Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°3 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

Exercice1 : Compléter le tableau suivant avec le signe $\notin$ ou $\in$.

x	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
−13				
59,0000002				
$-\frac{7}{4}$				
$\sqrt{4}$				
$\frac{23}{7}$				
$4-\pi$				
$-\sqrt{9}$				

Corrigé : Compléter le tableau suivant avec le signe $\notin$ ou $\in$.

x	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
−13	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$
59,0000002	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$-\frac{7}{4}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\sqrt{4}$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\frac{23}{7}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
$4-\pi$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$
$-\sqrt{9}$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$

Exercice2 : (*) Les nombres $\frac{54}{40}, \frac{126}{450}, \frac{75}{90}, \frac{17}{7}, \frac{1}{3}$

Sont-ils des décimaux ?

Corrigé : $\frac{54}{40} = 1.35 = \frac{135}{10^2} \in \mathbb{D}$; $\frac{126}{450} = 0.28 = \frac{28}{10^2} \in \mathbb{D}$

$\frac{75}{90} = \frac{5}{6} = 0.8333333333... \notin \mathbb{D}$

$\frac{17}{7} = 0.428571429... \notin \mathbb{D}$; $\frac{1}{3} = 0.333333.......$ est rationnel mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

Remarque : Un rationnel non décimal a une écriture décimale périodique infinie :
2.428571428571428571428571428571428571… ; 428571 se répète.

$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ et $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ont dit que : $\sqrt{2}$ est un irrationnel

Un irrationnel a une écriture décimale non périodique infinie :
Exemple : 1.4142135623730950488016887242…

Exercice3 : 1) $\frac{1}{9}-\frac{4}{9}$ 2) $\left(-\frac{5}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$ 3) $\frac{5}{7}\times\left(-\frac{7}{3}\right)$

4) $\frac{-\frac{5}{7}}{\frac{7}{3}}$ 5) $\frac{5}{7}+\frac{4}{3}$ 6) $\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{5}$ 7) $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}+1$

Corrigé : 1) $\frac{1}{9}-\frac{4}{9}=\frac{1-4}{9}=\frac{-3}{9}=\frac{-1}{3}$ 2) $\left(-\frac{5}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{5\times4}{7\times3}=\frac{20}{21}$ 3) $\frac{5}{7}\times\left(-\frac{7}{3}\right)=-\frac{5\times7}{7\times3}=-\frac{5}{3}$

4) $\frac{-\frac{5}{7}}{\frac{7}{3}}=-\frac{5}{7}\times\frac{3}{7}=-\frac{15}{49}$ 5) $\frac{5}{7}+\frac{4}{3}=\frac{5\times3+7\times4}{7\times3}=\frac{15+28}{21}=\frac{43}{21}$

6) $\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{5}=\left(\frac{4-9}{12}\right)\times\frac{1}{5}=\left(\frac{-5}{12}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{-5\times1}{12\times5}=\frac{-1}{12}$

7) $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}+1=\frac{1}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}+1=\frac{1}{\frac{4}{3}}+1=1+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$.

Exercice4 : (**) Soient $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tels que : $a-b=-\frac{7}{6}$ Calculer et simplifier :

$A_1=a-\left(b-\frac{71}{61}\right)$; $A_2=\left(a-\frac{9}{5}\right)-\left(b-\frac{9}{5}\right)$; $A_3=\left(b+\frac{2020}{2021}\right)-\left(a-\frac{1}{2021}\right)$; $A_4=(2a-5)+(6-2b)$

Corrigé : $A_1=a-\left(b-\frac{71}{61}\right)=a-b+\frac{71}{61}=-\frac{7}{6}+\frac{71}{61}=-\frac{1}{336}$

$A_2=\left(a-\frac{9}{5}\right)-\left(b-\frac{9}{5}\right)=a-\frac{9}{5}-b+\frac{9}{5}=a-b=-\frac{7}{6}$

$A_3=\left(b+\frac{2020}{2021}\right)-\left(a-\frac{1}{2021}\right)=b-a+\frac{2020}{2021}+\frac{1}{2021}$

$A_3=-(a-b)+\frac{2020+1}{2021}=-\left(-\frac{7}{6}\right)+\frac{2021}{2021}=\frac{7}{6}+1=\frac{7}{6}+\frac{6}{6}=\frac{13}{6}$

$A_4=(2a-5)+(6-2b)=2a-5+6-2b=2a-2b+1$

$A_4=2(a-b)+1=2\times-\frac{7}{6}+1=-\frac{7}{3}+1=-\frac{4}{3}$

Exercice5 : *1)* Mettre le nombre suivant sous forme $a\sqrt{7}$ où *a* est un entier relatif : $3\sqrt{112}-2\sqrt{7}+5\sqrt{28}$.

2) Donner la valeur exacte du nombre suivant : $A=\left(4-\sqrt{5}\right)\left(2+3\sqrt{5}\right)$.

3) Donner à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de A

4) Simplifier : $B=\frac{8\sqrt{2}+40}{8}$.

Corrigé : 1) $3\sqrt{112}-2\sqrt{7}+5\sqrt{28}=(3\times4-2+5\times2)\sqrt{7}=20\sqrt{7}$.

2) $A=\left(4-\sqrt{5}\right)\left(2+3\sqrt{5}\right)=8+12\sqrt{5}-2\sqrt{5}-15=10\sqrt{5}-7$ (la valeur exacte)

3) $A=\left(4-\sqrt{5}\right)\left(2+3\sqrt{5}\right)=10\sqrt{5}-7\approx10\times2{,}23-7\approx15{,}3$ *(la valeur approchée)*

4): $B=\frac{8\sqrt{2}+40}{8}=\frac{8\sqrt{2}+8\times5}{8}=\frac{8\left(\sqrt{2}+5\right)}{8}=\sqrt{2}+5$.

Exercice6 : (*) Rendre le dénominateur rationnel des quotients suivants :

$A=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ et $B=\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-3}$

Corrigé : pour $A=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

On va utiliser l'expression conjuguée de l'expression $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ qui est : $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

Donc : $A=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$

Donc : $A=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}+\left(\sqrt{3}\right)^2}{2-3}=\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}+3}{-1}=-\left(2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{6}+3\right)$

De même pour B le conjuguée de l'expression $\sqrt{2}-3$ EST: $\sqrt{2}+3$

Donc : $B=\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-3}=\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+3\right)}{\left(\sqrt{2}-3\right)\left(\sqrt{2}+3\right)}=\frac{2\sqrt{2}+6-\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-(3)^2}$

Donc : $B=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}-3\sqrt{3}+6}{2-9}=\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-6}{7}$

Exercice7 : Calculer et simplifier $A=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

Corrigé : $A=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$

$$A=\frac{\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5}\times\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$A=\frac{-4\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{5-2}=\frac{-4}{3}\sqrt{10}$$

Exercice8 : (**) On pose : $A=\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}$

1) Calculer : A^2 2)En déduire que : $A=\sqrt{6+\sqrt{5}}$

Corrigé : 1)

$$A^2=\left(\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}\right)^2+2\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}+\left(\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}\right)^2$$

$$A^2=\frac{6+\sqrt{31}}{2}+2\sqrt{\left(\frac{6+\sqrt{31}}{2}\right)\left(\frac{6-\sqrt{31}}{2}\right)}+\frac{6-\sqrt{31}}{2}=\frac{6+\sqrt{31}+6-\sqrt{31}}{2}+2\sqrt{\frac{\left(6^2-\left(\sqrt{31}\right)^2\right)}{4}}$$

$$A^2=6+\frac{2}{2}\sqrt{(36-31)}=6+\sqrt{5}$$

2) Déduction que : $A=\sqrt{6+\sqrt{5}}$

$A^2=6+\sqrt{5}$ Signifie que : $A=\sqrt{6+\sqrt{5}}$ ou $A=-\sqrt{6+\sqrt{5}}$ mais on a : $A=\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}>0$

Finalement : $A=\sqrt{6+\sqrt{5}}$

Exercice9 : (***) Soit $x\in\mathbb{R}$ tel que : $x^2-2x-8=0$ et $x\succ 2$

Monter que : $A=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{x-2}{x}}-\sqrt{\frac{x}{x-2}}\right)\in\mathbb{Q}$

Corrigé : $x^2-2x-8=0$ implique $x(x-2)=8$

C'est-à-dire : $x-2=\frac{8}{x}$

D'où $\frac{x-2}{x}=\frac{8}{x^2}$ et $\frac{x}{x-2}=\frac{x^2}{8}$

Par suite : $\sqrt{\frac{x-2}{x}}=\sqrt{\frac{8}{x^2}}=\frac{\sqrt{8}}{x}$ et $\sqrt{\frac{x}{x-2}}=\sqrt{\frac{x^2}{8}}=\frac{x}{\sqrt{8}}$ car $x\succ 2\succ 0$

Donc : $A=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\frac{x-2}{x}}-\sqrt{\frac{x}{x-2}}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{8}}{x}-\frac{x}{\sqrt{8}}\right)$ $A=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{2\sqrt{2}}{x}-\frac{x}{2\sqrt{2}}\right)=\frac{2}{x}-\frac{x}{4}=\frac{8-x^2}{4x}$

Or : $x^2-2x-8=0$ implique $-2x=8-x^2$

Donc : $A=\frac{-2x}{4x}=\frac{-1}{2}\in\mathbb{Q}$

Exercice10 : (***) $a\in\mathbb{R}^*$ et $b\in\mathbb{R}^*$ et $a\geq b$

Montrer que : $\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}\right)$

Corrigé : Pour montrer que deux nombres positifs sont égaux on pourra montrer que leurs carrés sont égaux : $\left(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}\right)^2=a+\sqrt{a^2-b^2}$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}\right)\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}\right)^2$$

$$=\frac{2}{4}\times\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}\right)^2=\frac{1}{2}\times\left(\left(\sqrt{a-b}\right)^2+2\sqrt{a-b}\sqrt{a+b}+\left(\sqrt{a+b}\right)^2\right)$$

$$=\frac{2}{4}\times\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}\right)^2=\frac{1}{2}\times\left(a-b+2\sqrt{(a-b)(a+b)}+a+b\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\left(2a+2\sqrt{(a-b)(a+b)}\right)=a+\sqrt{(a-b)(a+b)}=a+\sqrt{a^2-b^2}$$

Donc on a : $\left(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}\right)\right)^2$

Par suite : $\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}\right)$

Exercice11 : simplifier et écrire sous forme d'une puissance

$A=2^{3}\times\left(2^{2}\right)^{4}\times\left(2^{-5}\right)^{3}$ $B=(-3)^{1}\times(-3)^{5}\times(3)^{2}\times(-3)^{-10}$

$C=\frac{3^{-5}\times4^{-2}}{12^{3}}\times\frac{9}{2^{2}}$; $D=\frac{(-2)^{3}\times\left(4^{2}\right)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}$; $E=\frac{10^{-8}\times10^{9}\times10^{7}\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^{3}\times10^{5}}$ $F=\frac{10^{-4}\times\left(10^{3}\right)^{2}}{10^{3}}$

$X=\frac{2^{3}\times3^{5}\times5^{6}}{2^{5}\times3\times15^{4}}$

Corrigé : $A=2^{3}\times\left(2^{2}\right)^{4}\times\left(2^{-5}\right)^{3}=2^{3}\times2^{2\times4}\times2^{-5\times3}=2^{3+8-15}=2^{-4}$

$A=\frac{1}{2^{4}}=\frac{1}{16}$

$B=(-3)^{1}\times(-3)^{5}\times(3)^{2}\times(-3)^{-10}=-(3)^{1}\times-(3)^{5}\times(3)^{2}\times(3)^{-10}$

$B=3^{1}\times3^{5}\times3^{2}\times3^{-10}=3^{1+5+2-10}=3^{-2}=\frac{1}{3^{2}}=\frac{1}{9}$

$C=\frac{3^{-5}\times4^{-2}}{12^{3}}\times\frac{9}{2^{2}}=\frac{3^{-5}\times\left(2^{2}\right)^{-2}}{\left(3\times2^{2}\right)^{3}}\times\frac{3^{2}}{2^{2}}=\frac{3^{-5}\times(2)^{-4}\times3^{2}}{(3)^{3}\times2^{6}\times2^{2}}$

$C=\frac{3^{-5}\times(2)^{-4}\times3^{2}}{(3)^{3}\times2^{6}\times2^{2}}=3^{-5}\times2^{-4}\times3^{2}\times(3)^{-3}\times2^{-6}\times2^{-2}=3^{-5-3+2}\times2^{-4-6-2}$

$C=3^{-6}\times2^{-12}$

$D=\frac{(-2)^{3}\times\left(4^{2}\right)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}=\frac{-2^{3}\times4^{2\times(-1)}\times2^{3}}{1024\times\left(-2^{3}\right)^{-4}}=\frac{-2^{3}\times\left(2^{2}\right)^{-2}\times2^{3}}{2^{10}\times\left(-2^{3}\right)^{-4}}$

$D=-2^{3}\times\left(2^{2}\right)^{-2}\times2^{3}\times2^{-10}\times(-2)^{3\times4}=-2^{3-4+3-10+12}=-2^{4}=-16$

$E=\frac{10^{-8}\times10^{9}\times10^{7}\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^{3}\times10^{5}}=10^{-8}\times10^{9}\times10^{7}\times10^{-4}\times10^{2}\times10^{-3}\times10^{-5}$

$E=10^{-8+9+7-4+2-3-5}=10^{-2}=\frac{1}{10^{2}}=\frac{1}{100}=0.01$

$F=\frac{10^{-4}\times\left(10^{3}\right)^{2}}{10^{3}}=10^{-1}=\frac{1}{10}$.

$X=\frac{2^{3}\times3^{5}\times5^{6}}{2^{5}\times3\times15^{4}}=\frac{2^{3}\times3^{5}\times5^{6}}{2^{5}\times3\times(3\times5)^{4}}=\frac{2^{3}\times3^{5}\times5^{6}}{2^{5}\times3\times3^{4}\times5^{4}}=\frac{5^{2}}{2^{2}}=\frac{25}{4}$

Exercice12 : (**) Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

A = $35\times10^{6}+3\times10^{6}+2,9\times10^{6}$

B = $-0,8\times10^{7}+0,05\times10^{7}-2,32\times10^{7}$

C = $9\times10^{-3}+0,4\times10^{-2}-9\times10^{-4}$

Corrigé : A = $35\times10^{6}+3\times10^{6}+2,9\times10^{6}=40.9\times10^{6}=4,09\times10^{7}$

B= $-0,8\times10^{7}+0,05\times10^{7}-2,32\times10^{7}$

= $(-0,8+0,05-2,32)\times10^{7}=-1,55\times10^{7}$

C = $9\times10^{-3}+4\times10^{-3}-0.9\times10^{-3}$

= $(13-0.9)\times10^{-3}=12.1\times10^{-3}=1,21\times10^{-2}$

Exercice13 : (2 points) (1p+1p)

Factorisez les expressions suivantes : $A=4x^2-(x-1)^2$ **;** $B=8x^3+27$ et $C=x^3+1+2(x^2-1)-(x+1)$

Corrigé : 1) $A=4x^2-(x-1)^2=(2x)^2-(x-1)^2=(2x-(x-1))(2x+(x-1))$

$A=(2x-x+1)(2x+x-1)=(x+1)(3x-1)$

2) On remarque que : $B=(2x)^3+3^3$

D'après l'identité remarquable : $a^3+b^3=(a+b)(a^2-a\times b+b^2)$

On a : $B=(2x+3)\left((2x)^2-2x\times3+3^2\right)=(2x+3)(4x^2-6x+9)$

3) $C=x^3+1+2(x^2-1)-(x+1)$

$C=x^3+1^3+2(x^2-1^2)-(x+1)$

$C=(x+1)(x^2-x\times1+1^2)+2(x-1)(x+1)-(x+1)\times1$

$C=(x+1)\left((x^2-x+1)+2(x-1)-1\right)$

$C=(x+1)(x^2-x+1+2x-2-1)$

$C=(x+1)(x^2+x-2)$

Exercice14 : 01(*) (**) (***) Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=12x^2-6x$; $B=x^2+12x+36$; $C=3x^2-4$; $D=(2x-1)(x-1)+(2x-1)(3x+1)$

$E=9x^2-24x+16$; $F=(4x-2)(3x-1)-9x^2+1$ $\quad G=(4x-6)(x-2)-(6x-9)(x+1)$

$H=x^6+2x^3+1$. $P=x^3-64$; $R=x^3+8+3(x^2-4)-2(x+2)$

$N=a^2+4b^2-x^2+4ab$; $S=3ax+3ay-2bx-2by$

Corrigé : $A=12x^2-6x=6x\times2x-6x\times1$ donc $6x$ facteur commun

Donc : $A=12x^2-6x=6x(2x-1)$

$B=x^2+12x+36$ est du type : $a^2+2ab+b^2$

$B=x^2+2\times x\times6+6^2=(x+6)^2$

$C=3x^2-4$ est du type : a^2-b^2

$C=\left(\sqrt{3}x\right)^2-2^2=\left(\sqrt{3}x-2\right)\left(\sqrt{3}x+2\right)$

$D=(2x-1)(x-1)+(2x-1)(3x+1)$

$D=(2x-1)(x-1)+(2x-1)(3x+1)$ On a : $2x-1$ facteur commun

Donc : $D=(2x-1)\left[(x-1)+(3x+1)\right]=(2x-1)(x-1+3x+1)=(2x-1)(4x)=4x(2x-1)$

$E=9x^2-24x+16$ est du type : $a^2-2ab+b^2$

$E=9x^2-24x+16=(3x)^2-2\times3x\times4+4^2=(3x-4)^2$

$F=(4x-2)(3x-1)-9x^2+1$

$F=(4x-2)(3x-1)-(9x^2-1)=(4x-2)(3x-1)-\left((3x)^2-1^2\right)$ mais $(3x)^2-1^2$ est du type : a^2-b^2

Donc : $F=(4x-2)(3x-1)-(3x-1)(3x+1)$

$F=(4x-2)(3x-1)-(3x-1)(3x+1)$ On a : $3x-1$ facteur commun

Donc : $F=(3x-1)\left[(4x-2)-(3x+1)\right]=(3x-1)(4x-2-3x-1)=(3x-1)(x-3)$

$G=(4x-6)(x-2)-(6x-9)(x+1)$

$G=(4x-6)(x-2)-(6x-9)(x+1)=2(2x-3)(x-2)-3(2x-3)(x+1)$ On a : $2x-3$ facteur commun

Donc : $G=(2x-3)\left[(2x-4)-3x-3\right]=(2x-3)(-x-7)$

$H=x^6+2x^3+1=\left(x^3\right)^2+2\times x^3\times 1+1^2$ est du type : $a^2+2ab+b^2$

Donc : $H=\left(x^3+1\right)^2$

$P=x^3-64=x^3-4^3$ On a : $a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

Donc : $P=(x-4)\left(x^2+4x+4^2\right)$

Donc : $P=(x-4)\left(x^2+4x+16\right)$

$R=x^3+8+3\left(x^2-4\right)-2(x+2)$

$R=x^3+2^3+3\left(x^2-2^2\right)-2(x+2)$ et on a : $a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab-b^2\right)$ et $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Donc : $R=(x+2)\left(x^2-2x+2^2\right)+3(x+2)(x-2)-2(x+2)$ On a : $x+2$ facteur commun

Donc : $R=(x+2)\left[\left(x^2-2x+2^2\right)+3(x-2)-2\right]$

Donc : $R=(x+2)\left(x^2-2x+4+3x-6-2\right)$

Donc : $R=(x+2)\left(x^2+x-4\right)$

$N=a^2+4b^2-x^2+4ab=\left(a^2+4ab+4b^2\right)-x^2$

$N=\left(a^2+2\times a\times 2b+(2b)^2\right)-x^2=(a+2b)^2-x^2=(a+2b-x)(a+2b+x)$

$S=3ax+3ay-2bx-2by=3ax+3ay-2bx-2by=3a(x+y)-2b(x+y)=(x+y)(3a-2b)$

Exercice15 : (**) On pose : $Y=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1) Déterminer le signe de Y

2) Calculer Y^2.

3) En déduire une écriture simple de Y.

Corrigé : 1) On a : $Y=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

Et on Remarque que : $6-2\sqrt{5}<6+2\sqrt{5}$

Donc : $\sqrt{6-2\sqrt{5}}<\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ et par suite : $\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ est négatif ; c'est à dire que : $Y<0$

2) $Y^2=\left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}\right)^2$

$X^2=\left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^2-2\sqrt{6-2\sqrt{5}}\sqrt{6+2\sqrt{5}}+\left(\sqrt{6+2\sqrt{5}}\right)^2$

$Y^2=6-2\sqrt{5}-2\sqrt{\left(6-2\sqrt{5}\right)\left(6+2\sqrt{5}\right)}+6+2\sqrt{5}=12-2\sqrt{6^2-\left(2\sqrt{5}\right)^2}$

$X^2=12-2\sqrt{36-20}=12-2\sqrt{16}=12-8=4$

3) $Y^2=4$ Equivalent à: $Y=\sqrt{4}$ ou $Y=-\sqrt{4}$

Equivalent à : $Y=2$ ou $Y=-2$ or on a : $Y<0$ Donc : $Y=-2$.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien