

Série N°1 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice1 : (*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$2,5 \dots \mathbb{Z}$; $-2 \dots \mathbb{Q}$; $\sqrt{3} \dots \mathbb{Q}$; $\mathbb{R}^+ \dots \mathbb{R}$; $\mathbb{N} \dots \mathbb{R}$; $\sqrt{3} \dots \mathbb{R}^-$; $-1 \dots \mathbb{N}$; $\frac{100}{5} \dots \mathbb{N}$; $-\frac{\sqrt{100}}{5} \dots \mathbb{Z}$; $\mathbb{Z} \dots \mathbb{R}$; $\mathbb{Z}^- \dots \mathbb{Z}$; $0 \dots \mathbb{Z}^*$;
 $-\frac{\sqrt{16}}{3} \dots \mathbb{Z}$; $-\sqrt{7} \dots \mathbb{R}^-$; $\frac{7}{3} \dots \mathbb{Q}^{**}$; $\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$; $2,12 \dots \mathbb{N}^*$; $\frac{7}{3} \dots \mathbb{D}$; $\frac{1}{4} \dots \mathbb{D}$; $\pi \dots \mathbb{Q}$; $\{0; -5; -13; -100\} \dots \mathbb{Z}$; $1 \dots \{0; 2; 3\}$;
 $\mathbb{R}^- \dots \mathbb{R}$; $\mathbb{R}^- \dots \mathbb{R}^*$; $0 \dots \emptyset$; $\{0; \sqrt{2}; 1\} \dots \mathbb{Q}$

Exercice2 : (**) Calculer et simplifier : $A = \left(-1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right)(-4) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$$B = \left(\frac{4}{9} - \frac{11}{27}\right)\left(2 - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) \quad C = \frac{7}{3}\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) ; \quad E = \frac{9 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}}{-5 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \times \frac{8 - \frac{1}{5} - \frac{7}{10}}{1 - \frac{3}{2} - \frac{5}{4}}$$

$$F = 5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} ; \quad G = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} \quad \text{et} \quad H = \frac{7 - \frac{4}{\pi}}{12 - 21\pi}$$

Exercice3 : (**) Soient a ; b et c des nombres réels non nuls tels que :

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{5} \quad \text{et} \quad \frac{c}{a} = 7 \quad \text{calculer :} \quad \frac{a+b}{c}$$

Exercice4 : (**) Soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ tels que : $a - b = -\frac{7}{6}$ Calculer et simplifier :

$$A_1 = a - \left(b - \frac{71}{61}\right) ; \quad A_2 = \left(a - \frac{9}{5}\right) - \left(b - \frac{9}{5}\right) ; \quad A_3 = \left(b + \frac{2020}{2021}\right) - \left(a - \frac{1}{2021}\right) ; \quad A_4 = (2a - 5) + (6 - 2b)$$

Exercice5 : (**) On pose : $A = 900 \left(\frac{3+33+333+3333}{9+99+999+9999}\right)^2$ Montrer que : $A \in \mathbb{N}$

Exercice6 : (**) On pose : $N = \frac{1000}{49} \left(\frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555}\right)^2$ Montrer que : $N \in \mathbb{N}$

Exercice7 : (**) Calculer et simplifier : $A = \sqrt{\frac{9}{2}}$; $B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$; $C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}$;

$$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}) ; \quad E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} ; \quad G = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 8\sqrt{8} \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{20} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{24}$$

$$H = 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147} ; \quad K = \frac{6\sqrt{52}}{\sqrt{13}} - (5 - \sqrt{13})(5 + \sqrt{13})$$

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice8 : (**) Soit $E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}}$ Montrer que : E est nombre entier relatif

Exercice9 : (**) Calculer et simplifier : $A = \frac{2}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{11}}$

Exercice10 : (*) Soit $x \in \mathbb{R}^+$ tel que : $\sqrt{x+8} + \sqrt{x} = 4$

1) Donner la valeur de l'expression : $\sqrt{x+8} - \sqrt{x}$ sans calculer x 2) Déterminer la valeur de x .

Exercice11 : (***) On pose : $A = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$

Montrer que : $A \in \mathbb{N}$

Exercice12 : (*) Simplifier et ou écrire sous forme d'une puissance : $A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3$

$$B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10} \quad C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2}}{12^3} \times \frac{9}{2^2} \quad \text{et} \quad D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}}$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5} \quad \text{et} \quad F = \frac{3 \times 10^{-5} \times 7,2 \times 10^7}{2 \times 15^3}$$

Exercice13 : (*) Convertir en écriture scientifique les nombres suivants :

- 1) 368 100 000 0 2) 0.0002 3) $25,46 \times 10^{-5} + 30,29 \times 10^{-4}$

Exercice14 : (**) $x \in \mathbb{R}$ Développer et calculer et simplifier : $A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

$$B = [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2 \quad \text{et} \quad C = (\sqrt{2} + 1)^3 \quad D = (3x - 2)^3 \quad \text{et} \quad E = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$F = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007) \quad (\text{Lorsque la calculatrice tombe en panne})$$

$$H = \left(\frac{x}{2} + 2\sqrt{3}\right)^2 + \left(x\sqrt{5} - \frac{3}{2}\right)^2 \quad \text{et} \quad M = (x^2 - 2x + 1)^2 ; \quad N = (x\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - x\sqrt{2}) ; \quad R = \left(x^3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - x^3\right)$$

$$L = (3x + \sqrt{2} - \sqrt{5})(3x + \sqrt{2} + \sqrt{5})$$

Exercice15 : (**) $a \in \mathbb{R}$ on pose : $A = (a+1)^2 - (a-1)^2$

1) Développer et calculer et simplifier A

2) En déduire une simplification du nombre : $(9999999)^2 - (9999997)^2$

Exercice16 : (*) Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$

PROF: ATMANI NAJIB

1) $49x^2 - 81$ 2) $16x^2 - 8x + 1$ 3) $x^3 - 8$

4) $C = (x+1)(2x-3) + 6(x+1)$ 5) $D = 27x^3 + 1$

Exercice17 : (*) Remplissez les blancs suivants : $10 - 4\sqrt{6} = (\dots - \dots)^2$ et $4 + 2\sqrt{3} = (\dots + \dots)^2$

Exercice18 : (*) (**) (***) Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$

$$A = 16x^2 - 8x + 1 ; \quad B = 16 - 25x^2 ; \quad C = 1 - (1 - 3x)^2 ; \quad D = (2x - 1)^3 - 8 ; \quad E = 27 + x^3 ; \quad F = x^{12} - 2x^6 + 1$$

$$G = x^5 + x^3 - x^2 - 1 \quad H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x + 1) ; \quad M = x^4 - 49 ; \quad N = a^2 + b^2 - x^2 + 2ab$$

$$L = 4x^2 - 4x\sqrt{5} + 5 + (1 - 2x)(2x - \sqrt{5}) ; \quad K = (x - 2)(3x - 4) + x^3 - 8 ; \quad R = x^2 - 6x + 8$$

$$S = ax + ay - bx - by ; \quad U = a^2 - a - x^2 + x ; \quad V = a^4 + b^4 - x^4 - 2a^2b^2 + 4abx^2$$

Exercice19 : (**) On pose : $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

- 1) Déterminer le signe de B 2) Calculer B^2 . 3) En déduire une écriture simple de B .

Exercice20 : (**) On pose : $a = \sqrt{19 + 6\sqrt{10}}$ et $b = \sqrt{19 - 6\sqrt{10}}$

1) Montrer que : $a \times b = 1$

2) On pose : $u = a + b$ et $v = a - b$ Calculer : u^2 et v^2

3) En déduire une écriture simple de u et v

4) En déduire une écriture simple de a et b

Exercice21 : (**) 1) Montrer que : $\sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}} = \sqrt{10}$

2) Montrer que : $\sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

