Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°7 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

Exercice1 : (*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : ∈ ; ∉; ⊂; ⊄

$\frac{2}{4}....\mathbb{Z}$; $-5...\mathbb{Q}$; $\sqrt{3}...\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}^{+}....\mathbb{R}$; $\mathbb{Z}^{-}....\mathbb{Q}$; $\sqrt{2}....\mathbb{R}^{-}$; $0....\mathbb{R}^{*}$; $-\frac{100}{20}....\mathbb{Z}$; $\frac{\sqrt{2}}{5}-\frac{\sqrt{2}}{5}....\mathbb{R}^{*}$; $-\frac{\sqrt{16}}{3}...\mathbb{Z}$; $-\sqrt{7}...\mathbb{R}^{-}$;

$\frac{7}{3}...\mathbb{Q}^{*+}$: $\frac{1}{5}....D$; $\frac{1}{3}....D$; $\{0;-5;-12;-100\}...\mathbb{Z}$; $1....\{-2;5;3\}$; $\mathbb{R}^{-}...\mathbb{R}$; $\mathbb{R}^{-}....\mathbb{R}^{*}$; $1....\varnothing$; $\left\{-\frac{1}{2};\sqrt{3};1\right\}...\mathbb{Q}$

Corrigé :

$\frac{2}{4}\notin\mathbb{Z}$; $-5\in\mathbb{Q}$; $\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}^{+}\subset\mathbb{R}$; $\mathbb{Z}^{-}\subset\mathbb{Q}$; $\sqrt{2}\notin\mathbb{R}^{-}$; $0\notin\mathbb{R}^{*}$; $-\frac{100}{20}\in\mathbb{Z}$; $\frac{\sqrt{2}}{5}-\frac{\sqrt{2}}{5}\notin\mathbb{R}^{*}$; $-\frac{\sqrt{16}}{3}\notin\mathbb{Z}$; $-\sqrt{7}\in\mathbb{R}^{-}$;

$\frac{7}{3}\in\mathbb{Q}^{*+}$: $\frac{1}{5}\in D$; $\frac{1}{3}\notin D$; $\{0;-5;-12;-100\}\subset\mathbb{Z}$; $1\notin\{-2;5;3\}$; $\mathbb{R}^{-}\subset\mathbb{R}$; $\mathbb{R}^{-}\not\subset\mathbb{R}^{*}$; $1\notin\varnothing$; $\left\{-\frac{1}{2};\sqrt{3};1\right\}\not\subset\mathbb{Q}$

Exercice2 : 1) Ecrire les nombres décimaux suivants sous la forme $\frac{a}{10^{n}}$ ou $a\in\mathbb{Z}$ et $n\in\mathbb{N}$

$3,4658$; $1,75$; -9

2) Les nombres $\frac{126}{450},\frac{75}{90},\frac{17}{7},\frac{1}{3}$ sont-ils des décimaux ?

Corrigé : 1) $3,4658=\frac{34658}{10^{4}}\in\mathbb{D}$ et $1.75=\frac{175}{10^{2}}=\frac{7}{4}\in\mathbb{D}$; $-9=\frac{-9}{10^{0}}\in\mathbb{D}$

2) $\frac{126}{450}=0.28=\frac{28}{10^{2}}\in\mathbb{D}$

$\frac{75}{90}=\frac{5}{6}=0.8333333333...\notin\mathbb{D}$ Mais $\frac{75}{90}$ est rationnel c'est-à-dire : $\frac{75}{90}\in\mathbb{Q}$

$\frac{17}{7}=0.428571429...\notin\mathbb{D}$ Mais $\frac{17}{7}$ est rationnel c'est-à-dire : $\frac{17}{7}\in\mathbb{Q}$

$\frac{1}{3}=0.333333.......$Est rationnel mais $\frac{1}{3}\notin\mathbb{D}$ c'est-à-dire : $\frac{1}{3}\in\mathbb{Q}$

Exercice3: Calculer **et** simplifier : $Q=\frac{\frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}}{\frac{1+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{7}}}\times\frac{\frac{2-\frac{1}{9}}{3+\frac{5}{3}}}{\frac{9-\frac{1}{2}}{5+\frac{9}{3}}}$

$$Q=\frac{\frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}}{\frac{1+\frac{1}{7}}{1-\frac{1}{7}}}\times\frac{\frac{2-\frac{1}{9}}{3+\frac{5}{3}}}{\frac{9-\frac{1}{2}}{5+\frac{9}{3}}}=\frac{\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}}}{\frac{\frac{8}{7}}{\frac{6}{7}}}\times\frac{\frac{\frac{17}{9}}{\frac{14}{3}}}{\frac{\frac{17}{2}}{\frac{8}{1}}}=\frac{\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}}{\frac{8}{7}\times\frac{7}{6}}\times\frac{\frac{17}{9}\times\frac{3}{14}}{\frac{17}{2}\times\frac{1}{8}}=\frac{\frac{2}{1}}{\frac{4}{3}}\times\frac{\frac{17}{42}}{\frac{17}{16}}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{4}\times\frac{17}{42}\times\frac{16}{17}=\frac{3}{2}\times\frac{8}{21}=\frac{4}{7}$$

Exercice4 : Parmi les nombres suivants déterminer ceux qui sont écrit sous forme scientifique puis donner l'écriture scientifique des autres :

$a=234,45\times10^{-1}$; $b=2,34$; $c=234$; $d=6,34\times10^{-7}$; $e=0,2075\times10^{-2}$; $f=1234,45\times10^{-2}$

Corrigé : Règle importante : l'écriture scientifique $a\times10^{n}$ avec $0\le a<10$ et $n\in\mathbb{Z}$

L'écriture : $a=234,45\times10^{-1}$ n'est pas scientifique

L'écriture scientifique de : $a=234,45\times10^{-1}$ est $a=2,3445\times10^{2}\times10^{-1}=2,3445\times10^{1}$

L'écriture : $b=2,34$ est scientifique

L'écriture : $c=234$ n'est pas scientifique

L'écriture scientifique de : $c=234$ est $a=2,34\times10^{2}$

L'écriture : $d=6,34\times10^{-7}$ est scientifique

L'écriture : $e=0,2075\times10^{-2}$ n'est pas scientifique

L'écriture scientifique de : $e=0,2075\times10^{-2}$ est $e=2,075\times10^{-1}\times10^{-2}=2,075\times10^{-3}$

L'écriture : $f=1234,45\times10^{-2}$ n'est pas scientifique

L'écriture scientifique de : $f=1234,45\times10^{-2}$ est $f=1,23445\times10^{3}\times10^{-2}=1,23445\times10^{1}$

Exercice5 : Soient $a;b\ et\ c$ trois réels deux a deux distincts :

1) Montrer que : $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

2) Montrer que : $\frac{a+b}{(c-a)(c-b)}+\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{a+c}{(b-a)(b-c)}=0$

Corrigé : 1) Montrons que : $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=0$

On réduit ces fractions aux mêmes dénominateurs

Ici; nous pouvons prendre comme dénominateur commun le nombre : $(a-b)(a-c)(b-c)$ on obtient alors :

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=\frac{(b-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)}+\frac{(c-a)}{(a-b)(a-c)(b-c)}+\frac{(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{b-c+c-a+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)}=\frac{0}{(a-b)(a-c)(b-c)}=0$$

2) Montrons que : $\frac{a+b}{(c-a)(c-b)}+\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{a+c}{(b-a)(b-c)}=0$

On réduit ces fractions aux mêmes dénominateurs

Ici; nous pouvons prendre comme dénominateur commun le nombre : $(a-b)(a-c)(b-c)$ on obtient alors :

$$\frac{a+b}{(c-a)(c-b)}+\frac{b+c}{(a-b)(a-c)}+\frac{a+c}{(b-a)(b-c)}=\frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}+\frac{(b+c)(b-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)}+\frac{(a+c)(c-a)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{a^{2}-b^{2}+b^{2}-c^{2}+c^{2}-a^{2}}{(a-b)(a-c)(b-c)}=\frac{0}{(a-b)(a-c)(b-c)}=0$$

Exercice6 : Écris les expressions suivantes le plus simplement possible

$A=5\sqrt{8}-3\sqrt{50}+5\sqrt{2}$; $B=\sqrt{27}-7\sqrt{75}+\sqrt{48}$; $C=\left(4\sqrt{3}-7\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{3}-4\sqrt{5}\right)$

Corrigé : $A=5\sqrt{8}-3\sqrt{50}+5\sqrt{2}=5\sqrt{4\times2}-3\sqrt{25\times2}+5\sqrt{2}$

$A=5\sqrt{4}\times\sqrt{2}-3\sqrt{25}\times\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

$A=5\times2\times\sqrt{2}-3\times5\times\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

$A=10\sqrt{2}-15\sqrt{2}+5\sqrt{2}=(10-15+5)\sqrt{2}$

$A=0\times\sqrt{2}=0$

$B=\sqrt{27}-7\sqrt{75}+\sqrt{48}$

$$B=\sqrt{9\times3}-7\sqrt{25\times2}+\sqrt{16\times3}$$

$$B=\sqrt{9}\times\sqrt{3}-7\sqrt{25}\times\sqrt{3}+\sqrt{16}\times\sqrt{3}$$

$$B=3\sqrt{3}-35\sqrt{3}+4\sqrt{3}=-28\sqrt{3}$$

$$C=\left(4\sqrt{3}-7\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{3}-4\sqrt{5}\right)$$

$$C=4\sqrt{3}\times7\sqrt{3}-4\sqrt{3}\times4\sqrt{5}-7\sqrt{5}\times7\sqrt{3}+7\sqrt{5}\times4\sqrt{5}\ =28\times3-16\sqrt{15}-7\times7\sqrt{15}+7\times4\times5$$

$$C=28\times3-16\sqrt{15}-49\sqrt{15}\ =224-65\sqrt{15}$$

Exercice7 : (*) Rendre le dénominateur rationnel des quotients suivants :

$$A=\frac{\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}\ \text{ et }\ B=\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$$

Corrigé : Pour $A=\frac{\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$

On va utiliser l'expression conjuguée : le conjuguée $5+2\sqrt{3}$ est : $5-2\sqrt{3}$

Donc : $A=\frac{\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\left(5-2\sqrt{3}\right)}{\left(5+2\sqrt{3}\right)\left(5-2\sqrt{3}\right)}+\frac{\sqrt{3}\left(5+2\sqrt{3}\right)}{\left(5-2\sqrt{3}\right)\left(5+2\sqrt{3}\right)}=\frac{5\sqrt{3}-2\left(\sqrt{3}\right)^2}{(5)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}+\frac{5\sqrt{3}+2\left(\sqrt{3}\right)^2}{(5)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}$

Donc : $A=\frac{5\sqrt{3}-6}{25-12}+\frac{5\sqrt{3}+6}{25-12}=\frac{5\sqrt{3}-6}{13}+\frac{5\sqrt{3}+6}{13}=\frac{5\sqrt{3}-6+5\sqrt{3}+6}{13}=\frac{10\sqrt{3}}{13}$

Pour $B=\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}=\frac{1}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{6}}$ On va utiliser l'expression conjuguée :

Le conjuguée $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{6}$ est : $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\sqrt{6}$

$$B=\frac{2}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{6}}=\frac{2\left[\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{6}\right]}{\left[\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{6}\right]\left[\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{6}\right]}$$

$$B=\frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{6}^2}=\frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{6}^2}=\frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{2+2\sqrt{6}+3-6}=\frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{2\sqrt{6}-1}$$

On va utiliser l'expression conjuguée une autre fois : le conjuguée $2\sqrt{6}-1$ est : $2\sqrt{6}+1$

$$B=\frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{2\sqrt{6}-1}=\frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)\left(2\sqrt{6}+1\right)}{\left(2\sqrt{6}-1\right)\left(2\sqrt{6}+1\right)}=\frac{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)\left(2\sqrt{6}+1\right)}{\left(2\sqrt{6}\right)^2-1^2}$$

$$B=\frac{2\left(4\sqrt{3}+6\sqrt{2}-12+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)}{24-1}=\frac{2\left(5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\sqrt{6}-12\right)}{23}$$

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice8 : (***) Soit : $n\in\mathbb{N}$

Montrer que $\frac{2^{n+1}\times7^{n+3}-686}{2^n\times7^{n+3}-343}\in\mathbb{N}$.

Corrigé : Montrons que $\frac{2^{n+1}\times7^{n+3}-686}{2^n\times7^{n+3}-343}\in\mathbb{N}$

$$\frac{2^{n+1}\times7^{n+3}-686}{2^n\times7^{n+3}-343}=\frac{2^{n+1}\times7^{n+3}-2^1\times7^3}{2^n\times7^{n+3}-7^3}=\frac{2\times7^3\left(2^n\times7^n-1\right)}{7^3\left(2^n\times7^n-1\right)}=2\in\mathbb{N}$$

Exercice9 : (***) On pose : $A=\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

1) Montrer que : $A=\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

2) Montrer que : $\frac{(A-1)^2}{A}=\frac{6}{\sqrt{2}}$

3) En déduire que : $\frac{(A-1)^4}{A^2}\in\mathbb{N}$.

Corrigé : 1) Montrons que $A=\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

On a : $A=\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}}=\frac{\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{\left(\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\right)\left(\left(1+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right)}$

$$A=\frac{\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2}{\left(1+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{3}^2}=\frac{1+2+3+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{\left(1+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{3}^2}=\frac{6+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{1^2+2\sqrt{2}\times1+\left(\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{3}^2}$$

$$A=\frac{6+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\frac{2\left(3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)}{2\sqrt{2}}=\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

2) Montrons que : $\frac{(A-1)^2}{A}=\frac{6}{\sqrt{2}}$

$$\frac{(A-1)^2}{A}=\frac{\left(\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}-1\right)^2}{\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}}=\frac{\left(\frac{3+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}}$$

C'est-à-dire : $\frac{(A-1)^2}{A}=\frac{6\left(3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)}{\sqrt{2}\left(3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)}=\frac{6}{\sqrt{2}}$

3) Déduction que : $\frac{(A-1)^4}{A^2}\in\mathbb{N}$.

$$\frac{(A-1)^4}{A^2}=\left(\frac{(A-1)^2}{A}\right)^2=\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2=18\in\mathbb{N}$$

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice10 : $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$; Développer et simplifier les expressions suivantes :

$A=2-x+y^2-x\left(3-y^2\right)+y\left(x^2-y\right)$; $B=4\left(\sqrt{2}-3\right)-\sqrt{5}\left(\sqrt{10}-5\right)$

$C=\left(2x-3\right)^3$; $D=\left(x+1\right)\left(2-x\right)-\left[\left(1-x\right)\left(x+3\right)-5x-4\right]$

$E=\left(2x-3\right)\left(2x+3\right)-\left(3x+1\right)^2$

Corrigé : $A=2-x+y^2-x\left(3-y^2\right)+y\left(x^2-y\right)$

$A=2-x+y^2-3x+xy^2+x^2y-y^2$

$A=2-4x+xy^2+x^2y$

$B=4\left(\sqrt{2}-3\right)-\sqrt{5}\left(\sqrt{10}-5\right)=4\sqrt{2}-12-\sqrt{5}\sqrt{5}\sqrt{2}+5\sqrt{5}$

$B=4\sqrt{2}-12-5\sqrt{2}+5\sqrt{5}=5\sqrt{5}-\sqrt{2}-12$

$C=\left(2x\right)^3-3\left(2x\right)^2\times3+3\left(2x\right)\times3^2-3^3$

$C=8x^3-36x^2+54x-27$

$D=\left(x+1\right)\left(2-x\right)-\left[\left(1-x\right)\left(x+3\right)-5x-4\right]$

$D=2x-x^2+2-x-\left(x+3-x^2-3x-5x-4\right)$

$D=-x^2+x+2+x^2+7x+1$

Donc : $D=8x+3$

$E=\left(2x-3\right)\left(2x+3\right)-\left(3x+1\right)^2$

$E=\left(2x\right)^2-3^2-\left(\left(3x\right)^2+2\times3x\times1+1^2\right)$

$E=4x^2-9-\left(9x^2+6x+1\right)$

$E=4x^2-9-9x^2-6x-1$

$E=-5x^2-6x-10$

Exercice11 : Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $y\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=49x^2-56x+16$; $B=\left(3x-6\right)\left(x-10\right)-\left(7x-35\right)\left(x+1\right)$

$C=\left(-2x+3\right)\left(4x^2-25\right)-3\left(2x+5\right)\left(-2x+3\right)-x\left(2x-3\right)\left(2x+5\right)$

$D=9x^2-6x\sqrt{2}+2+\left(1-3x\right)\left(3x-\sqrt{2}\right)$; $E=\left(2x+1\right)^2-100$

$F=x^6-4x^3+4$; $G=3ax+3ay-2bx-2by$; $Q=\left(3x+2\right)^3-27$

$N=x^3+8+3\left(x^2-4\right)-2\left(x+2\right)$; $Z=a^4+b^4-c^4-2a^2b^2+4abc^2$

Corrigé : $A=49x^2-56x+16$ est du type : $a^2-2ab+b^2$

$A=49x^2-56x+16=\left(7x\right)^2-2\times7x\times4+4^2=\left(7x-4\right)^2$

$B=\left(3x-15\right)\left(x-10\right)-\left(7x-35\right)\left(x+1\right)$

$B=\left(3x-15\right)\left(x-10\right)-\left(7x-35\right)\left(x+1\right)=3\left(x-5\right)\left(x-10\right)-7\left(x-5\right)\left(x+1\right)$ On a : $x-5$ facteur commun

Donc : $B=\left(x-5\right)\left[3x-30-7x-7\right]=\left(x-5\right)\left(-4x-37\right)=-\left(x-5\right)\left(4x+37\right)$

$C=\left(-2x+3\right)\left(4x^2-25\right)-3\left(2x+5\right)\left(-2x+3\right)-x\left(2x-3\right)\left(2x+5\right)$

$C=\left(-2x+3\right)\left(\left(2x\right)^2-5^2\right)-3\left(2x+5\right)\left(-2x+3\right)+x\left(-2x+3\right)\left(2x+5\right)$

$C=\left(-2x+3\right)\left(2x+5\right)\left(2x-5\right)-3\left(2x+5\right)\left(-2x+3\right)+x\left(-2x+3\right)\left(2x+5\right)$

$C=(-2x+3)(2x+5)(2x-5)-3(2x+5)(-2x+3)+x(-2x+3)(2x+5)$

On a : $(-2x+3)(2x+5)$ facteur commun

Donc : $C=(-2x+3)(2x+5)(2x-3-3+x)=(-2x+3)(2x+5)(3x-6)=3(-2x+3)(2x+5)(x-2)$

$D=9x^2-6x\sqrt{2}+2+(1-3x)(3x-\sqrt{2})$

$D=(3x)^2-2\times 3x\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2+(1-3x)(3x-\sqrt{2})$

$D=(3x-\sqrt{2})^2+(1-3x)(3x-\sqrt{2})=(3x-\sqrt{2})(3x-\sqrt{2}+1-3x)$ C'est-à-dire : $D=(3x-\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$

$E=(2x+1)^2-100 \ =(2x+1)^2-10^2=(2x+1-10)(2x+1+10)$ est du type : a^2-b^2

$E=(2x-9)(2x+11)$

$F=x^6-4x^3+4$

$F=(x^3)^2-2\times x^3\times 2+2^2$ est du type : $a^2-2ab+b^2$

Donc : $F=(x^3-2)^2$

$G=3ax+3ay-2bx-2by \ =3ax+3ay-2bx-2by=3a(x+y)-2b(x+y)=(x+y)(3a-2b)$

$Q=(3x+2)^3-27=(3x+2)^3-3^3$ On a : $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

Donc : $Q=((3x+2)-3)((3x+2)^2+3(3x+2)+3^2)$

Donc : $Q=(3x+2-3)((3x)^2+2\times 3x\times 2+2^2+9x+6+9)$

Donc : $Q=(3x-1)(9x^2+12x+4+9x+6+9)$

Donc : $Q=(3x-1)(9x^2+21x+19)$

$N=x^3+8+3(x^2-4)-2(x+2)$

$N=x^3+2^3+3(x^2-2^2)-2(x+2)$ et on a : $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab-b^2)$ et $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Donc : $N=(x+2)(x^2-2x+2^2)+3(x+2)(x-2)-2(x+2)$ On a : $x+2$ facteur commun

Donc : $N=(x+2)\left[(x^2-2x+2^2)+3(x-2)-2\right]$

Donc : $N=(x+2)(x^2-2x+4+3x-6-2) \ =(x+2)(x^2+x-4)$

$Z=a^4+b^4-c^4-2a^2b^2+4abc^2=(a^4+2a^2b^2+b^4)-(c^4-4abc^2+4a^2b^2)$

$Z=\left((a^2)^2+2a^2b^2+(b^2)^2\right)-\left((c^2)^2-2\times c^2\times(2ab)+(2ab)^2\right)=(a^2+b^2)^2-(c^2-2ab)^2$

$Z=(a^2+b^2+c^2-2ab)(a^2+b^2-c^2+2ab)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF:ATMANI NAJIB