Série N°6 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) Dans chacun des cas, indiquer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre appartient.

1) $\frac{125}{5}$ 2) $\frac{7}{5}$ 3) $\frac{21}{12}$ 4) $\frac{-35}{7}$ 5) $\frac{14}{21}$

Exercice2 : Définissez les nombres suivants : un entier naturel, un entier relatif, un nombre rationnel, un nombre décimal, un nombre irrationnel.

Application : Indiquer par oui ou par non si le nombre considéré appartient ou non à l'ensemble correspondant

	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\sqrt{2}$	$0,272$	$\frac{22}{7}$	$\frac{14}{2}$	$-6,5$	π
$\mathbb{N}$								
$\mathbb{Z}$								
$\mathbb{D}$								
$\mathbb{Q}$								
$\mathbb{R}$								

Exercice3 : (**) 1) Tout nombre rationnel admet un développement décimal périodique à partir d'un certain rang. Par exemple : $\frac{13193}{49950}=0,26412412412\ldots$

Mettre en évidence cette propriété avec les nombres rationnels suivants : $\frac{23}{22}$, $\frac{45}{11}$

2) Réciproquement, tout développement décimal illimité périodique
Correspond à l'écriture d'un rationnel.

a) Compléter : $y=0,00723723723...$

$\Rightarrow 1000y = 7,23723723723... \Rightarrow 1000y = 7,23 + y \quad \Rightarrow \ldots y = \ldots.$

$\Rightarrow$ L'écriture fractionnaire de y *est* $y=\frac{....}{....}=\frac{723}{99900}$

b) Compléter : $y=0,175175175\ldots$

$\Rightarrow 1000y = 175.175175175\ldots \Rightarrow 1000y = 175 + y$

$\Rightarrow \ldots.. \Rightarrow \ldots\ldots \Rightarrow$ L'écriture fractionnaire de y *est*

$y=\frac{...}{....}$

c) En déduire l'écriture fractionnaire de

$y=0,141414\ldots\ldots$

Exercice4 : 1) Calculer : $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ puis $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$.

2) En moins d'une minute donner une fraction égale à la somme

$S=\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$.

Exercice5 : (***) Soit : $x\in\mathbb{R}^{+}$ tel que : $x\sqrt{\sqrt{x}}-32=0$

Montrer que : $\sqrt{\sqrt{x}}\in\mathbb{N}$.

Exercice6 : Effectuer et Calculer et simplifier **:**

$A=\left(3+\sqrt{11}\right)^2-\left(3-\sqrt{11}\right)^2 \quad B=\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2015}\times\left(4\sqrt{3}+7\right)^{2015}$

$C=\dfrac{3\times10^{-5}\times7,2\times10^{7}}{2\times15^{3}} \qquad D=\dfrac{(-2)^3\times\left(4^2\right)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}$

$F=(200520052006)^2-(200520052005\times200520052007)$

Exercice7 : (*) (**) (***) Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=4x^3-20x^2+25x$; $B=x^2+12x+36$; $C=100x^3-3x$; $D=\left(4x^2-100\right)(x-2)+(-6x+30)(x-1)$

$E=2x^2-2\sqrt{6}x+3$; $F=(7x-1)(3x-5)+25x-9x^3$; $G=(14x-21)(3x-1)+(15-10x)(x-11)$

$H=9x^9-6x^5+x$; $P=64x^3-1+x(4x-1)$; $Q=125x^3-1-2\left(25x^2-1\right)-3(-5x+1)$

$R=x^6+x^4-2x^2-2$; $L=x^4-36$

Exercice8 : (**) On pose : $A=\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ et $B=\sqrt{4-2\sqrt{3}}$

1) Montrer que : $A\times B=2$
2) On pose : $X=A+B$ et $Y=A-B$ Calculer : X^2 et Y^2
3) En déduire une écriture simple de X et Y
4) En déduire une écriture simple de A et B

Exercice9 : (***) $n\in\mathbb{N}^*$

1) Déterminer les nombres a et b tels que : $\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{a}{n}+\dfrac{b}{n+1}$
2) En déduire la valeur du nombre : $A=\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{1}{2\times3}+\dfrac{1}{3\times4}+\dfrac{1}{4\times5}+\ldots+\dfrac{1}{2020\times2021}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien