Série N°5 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) Indiquer, dans chacun des cas, si le nombre appartient ou pas à chacun des ensembles proposés.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	D	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
-3					
$\frac{18}{3}$					
2×10^{-2}					
$\frac{22}{5}$					
$-\frac{28}{4}$					
$\frac{5}{6}$					
$\sqrt{1.44}$					
$-\sqrt{64}$					

Exercice2 : (***) Démonstration

1)Rappeler la définition d'un nombre décimal.

2)Démontrer que $\frac{9}{7}$ n'est pas un nombre décimal.

(On pourra utiliser la décomposition en facteurs premiers et un raisonnement par l'absurde).

Exercice3 : Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elles sont vraies ou fausses, en justifiant votre réponse à l'aide d'une propriété, d'un calcul ou d'un contre-exemple.

1) Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.

2) $\frac{1}{\sqrt{6}-2}=\frac{\sqrt{6}}{2}+1$

3) $\sqrt{\left(1-3\sqrt{10}\right)^2}=1-3\sqrt{10}$

Exercice4 : Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elles sont vraies ou fausses

1) $\frac{1}{7}$ est un rationnel non décimal. (0,5 pt)

2) π est un réel non rationnel (0,5 pt)

3) 1,2 un décimal non entier. (0,25 pt)

4) -2 est un entier non naturel. (0,25 pt)

5) $\frac{\pi}{2}$ est un irrationnel

Exercice5 : Calculer **et** simplifier : $A=\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{6}$ $\quad B=\frac{-2}{3}+\frac{7}{6}-\frac{1}{4}-2$ $\quad C=\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{2}\right)^2$ $\quad D=\dfrac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}}$

$E=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}+1-\frac{1}{2}\right)$ $\qquad G=\left[(a-c)-(a-b)\right]-\left[(c-a)+(b-c)\right]$

Exercice6 : (**) Soient $a\in\mathbb{R}^*$; $b\in\mathbb{R}^*$ et $c\in\mathbb{R}^*$ tels que : $ab+bc+ca=0$

Calculer : $B=\frac{a+b}{c}+\frac{a+c}{b}+\frac{b+c}{a}$

Exercice7 : Calculer et simplifier : $X=\frac{6}{\sqrt{13}-\sqrt{10}}-\frac{14}{\sqrt{10}+\sqrt{3}}+\frac{20}{\sqrt{3}-\sqrt{13}}$

Exercice8 : (**) Simplifier : $G=\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}$ et $H=\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$

Exercice9 : Ecrire plus simplement : $A=(-2x)^2$ $\quad B=(-2x)^3$ $\quad C=3x^2y^3-y(xy)^2$ $\quad D=x^{-1}\times 5x^3$

Exercice10 : PUISSANCES DE DIX

Compléter :

$10^3=$	$10^{-1}=$	$10^{-3}=$
$100=$	$0,001=$	$4,3=43\times$
$2,34=234\times$	$0,149=149\times$	$15000=15\times$
$7040=704\times$	$3\times10^{-4}=$	$1,4\times10^2=$
$0,012\times10^2=$	$546,3\times10^{-2}=$	$2,35\times10^{11}=\quad\times10^9$

Exercice11 : *a*, *b* et *c* sont des nombres non nuls. Ecrire les nombres suivants sous la forme $a^p\times b^q\times c^r$:

$A=\dfrac{c}{\left(\frac{a}{b}\right)^2}$ $\qquad B=a^5(bc)^2\times\dfrac{1}{\left(a^3b\right)^2}$ $\qquad C=\dfrac{ab^2}{ca^{-2}}$ $\qquad D=\left(a^3b^{-5}\right)^2$

Exercice12 : les formules de physique comportent souvent des nombres très particuliers que l'on appelle constantes universelles (par exemple la célérité de la lumière c = 299 792458 ms^{-1}).

Ecrire les constantes universelles suivantes en notations scientifiques :

$F=96484,56$; $u=166,0565\times10^{-29}$; $h=0,6626176\times10^{-33}$; $c=299792458$

g = 980,665 x 10^{-2} ; $N_A=6\,022,045\times10^{20}$; $m_e=910,9534\times10^{-33}$; e = 1602,1892 $\times10^{-22}$

Exercice13 : (*) Ecrire les expressions suivantes sous la forme : $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$

1) $3-2\sqrt{2}$ $\qquad$ 2) $12-6\sqrt{3}$ $\qquad$ 3) $7-4\sqrt{3}$ $\qquad$ 4) $45-20\sqrt{5}$

Exercice14: (**) On pose : $A=\sqrt{9-\sqrt{79}}+\sqrt{9+\sqrt{79}}$

1) Calculer : A^2 $\qquad$ 2)En déduire que : $A=\sqrt{18+\sqrt{8}}$

Exercice15 : (*) (**) (***) Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=100x^3-25x$; $B=x^2-10x+25$; $C=2x^2-5$; $D=(x^2-1)(x-2)-(x-1)(5x+1)$

$E=4x^2+12x+9$; $F=(5x-1)(2x-3)-4x^2+9$; $G=(15x-5)(3x-5)-(6x-2)(7x-1)$

$H=4x^8-12x^4+9$ $\quad P=27x^3+8$; $K=8x^3+27-3(4x^2-9)-5(2x+3)$

$L=4a^2+b^2-x^2-4ab$; $M=y^2-y-4x^2+2x$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien