

Série N°4 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice1 : Soient $A = \{-28/5, -3, -\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, 5/2, 49\}$, $B = \{-3, 3, 147/3\}$, $C = \{\sqrt{3}, 5/2, 49\}$ trois ensembles.

1) Déterminez $A \cap B$; $A \cap C$; $A \cup B$; $A \cup C$; $A \cap \mathbb{N}$; $A \cap \mathbb{Z}$; $A \cap \mathbb{Q}$; $A \cap \mathbb{R}$.

2) Complétez ... avec \subset ou $\not\subset$.

$A \dots \mathbb{Q}$	$A \dots \mathbb{R}$	$B \dots \mathbb{N}$	$\{3, 4\} \dots A$
$B \dots \mathbb{Z}$	$B \dots A$	$C \dots A$	$\{-\sqrt{2}, \sqrt{3}\} \dots A$

3) Complétez ... avec \in ou \notin .

$-3 \dots B$	$2, 5 \dots A$	$-\sqrt{2} \dots C$	$5/3 \dots B$	$-5, 6 \dots A$	$147/3 \dots C$
--------------	----------------	---------------------	---------------	-----------------	-----------------

Exercice2 : Comment reconnaître qu'un nombre rationnel n'est pas un nombre décimal ?

Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il est décimal ou non et justifier

Votre réponse.

$$\frac{17}{8} ; \frac{8}{17} ; \frac{2794}{55} ; \frac{1096}{152} ; \frac{23}{7}$$

Exercice3: ()** Calculer et simplifier : $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$; $B = \frac{5}{4} - \frac{8}{5}$; $C = \frac{3}{5} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$; $E = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{2}}{-1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}} \times \frac{2 - \frac{1}{2} - \frac{3}{6}}{1 - \frac{3}{2} - \frac{5}{6}}$;

$$F = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{-1 + \frac{1}{2}}}$$

$$G = \frac{1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}{1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{1 - \frac{1}{6}}}$$

$$\text{et } H = \frac{9 - \frac{2}{\pi}}{10 - 18\pi}$$

Exercice4 : (**) Soient $x \in \mathbb{R}^*$; $y \in \mathbb{R}^*$

Montrer que si : $\frac{x}{y} = \frac{y}{x}$ alors $x = y$ ou $x = -y$

Corrigé : $\frac{x}{y} = \frac{y}{x}$ implique $x^2 = y^2$

Implique $x^2 - y^2 = 0$ c'est-à-dire : $(x - y)(x + y) = 0$

Implique $x - y = 0$ ou $x + y = 0$

Implique $x = y$ ou $x = -y$

Exercice5 : 1) Ecrire $A = \sqrt{98} + \sqrt{2}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit possible. Ce nombre est-il un élément de \mathbb{Q} ?

Exercice6 : A) Simplifier ou développer

1) $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ 2) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$ 3) $\sqrt{12} - \sqrt{108}$ 4) $(2 - \sqrt{6})^2$ 5) $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

6) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + 7\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$ 7) $7\sqrt{5} - \sqrt{20} - \sqrt{45}$

B) Rendre le dénominateur rationnel : $A = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

Exercice7 : Monter que : $A = \frac{\sqrt{60} \times \sqrt{21}}{2\sqrt{35}} \in \mathbb{N}$

Exercice8 : Ecrire les nombres suivants sous la forme $2^{-j} \times 3^{-k} \times 5^{-l}$

150 ; 36 ; $\frac{150}{36}$; $(150)^2 \times 36$; $\frac{(150)^3}{36}$; $\frac{2}{150^2} \left(\frac{6}{5}\right)^2$.

Exercice9 : *Simplifier* les expressions suivantes en montrant les étapes de simplification :

$A = \frac{10^9 \times 6^3}{25^4 \times 3 \times 2^{11}}$, $B = \frac{1}{10^{118}} - \frac{1}{10^{119}}$, $C = 5^{108} \times 2^{106} \times 11 \times \frac{1}{10^{107}}$.

Exercice10 : Mettre en notation scientifique :

24,5 = 4500 = 0,0078 =
-658 = 0,000085 = -7005000 =

Exercice11 : (**) La distance de la terre au soleil est de 150 millions de km

L'épaisseur d'une feuille de papier est de 0.01 mm

Combien de feuilles de papier pourrait-on superposer de la terre au soleil ?

Exercice12 : (*) Ecrire les expressions suivantes sous la forme : $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$

1) $11+6\sqrt{2}$ 2) $6+4\sqrt{2}$ 3) $9-4\sqrt{5}$

Exercice13 : version2 Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

$A = 12x^2 - 6x$; $B = x^2 + 12x + 36$; $C = 3x^2 - 4$; $D = (2x-1)(x-1) + (2x-1)(3x+1)$

$E = 9x^2 - 24x + 16$; $F = (4x-2)(3x-1) - 9x^2 + 1$; $G = (4x-6)(x-2) - (6x-9)(x+1)$

$H = (2x+1)(x^2-1) - 3(x+1)(2x+1) + 5x(2x+1)(x+1)$

$K = 3x(x^2-6x+9) + 4(x-2)(x^2-3x) + 7x^2(x-3)$

$L = (2x+5)^2 - 36$; $M = x^6 + 2x^3 + 1$; $N = a^2 + 4b^2 - x^2 + 4ab$; $P = x^3 - 64$

$Q = (3x+2)^3 - 27$; $R = x^3 + 8 + 3(x^2-4) - 2(x+2)$

$X = 9x^2 - 6x\sqrt{2} + 2 + (1-3x)(3x-\sqrt{2})$; $Y = (x-3)(2x-1) + x^3 - 27$

Exercice14 : (**) On pose : $X = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

1) Déterminer le signe de X

2) Calculer X^2 .

3) En déduire une écriture simple de X .

Exercice15 : (**) $\sqrt{9-\sqrt{79}} + \sqrt{9+\sqrt{79}} = \sqrt{18+\sqrt{8}}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

