x+2\right)^3-27$

$N=x^3+8+3\left(x^2-4\right)-2\left(x+2\right)$; $Z=a^4+b^4-c^4-2a^2b^2+4abc^2$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien