

Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°2 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

**Exercice1 :** (\*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles :  $\in$  ;  $\notin$  ;  $\subset$  ;  $\not\subset$

$2,5 \dots \mathbb{Z}$  ;  $-2 \dots \mathbb{Q}$  ;  $\sqrt{3} \dots \mathbb{Q}$  ;  $\mathbb{R}^+ \dots \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{N} \dots \mathbb{R}$  ;  $\sqrt{3} \dots \mathbb{R}^-$  ;  $-1 \dots \mathbb{N}$  ;  $\frac{100}{5} \dots \mathbb{N}$  ;  $-\frac{\sqrt{100}}{5} \dots \mathbb{Z}$  ;  $\mathbb{Z} \dots \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{Z}^- \dots \mathbb{Z}$  ;  $0 \dots \mathbb{Z}^*$  ;  
 $-\frac{\sqrt{16}}{3} \dots \mathbb{Z}$  ;  $-\sqrt{7} \dots \mathbb{R}^-$  ;  $\frac{7}{3} \dots \mathbb{Q}^{**}$  ;  $\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$  ;  $2,12 \dots \mathbb{N}^*$  ;  $\frac{7}{3} \dots \mathbb{D}$  ;  $\frac{1}{4} \dots \mathbb{D}$  ;  $\pi \dots \mathbb{Q}$  ;  $\{0; -5; -13; -100\} \dots \mathbb{Z}$  ;  $1 \dots \{0; 2; 3\}$  ;  
 $\mathbb{R}^- \dots \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{R}^- \dots \mathbb{R}^*$  ;  $0 \dots \emptyset$  ;  $\{0; \sqrt{2}; 1\} \dots \mathbb{Q}$

**Corrigé :**  $2,5 \notin \mathbb{Z}$  ;  $-2 \in \mathbb{Q}$  ;  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$  ;  $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$  ;  $\sqrt{3} \notin \mathbb{R}^-$  ;  $-1 \notin \mathbb{N}$  ;  $\frac{100}{5} \in \mathbb{N}$  ;  $-\frac{\sqrt{100}}{5} \in \mathbb{Z}$  ;  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$  ;  
 $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$  ;  $0 \notin \mathbb{Z}^*$  ;  $-\frac{\sqrt{16}}{3} \notin \mathbb{Z}$  ;  $-\sqrt{7} \in \mathbb{R}^-$  ;  $\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}^{**}$  ;  $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$  ;  $2,12 \notin \mathbb{N}^*$  ;  $\frac{7}{3} \notin \mathbb{D}$  ;  $\frac{1}{4} \in \mathbb{D}$  ;  $\pi \notin \mathbb{Q}$  ;  
 $\{0; -5; -13; -100\} \subset \mathbb{Z}$  ;  $1 \notin \{0; 2; 3\}$  ;  $\mathbb{R}^- \subset \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{R}^- \not\subset \mathbb{R}^*$  ;  $0 \notin \emptyset$  ;  $\{0; \sqrt{2}; 1\} \not\subset \mathbb{Q}$

**Exercice2 :** *Vrai ou Faux ? Justifier la réponse.*

1. Un nombre décimal ne peut pas être un entier.
2. Un nombre décimal est un rationnel.
3. Un nombre décimal est un réel.
4. Un nombre réel est un entier.
5. Un nombre entier relatif est un décimal.
6. L'opposé d'un entier naturel est un entier naturel.
7. Toujours L'inverse d'un entier autre que 0 est un décimal.
8.  $a-b$  et  $b-a$  sont deux nombres inverses.
9. L'inverse d'un rationnel non nul est un rationnel.

**Corrigé :**

1. **FAUX** : il peut l'être. 1 est un décimal  $\left(1 = \frac{1}{10^0}\right)$  et il est entier.
2. **VRAI** : Un décimal  $a = \frac{a}{10^n}$  est un rationnel  $\left(\frac{a}{b}\right)$ .
3. **VRAI** : Tout nombre est réel (jusqu'en Terminale S...).
4. **FAUX** :  $(\sqrt{2}) \notin \mathbb{N}$ .
5. **VRAI** : Bien sûr  $\left(n = \frac{n}{10^0}\right)$ .
6. **FAUX** : Si un entier  $n$  est positif, son opposé  $-n$  est négatif.
7. **FAUX** : 3 est un entier mais son inverse  $\frac{1}{3}$  n'est pas décimal.
8. **FAUX** :  $a-b$  et  $b-a$  sont deux nombres opposés.
9. **VRAI** : l'inverse d'un rationnel  $\frac{p}{q}$  non nul est un rationnel  $\frac{q}{p}$ .

**Exercice3 :** Mettre les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles :

1)  $\frac{5}{6} + 1 - \frac{10}{4} + \frac{2}{3}$       2)  $\frac{2 + \frac{1}{3}}{\frac{3}{7} \times \frac{28}{27}}$       3)  $\frac{18 \times 15}{27 \times 25} - \frac{3}{25}$

**Corrigé :** 1)  $\frac{5}{6} + 1 - \frac{10}{4} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6} + 1 - \frac{5}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5+6-15+4}{6} = 0.$

2)  $\frac{2 + \frac{1}{3}}{\frac{3}{7} \times \frac{28}{27}} = \frac{\frac{6+1}{3}}{\frac{3 \cdot 4 \cdot 7}{7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{21}{4}.$

3)  $\frac{18 \times 15}{27 \times 25} - \frac{3}{25} = \frac{2}{5} - \frac{3}{25} = \frac{7}{25}.$

**Exercice4 :** (\*\*\*) Soient  $a ; b$  et  $c$  des nombres réels non nuls tels que :  $\frac{a}{b} = \frac{1}{5}$  et  $\frac{c}{a} = 7$

Calculer :  $\frac{a+b}{c}$

**Corrigé :** On a :  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$  et nous avons  $\frac{a}{c} = \frac{1}{7}$

Calculons  $\frac{b}{c}$  : on a :  $\frac{b}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{a} = \frac{5}{7}$  Par conséquent :  $\frac{a+b}{c} = \frac{1}{7} + \frac{5}{7} = \frac{6}{7}$

**Exercice5 :** (\*\*\*) On pose :  $N = \frac{1000}{49} \left( \frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555} \right)^2$  Montrer que :  $N \in \mathbb{N}$

**Corrigé**  $N = \frac{1000}{49} \left( \frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555} \right)^2 = \frac{1000}{49} \left( \frac{7(1+11+111+1111)}{5(1+11+111+1111)} \right)^2 = \frac{1000}{49} \left( \frac{7}{5} \right)^2 = \frac{1000}{49} \frac{49}{25} = \frac{1000}{25} = 40 \in \mathbb{N}$

$N = 900 \left( \frac{3+33+333+3333}{3(3+33+333+3333)} \right)^2 = 900 \left( \frac{1}{3} \right)^2$

Donc :  $N = 900 \times \frac{1}{9} = 100 \in \mathbb{N}$

**Exercice6 :** (\*\*\*) Calculer et simplifier :  $A = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{8}{3}}$

$B = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - 7\sqrt{245} + 4\sqrt{500}$  et  $C = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{3}} - (3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})\sqrt{5}$

$D = \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} - 5\sqrt{8} \times 3\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{10}$

$E = 5\sqrt{12} - 8\sqrt{27} + \sqrt{75} + 2\sqrt{48}$

**Corrigé**  $A = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \sqrt{16} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = 4 - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}} = 4 - \frac{4}{\sqrt{3}} = 4 - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 4 - \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$B = 2\sqrt{4 \times 5} + 3\sqrt{9 \times 5} - 7\sqrt{49 \times 5} + 4\sqrt{100 \times 5} = 2\sqrt{4} \sqrt{5} + 3\sqrt{9} \sqrt{5} + 7\sqrt{49} \sqrt{5} + 4\sqrt{100} \sqrt{5}$

$B = 4\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 49\sqrt{5} + 40\sqrt{5} = (4+9+40)\sqrt{5} - 49\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

$C = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{3}} - (3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})\sqrt{5} = 4\sqrt{\frac{15}{3}} - (3^2 - \sqrt{5}^2)\sqrt{5} = 4\sqrt{5} - (9-5)\sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 0$

**Exercice7 :** (\*) Rendre le dénominateur rationnel le quotient suivant :  $A = \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{7}}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{7}}$

**Corrigé :** Le conjuguée de l'expression  $2\sqrt{5} - 4\sqrt{7}$  est :  $2\sqrt{5} + 4\sqrt{7}$

$A = \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{7}}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{5} + 3\sqrt{7})(2\sqrt{5} + 4\sqrt{7})}{(2\sqrt{5} - 4\sqrt{7})(2\sqrt{5} + 4\sqrt{7})}$

$$A = \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{7}}{2\sqrt{5} - 4\sqrt{7}} = \frac{10 + 4\sqrt{35} + 6\sqrt{35} + 84}{(2\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{7})^2} \quad A = \frac{94 + 10\sqrt{35}}{20 - 112} = -\frac{47 + 5\sqrt{35}}{46}$$

$$D = \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} - 5\sqrt{8} \times 3\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{10} = 2\sqrt{5}^2 - 5\sqrt{4 \times 2} \times 3\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{5 \times 2} = 2 \times 5 - 5\sqrt{4} \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2}$$

$$D = 10 - 30\sqrt{2}\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = 10 - 30\sqrt{2}\sqrt{2} - 15\sqrt{2} = 10 - 60 - 15\sqrt{2} = -50 - 15\sqrt{2}$$

$$E = 5\sqrt{12} - 8\sqrt{27} + \sqrt{75} + 2\sqrt{48}$$

$$E = 5\sqrt{4 \times 3} - 8\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{25 \times 3} + 2\sqrt{16 \times 3}$$

$$E = 5 \times 2\sqrt{3} - 8 \times 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 2 \times 4\sqrt{3}$$

$$E = 10\sqrt{3} - 24\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$$

$$E = (10 - 24 + 5 + 8)\sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

**Exercice 8 :** (6 points) (2p+2p+1p+1p)

On pose :  $a = \sqrt{19 + 6\sqrt{10}}$  et  $b = \sqrt{19 - 6\sqrt{10}}$

1) Montrer que :  $a \times b = 1$

2) on pose :  $u = a + b$  et  $v = a - b$

Calculer  $u^2$  et  $v^2$

3) en déduire une écriture des nombres  $u$  et  $v$

4) en déduire une écriture des nombres  $a$  et  $b$

**Corrigé : 1)**  $ab = \sqrt{19 + 6\sqrt{10}} \sqrt{19 - 6\sqrt{10}} = \sqrt{(19 + 6\sqrt{10})(19 - 6\sqrt{10})}$

$$ab = \sqrt{19^2 - (6\sqrt{10})^2} = \sqrt{361 - 360} = \sqrt{1} = 1$$

2)  $u = a + b$  et  $v = a - b$

$$u^2 = (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2 \times 1$$

$$\text{Donc : } u^2 = 19 + 6\sqrt{10} + 19 - 6\sqrt{10} + 2 \times 1 = 40$$

$$v^2 = (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = a^2 + b^2 - 2 \times 1$$

$$\text{Donc : } v^2 = 19 + 6\sqrt{10} + 19 - 6\sqrt{10} - 2 \times 1 = 36$$

3) déduction des nombres  $u$  et  $v$  :

$$\text{On a : } u^2 = 40 \quad \text{Donc : } u = \sqrt{40} \text{ ou } u = -\sqrt{40}$$

Or on a  $u = a + b$  somme de deux nombres positifs

$$\text{Alors : } u = a + b \text{ est positif donc : } u = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$$

$$\text{On a : } v^2 = 36 \quad \text{Donc } v = \sqrt{36} \text{ ou } v = -\sqrt{36}$$

Or on a :  $v = a - b$  et on Remarque que  $a > b$

$$\text{Donc : } v = a - b \text{ est positif donc : } v = \sqrt{36} = 6$$

4) déduction des nombres  $a$  et  $b$

$$\text{On a : } \begin{cases} u = 2\sqrt{10} \\ v = 6 \end{cases} \text{ssi } \begin{cases} a + b = 2\sqrt{10} \\ a - b = 6 \end{cases}$$

On fait la somme membre a membre on trouve :

$$2a = 6 + 2\sqrt{10} \quad \text{Donc : } a = \frac{6 + 2\sqrt{10}}{2} = 3 + \sqrt{10}$$

$$\text{Et on a : } a + b = 2\sqrt{10} \quad \text{Donc : } b = 2\sqrt{10} - a$$

$$\text{Donc : } b = 2\sqrt{10} - 3 - \sqrt{10} \quad \text{cad } b = \sqrt{10} - 3$$

**Exercice9 :** Simplifiez les expressions suivantes ...

$$A = (2^3 \times 2^{-4})^2 \times (3^3)^2 \times 3^{-5}$$

$$B = 2^3 \times 2^4 \times 2^{-5}$$

$$C = (2^3 \times 3^2)^2$$

$$D = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 3^3$$

$$E = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times 5^{-2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^3$$

$$F = \left(\frac{2}{7}\right)^4 \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times \left(\frac{-49}{2}\right)^3$$

$$G = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{27}{4}\right)^{-1}$$

**Corrigé :**  $A = (2^3 \times 2^{-4})^2 \times (3^3)^2 \times 3^{-5} = (2^{3-4})^2 \times 3^{3 \times 2} \times 3^{-5} = (2^{-1})^2 \times 3^6 \times 3^{-5}$

$$A = 2^{-2} \times 3^{6-5} = 2^{-2} \times 3^1 = \frac{1}{2^2} \times 3 = \frac{3}{4} \quad B = 2^3 \times 2^4 \times 2^{-5} = 2^{3+4-5} = 2^2 = 4$$

$$C = (2^3 \times 3^2)^2 = (2^{3+2})^2 = (2^5)^2 = 2^{5 \times 2} = 2^{10}$$

$$D = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 3^3 = \frac{2^2}{3^2} \times 3^3 = 2^2 \times 3^3 \times 3^{-2} = 2^{2+3-2} = 2^3 = 8$$

$$E = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times 5^{-2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{1}{3^2} \times 5^{-2} \times \frac{3^3}{5^3} = 3^{-2+3} \times 5^{-2+(-3)} = 3^1 \times 5^{-5} = 3 \times 5^{-5} = \frac{3}{5^5} = \frac{3}{3125}$$

$$F = \left(\frac{2}{7}\right)^4 \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times \left(\frac{-49}{2}\right)^3 = \frac{2^4}{7^4} \times \frac{7^2}{4^2} \times \left(-\frac{7^2}{2}\right)^3 = -\frac{2^4 \times 7^2 \times (7^2)^3}{7^4 \times 4^2 \times 2^3} = -\frac{2^4 \times 7^2 \times 7^6 \times 7^4 \times 4^{-2} \times 2^{-3}}{7^4 \times 4^2 \times 2^3}$$

$$F = -2^4 \times 7^2 \times 7^6 \times 7^4 \times (2^2)^{-2} \times 2^{-3} = -2^{4-4-3} \times 7^{2+6-4} = -2^{-3} \times 7^4 = -\frac{1}{2^3} \times 7^4 = -\frac{2401}{8}$$

$$G = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{27}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{4}{3}\right)^4 \times \left(\frac{4}{27}\right)^1 = \frac{3^2}{2^2} \times \frac{4^4}{3^4} \times \frac{4}{27} = 3^2 \times 2^{-2} \times (2^2)^2 \times 3^{-4} \times 2^2 \times 3^{-3}$$

**Exercice10 :** Ecrire les résultats suivants sous forme de multiplication de puissances de 2, 3 et 5 :

1)  $\frac{2^2 \times 3^{-4} \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^{-3}}$

2)  $\frac{6^3 \times 25}{40^2}$

**Corrigé :** 1)  $\frac{2^2 \times 3^{-4} \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^{-3}} = 2 \times 3^{-6} \times 5^4$ . 2)  $\frac{6^3 \times 25}{40^2} = \frac{2^3 3^3 5^2}{2^6 5^2} = 2^{-3} 3^3$ .

**Exercice11 :** (\*) Répondre avec vraie ou faux aux propositions suivantes :

1) L'écriture scientifique de : 149597870 est :  $1,4959787 \times 10^8$

2) L'écriture scientifique de : -17000000 est :  $-1.7 \times 10^7$

3)  $3,25 \times 10^4$  C'est une écriture scientifique

4)  $15 \times 10^3$  c'est une écriture scientifique

**Corrigé :** Remarque : L'écriture scientifique est une forme d'écriture des nombres très petits ou très grands. Elle permet de raccourcir l'écriture de ces nombres.

L'écriture scientifique (ou notation scientifique) est très utilisée en astronomie et en chimie.

Les nombres sont écrits, en notation scientifique, sous la forme générale :  $x = a \times 10^p$  ou  $x = -a \times 10^p$

Avec  $1 \leq a < 10$  et p est un nombre entier relatif.

1) L'écriture scientifique de : 149597870 est :  $1,4959787 \times 10^8$  vraie

2) L'écriture scientifique de : -17000000 est :  $-1.7 \times 10^7$  vraie

3)  $3,25 \times 10^4$  C'est une écriture scientifique vraie

4)  $15 \times 10^3$  c'est une écriture scientifique fautive

Car 15 n'est pas compris entre 1 et 10

**Exercice12 :** (\*\*)  $x \in \mathbb{R}$  Développer et calculer et simplifier :  $A = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

$$B = [(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})]^2 \quad C = (\sqrt{3} - 1)^3 \quad D = (2\sqrt{2} - 3)^3 \quad E = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$$

$$F = (202320232025)^2 - 202320232024 \times 202320232026 \quad (\text{Lorsque la calculatrice tombe en panne})$$

$$G = (5x + \sqrt{2} - \sqrt{3})(5x + \sqrt{2} + \sqrt{3})$$

**Corrigé :**  $A = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = [(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2] - [(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2]$

$$A = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} - (\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

$$B = [(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})]^2 = [(\sqrt{7}^2 - \sqrt{5}^2)]^2 = (7 - 5)^2 = 2^2 = 4$$

$$C = (\sqrt{3} - 1)^3 = (\sqrt{3})^3 - 3 \times (\sqrt{3})^2 \times 1 + 3 \times \sqrt{3} \times 1^2 - 1^3 = 3\sqrt{3} - 3 \times 3 \times 1 + 3 \times \sqrt{3} \times 1 - 1$$

$$C = 3\sqrt{3} - 9 + 3\sqrt{3} - 1 = 6\sqrt{3} - 10$$

$$D = (2\sqrt{2} - 3)^3 = (2\sqrt{2})^3 - 3 \times (2\sqrt{2})^2 \times 3 + 3 \times 2\sqrt{2} \times 3^2 - 3^3 = 16\sqrt{2} - 72 + 54\sqrt{2} - 27$$

$$D = 70\sqrt{2} - 99$$

$$E = (x+3)(x^2 - 3x + 9) \text{ on a : } (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$\text{Donc : } E = x^3 + 3^3 = x^3 + 27$$

$$F = (202320232025)^2 - 202320232024 \times 202320232026$$

On remarque que les nombres : 202320232024 et 202320232025 et 202320232026 différent par leurs chiffres des unités

Pour simplifier on pose :  $x = 202320232025$

Donc :  $202320232026 = x+1$  et  $202320232024 = x-1$

$$\text{Donc : } F = x^2 - (x-1)(x+1) = x^2 - (x^2 - 1) = x^2 - x^2 + 1 = 1$$

Donc :  $F = 1$

$$G = (5x + \sqrt{2} - \sqrt{3})(5x + \sqrt{2} + \sqrt{3}) = ((5x + \sqrt{2}) - \sqrt{3})((5x + \sqrt{2}) + \sqrt{3}) = (5x + \sqrt{2})^2 - \sqrt{3}^2$$

$$G = (5x)^2 + 10x\sqrt{2} + 2 - 3 = 25x^2 + 10x\sqrt{2} - 1$$

**Exercice13 :** (\*\*\*)  $a \in \mathbb{R}$  on pose :  $H = (x+2)^2 - (x-2)^2$

1) Développer et calculer et simplifier  $H$

2) En déduire une simplification du nombre :  $(1000002)^2 - (999\,998)^2$

**Corrigé :** 1)  $A = (x+2)^2 - (x-2)^2 = x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 4x + 4)$

$$\text{Donc : } A = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4 = 8x$$

2) On pose :  $a = 1000000$  donc :  $A = (1000002)^2 - (999\,998)^2 = 8 \times 1000000 = 8000000$

$$\text{Par suite : } (1000002)^2 - (999\,998)^2 = 8000000$$

**Exercice14 :** factorisez les expressions suivantes :

$$A = 16x^2 - 8x + 1 ; B = 8x^3 - 1 ; C = x^5 + x^3 - x^2 - 1 ; D = x^4 - 49 ; E = x^3 + 8 + 2(x^2 - 4) - (x+2)$$

$$F = x^3 + 125 + 5(x^2 - 25)$$

**Corrigé :**  $A = 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x-1)^2$

Pour  $B = 8x^3 - 1$  on Remarque que :  $B = 8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3$  identité remarquable du type :

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$B = (2x-1)((2x)^2 + 2x \times 1 + 1^2) = (2x-1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$C = x^3(x^2 + 1) - (x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x^3 - 1) = (x^2 + 1)(x^3 - 1^3)$$

$$C = (x^2 + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1) = (x^2 + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)$$

$$D = x^4 - 49 = x^4 - (\sqrt{7})^4 = (x^2)^2 - (\sqrt{7}^2)^2$$

$$D = (x^2 - \sqrt{7}^2)(x^2 + \sqrt{7}^2) = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})(x^2 + 7)$$

$$E = x^3 + 8 + 2(x^2 - 4) - (x + 2)$$

$$E = x^3 + 2^3 + 2(x^2 - 2^2) - (x + 2)$$

$$E = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) + 2(x - 2)(x + 2) - (x + 2) \times 1$$

$$E = (x + 2)((x^2 - 2x + 2^2) + 2(x - 2) - 1)$$

$$E = (x + 2)(x^2 - 2x + 4 + 2x - 4 - 1)$$

$$E = (x + 2)(x^2 - 1)$$

$$F = x^3 + 125 + 5(x^2 - 25) = x^3 + 5^3 + 5(x^2 - 5^2) = (x + 5)(x^2 - 5x + 5^2) + 5(x - 5)(x + 5)$$

$$F = (x + 5)(x^2 - 5x + 25 + 5(x - 5)) = (x + 5)(x^2 - 5x + 25 + 5x - 25) = x^2(x + 5)$$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

