

### Correction Série N°1 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

**Exercice1 :** (\*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles :  $\in$  ;  $\notin$  ;  $\subset$  ;  $\not\subset$

$2,5 \dots \mathbb{Z}$  ;  $-2 \dots \mathbb{Q}$  ;  $\sqrt{3} \dots \mathbb{Q}$  ;  $\mathbb{R}^+ \dots \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{N} \dots \mathbb{R}$  ;  $\sqrt{3} \dots \mathbb{R}^-$  ;  $-1 \dots \mathbb{N}$  ;  $\frac{100}{5} \dots \mathbb{N}$  ;  $-\frac{\sqrt{100}}{5} \dots \mathbb{Z}$  ;  $\mathbb{Z} \dots \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{Z}^- \dots \mathbb{Z}$  ;  $0 \dots \mathbb{Z}^*$  ;  
 $-\frac{\sqrt{16}}{3} \dots \mathbb{Z}$  ;  $-\sqrt{7} \dots \mathbb{R}^-$  ;  $\frac{7}{3} \dots \mathbb{Q}^{**}$  ;  $\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$  ;  $2,12 \dots \mathbb{N}^*$  ;  $\frac{7}{3} \dots \mathbb{D}$  ;  $\frac{1}{4} \dots \mathbb{D}$  ;  $\pi \dots \mathbb{Q}$  ;  $\{0; -5; -13; -100\} \dots \mathbb{Z}$  ;  $1 \dots \{0; 2; 3\}$  ;  
 $\mathbb{R}^- \dots \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{R}^- \dots \mathbb{R}^*$  ;  $0 \dots \emptyset$  ;  $\{0; \sqrt{2}; 1\} \dots \mathbb{Q}$

**Corrigé :**  $2,5 \notin \mathbb{Z}$  ;  $-2 \in \mathbb{Q}$  ;  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$  ;  $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$  ;  $\sqrt{3} \notin \mathbb{R}^-$  ;  $-1 \notin \mathbb{N}$  ;  $\frac{100}{5} \in \mathbb{N}$  ;  $-\frac{\sqrt{100}}{5} \in \mathbb{Z}$  ;  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$  ;  
 $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$  ;  $0 \notin \mathbb{Z}^*$  ;  $-\frac{\sqrt{16}}{3} \notin \mathbb{Z}$  ;  $-\sqrt{7} \in \mathbb{R}^-$  ;  $\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}^{**}$  ;  $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$  ;  $2,12 \notin \mathbb{N}^*$  ;  $\frac{7}{3} \notin \mathbb{D}$  ;  $\frac{1}{4} \in \mathbb{D}$  ;  $\pi \notin \mathbb{Q}$  ;  
 $\{0; -5; -13; -100\} \subset \mathbb{Z}$  ;  $1 \notin \{0; 2; 3\}$  ;  $\mathbb{R}^- \subset \mathbb{R}$  ;  $\mathbb{R}^- \not\subset \mathbb{R}^*$  ;  $0 \notin \emptyset$  ;  $\{0; \sqrt{2}; 1\} \not\subset \mathbb{Q}$

**Exercice2 :** (\*\*) Calculer et simplifier :  $A = \left(-1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right)(-4) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$$B = \left(\frac{4}{9} - \frac{11}{27}\right)\left(2 - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) \quad C = \frac{7}{3}\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) \quad E = \frac{9 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}}{-5 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \times \frac{8 - \frac{1}{5} - \frac{7}{10}}{1 - \frac{3}{2} - \frac{5}{4}}$$

$$F = 5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} \quad G = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} \quad \text{et } H = \frac{7 - \frac{4}{\pi}}{12 - 21\pi}$$

**Corrigé :**  $A = \left(-1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right)(-4) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right) = \left(\frac{-20 + 8 + 5}{20}\right)(-4) + \left(\frac{-45 + 100 - 24}{60}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$$A = \left(\frac{-7}{20}\right) \times (-4) + \frac{31}{60} \times \frac{18}{5} = \frac{7}{5} + \frac{93}{50} = \frac{70 + 93}{50} = \frac{163}{50} \quad B = \left(\frac{4}{9} - \frac{11}{27}\right)\left(2 - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) = \frac{12 - 11}{27} \times \frac{6 - 4}{3} - \frac{9 - 7}{15} \times \frac{8 - 3}{6}$$

$$B = \frac{1}{27} \times \frac{2}{3} - \frac{2}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{81} - \frac{1}{9} = \frac{2 - 9}{81} = \frac{-7}{81}$$

$$C = \frac{7}{3}\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) = \frac{7}{3} \times \frac{36 - 40 + 45}{60} + \frac{-5 + 4}{6} \times \frac{1 - 4}{6} = \frac{7}{3} \times \frac{41}{60} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6}$$

$$C = \frac{287}{180} + \frac{1}{12} = \frac{287 + 15}{180} = \frac{302}{180} = \frac{151}{90}$$

$$E = \frac{9 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}}{-5 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \times \frac{8 - \frac{1}{5} - \frac{7}{10}}{1 - \frac{3}{2} - \frac{5}{4}} = \frac{\frac{54 - 2 + 5}{6}}{\frac{-20 + 2 - 3}{4}} \times \frac{\frac{80 - 2 - 7}{10}}{\frac{4 - 6 - 5}{4}} = \frac{57}{6} \times \frac{71}{-21} \times \frac{71}{-7}$$

$$E = \frac{57}{6} \times \frac{-4}{21} \times \frac{71}{10} \times \frac{-4}{7} = \frac{19}{3} \times \frac{2}{7} \times \frac{71}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{5395}{735}$$

$$F = 5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} = 5 + \frac{1}{4 + \frac{2}{7}} = 5 + \frac{7}{30} = \frac{150 + 7}{30} = \frac{157}{30}$$

$$G = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} = \frac{\frac{3-1}{3} + \frac{3}{3+1}}{\frac{3+1}{3} - \frac{3}{3-1}} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{3} - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{12}{12} + \frac{9}{12}}{\frac{8}{6} - \frac{9}{6}} = \frac{21}{12} \times -6 = -\frac{17}{2}$$

$$H = \frac{\frac{7\pi-4}{\pi}}{\frac{12-21\pi}{\pi}} = \frac{7\pi-4}{\pi} \times \frac{1}{12-21\pi} = \frac{7\pi-4}{\pi} \times \frac{1}{-3(7\pi-4)} = -\frac{1}{3\pi}$$

**Exercice3 :** (\*\*) Soient  $a$  ;  $b$  et  $c$  des nombres réels non nuls tels que :  $\frac{a}{b} = \frac{1}{5}$  et  $\frac{c}{a} = 7$  calculer :  $\frac{a+b}{c}$

**Corrigé :** On a :  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$  et nous avons  $\frac{a}{c} = \frac{1}{7}$

Calculons  $\frac{b}{c}$  : on a :  $\frac{b}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{a} = \frac{5}{7}$  Par conséquent :  $\frac{a+b}{c} = \frac{1}{7} + \frac{5}{7} = \frac{6}{7}$

**Exercice4 :** (\*\*) Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$  tels que :  $a - b = -\frac{7}{6}$  Calculer et simplifier :

$$A_1 = a - \left(b - \frac{71}{61}\right) \quad \text{et} \quad A_2 = \left(a - \frac{9}{5}\right) - \left(b - \frac{9}{5}\right)$$

$$A_3 = \left(b + \frac{2020}{2021}\right) - \left(a - \frac{1}{2021}\right) ; A_4 = (2a - 5) + (6 - 2b)$$

**Corrigé :**  $A_1 = a - \left(b - \frac{71}{61}\right) = a - b + \frac{71}{61} = -\frac{7}{6} + \frac{71}{61} = -\frac{1}{336}$

$$A_2 = \left(a - \frac{9}{5}\right) - \left(b - \frac{9}{5}\right) = a - \frac{9}{5} - b + \frac{9}{5} = a - b = -\frac{7}{6}$$

$$A_3 = \left(b + \frac{2020}{2021}\right) - \left(a - \frac{1}{2021}\right) = b - a + \frac{2020}{2021} + \frac{1}{2021}$$

$$A_3 = -(a - b) + \frac{2020+1}{2021} = -\left(-\frac{7}{6}\right) + \frac{2021}{2021} = \frac{7}{6} + 1 = \frac{7}{6} + \frac{6}{6} = \frac{13}{6}$$

$$A_4 = (2a - 5) + (6 - 2b) = 2a - 5 + 6 - 2b = 2a - 2b + 1$$

$$A_4 = 2(a - b) + 1 = 2 \times -\frac{7}{6} + 1 = -\frac{7}{3} + 1 = -\frac{4}{3}$$

**Exercice5 :** (\*\*) On pose :  $A = 900 \left( \frac{3+33+333+3333}{9+99+999+9999} \right)^2$  Montrer que :  $A \in \mathbb{N}$

**Corrigé :**  $A = 900 \left( \frac{3+33+333+3333}{9+99+999+9999} \right)^2 = 900 \left( \frac{3+33+333+3333}{3(3+33+333+3333)} \right)^2 = 900 \left( \frac{1}{3} \right)^2$

Donc :  $A = 900 \times \frac{1}{9} = 100 \in \mathbb{N}$

**Exercice6 :** (\*\*) On pose :  $N = \frac{1000}{49} \left( \frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555} \right)^2$  Montrer que :  $N \in \mathbb{N}$

**Corrigé :**  $N = \frac{1000}{49} \left( \frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555} \right)^2 = \frac{1000}{49} \left( \frac{7(1+11+111+1111)}{5(1+11+111+1111)} \right)^2 = \frac{1000}{49} \left( \frac{7}{5} \right)^2 = \frac{1000}{49} \times \frac{49}{25} = \frac{1000}{25} = 40 \in \mathbb{N}$

$$N = 900 \left( \frac{3+33+333+3333}{3(3+33+333+3333)} \right)^2 = 900 \left( \frac{1}{3} \right)^2$$

Donc :  $N = 900 \times \frac{1}{9} = 100 \in \mathbb{N}$

**Exercice7:** (\*\*\*) Calculer et simplifier :  $A = \sqrt{\frac{9}{2}}$  ;  $B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$  ;  $C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}$  ;

$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5})$  ;  $E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$  ;  $G = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 8\sqrt{8} \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{20} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{24}$

$H = 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147}$  ;  $K = \frac{6\sqrt{52}}{\sqrt{13}} - (5 - \sqrt{13})(5 + \sqrt{13})$

**Corrigé :**  $A = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$  et  $B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{28}{14}} = \sqrt{2}$

$C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180} = 3\sqrt{4 \times 5} + 4\sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{36 \times 5}$

$C = 3 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 3\sqrt{5} - 2 \times 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (6+12-8-6)\sqrt{5}$

Donc :  $C = 4\sqrt{5}$

$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}) = ((\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{5})((\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \sqrt{5})$

$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 5 = 3 + 2\sqrt{3 \times 2} + 2 - 5$

Donc :  $D = 2\sqrt{6}$

$E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$

$E = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - ((\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2)}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2}$

$E = \frac{3 + 2\sqrt{15} + 5 - (3 - 2\sqrt{15} + 5)}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{3 + 2\sqrt{15} + 5 - 3 + 2\sqrt{15} - 5}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{4\sqrt{15}}{-2} = -2\sqrt{15}$

$F = (-\sqrt{10}) \times (-\sqrt{10}) + \sqrt{5} \times (-\sqrt{20}) - \sqrt{2} \times \sqrt{32}$

$F = (-\sqrt{10})^2 - \sqrt{5} \times \sqrt{5 \times 4} - \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 16} = 10 - \sqrt{5}^2 \times 2 - \sqrt{2}^2 \times 4 = 10 - 10 - 8 = -8$

$G = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 8\sqrt{8} \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{20} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{24}$

$G = 2 \times \sqrt{3}^2 - 8\sqrt{8} \times \sqrt{8} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{5 \times 4} + \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2 \times 2 \times 3}$

$G = 2 \times 3 - 8\sqrt{8}^2 - 3\sqrt{5}^2 \times 2 + \sqrt{2}^2 \times \sqrt{3}^2 \times 2 = 6 - 64 - 30 + 12 = -76$

$H = 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147}$

$H = 5\sqrt{4 \times 3} + 8\sqrt{9 \times 3} + \sqrt{25 \times 3} - 2\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{49 \times 3} = 10\sqrt{3} + 24\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

$K = \frac{6\sqrt{52}}{\sqrt{13}} - (5 - \sqrt{13})(5 + \sqrt{13}) = 6\sqrt{\frac{52}{13}} - (5^2 - \sqrt{13}^2) = 6\sqrt{4} - (25 - 13) = 12 - 12 = 0$

**Exercice8 :** (\*\*\*) Soit  $E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}}$  Montrer que :  $E$  est nombre entier relatif

**Corrigé :**  $E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} = \frac{(5\sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{7}) + 5\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{7})}{(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{2} - \sqrt{7})}$

$$E = \frac{5\sqrt{7}\sqrt{2} + 5\sqrt{7}\sqrt{7} + 5\sqrt{2}\sqrt{2} - 5\sqrt{2}\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{35 + 10}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{45}{-5} = -9 \in \mathbb{Z}$$

**Exercice9 :** (\*\*\*) Calculer et simplifier :  $A = \frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{11}}$

**Corrigé :** On a :  $a = \frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} = \frac{2(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7})} = \frac{2(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{4} = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{2}$

$$b = \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$$

$$c = \frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{11}} = \frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{11})}{(\sqrt{3}-\sqrt{11})(\sqrt{3}+\sqrt{11})} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{11})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{11})^2} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{11})}{3-11} = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{11})}{-8} = -\frac{\sqrt{3}+\sqrt{11}}{4}$$

Donc :  $A = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{2} + \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}+\sqrt{11}}{2} = a+b+c$

Donc :  $A = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}+\sqrt{7}+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7}$ .

**Exercice10 :** (\*) Soit  $x \in \mathbb{R}^+$  tel que :  $\sqrt{x+8} + \sqrt{x} = 4$

1) Donner la valeur de l'expression :  $\sqrt{x+8} - \sqrt{x}$  sans calculer  $x$

2) Déterminer la valeur de  $x$ .

**Corrigé :** 1) On va multiplier par l'expression conjuguée de l'expression  $\sqrt{x+8} - \sqrt{x}$  qui est :  $\sqrt{x+8} + \sqrt{x}$

$$\text{Donc : } \sqrt{x+8} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x+8} - \sqrt{x})(\sqrt{x+8} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x+8})^2 - (\sqrt{x})^2}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}} = \frac{x+8-x}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}} = \frac{8}{4} = 2$$

2) Détermination de la valeur de  $x$  :

On a :  $\begin{cases} \sqrt{x+8} + \sqrt{x} = 4 & (1) \\ \sqrt{x+8} - \sqrt{x} = 2 & (2) \end{cases}$  donc : par sommation (1)+(2) on a :  $2\sqrt{x+8} = 6$

Donc :  $\sqrt{x+8} = 3$  ce qui équivaut à :  $(\sqrt{x+8})^2 = 3^2$  C'est-à-dire :  $x+8=9$  donc :  $x=1$

**Exercice11 :** (\*\*\*) On pose :  $A = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$

Montrer que :  $A \in \mathbb{N}$

**Corrigé :**  $A = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$

$$A = \sqrt{(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})(2+\sqrt{2+\sqrt{2}})} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2+\sqrt{2}})^2} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 - (2+\sqrt{2})} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2-\sqrt{2}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \quad \text{D'où } A \in \mathbb{N}$$

**Exercice12 :** (\*) Simplifier et ou écrire sous forme d'une puissance :  $A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3$

$$B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10} \quad C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2}}{12^3} \times \frac{9}{2^2} \quad \text{et} \quad D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}}$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5} \text{ et } F = \frac{3 \times 10^{-5} \times 7,2 \times 10^7}{2 \times 15^3}$$

**Corrigé :**  $A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3 = 2^3 \times 2^{2 \times 4} \times 2^{-5 \times 3} = 2^{3+8-15} = 2^{-4}$  Donc :  $A = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

$$B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10} = -(3)^1 \times (3)^5 \times (3)^2 \times (3)^{-10}$$

$$B = 3^1 \times 3^5 \times 3^2 \times 3^{-10} = 3^{1+5+2-10} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2}}{12^3} \times \frac{9}{2^2} = \frac{3^{-5} \times (2^2)^{-2}}{(3 \times 2^2)^3} \times \frac{3^2}{2^2} = \frac{3^{-5} \times (2)^{-4} \times 3^2}{(3)^3 \times 2^6 \times 2^2}$$

$$C = \frac{3^{-5} \times (2)^{-4} \times 3^2}{(3)^3 \times 2^6 \times 2^2} = 3^{-5} \times 2^{-4} \times 3^2 \times (3)^{-3} \times 2^{-6} \times 2^{-2} = 3^{-5+2-3} \times 2^{-4-6-2} \quad \text{Donc : } C = 3^{-6} \times 2^{-12}$$

$$D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}} = \frac{-2^3 \times 4^{2 \times (-1)} \times 2^3}{1024 \times (-2^3)^{-4}} = \frac{-2^3 \times (2^2)^{-2} \times 2^3}{2^{10} \times (-2^3)^{-4}}$$

$$D = -2^3 \times (2^2)^{-2} \times 2^3 \times 2^{-10} \times (-2)^{3 \times 4} = -2^{3-4+3-10+12} = -2^4 = -16$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5} = 10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4} \times 10^2 \times 10^{-3} \times 10^{-5}$$

$$E = 10^{-8+9+7-4+2-3-5} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$F = \frac{3 \times 10^{-5} \times 7,2 \times 10^7}{2 \times 15^3} = \frac{3 \times 10^{-5} \times 3^2 \times 2^3 \times 10^{-1} \times 10^7}{2 \times (3 \times 5)^3}$$

**Exercice13 :** (\*) Convertir en écriture scientifique les nombres suivants :

1) 368 100 000 0      2) 0.0002      3)  $25,46 \times 10^{-5} + 30,29 \times 10^{-4}$

**Corrigé :** 1)  $3681000000 = 3.681 \times 10^9$       2)  $0.0002 = 2 \times 10^{-4}$

3)  $= 32,836 \times 10^{-4} = 3,2836 \times 10^{-3} \quad 25,46 \times 10^{-5} + 30,29 \times 10^{-4} = 2,546 \times 10^{-4} + 30,29 \times 10^{-4}$

**Exercice14 :** (\*\*)  $x \in \mathbb{R}$  Développer et calculer et simplifier :  $A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

$$B = [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2 \text{ et } C = (\sqrt{2} + 1)^3 \quad D = (3x - 2)^3 \text{ et } E = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$F = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007) \text{ (Lorsque la calculatrice tombe en panne)}$$

$$H = \left(\frac{x}{2} + 2\sqrt{3}\right)^2 + \left(x\sqrt{5} - \frac{3}{2}\right)^2 \text{ et } M = (x^2 - 2x + 1)^2 ; N = (x\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - x\sqrt{2}) ; R = \left(x^3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - x^3\right)$$

$$L = (3x + \sqrt{2} - \sqrt{5})(3x + \sqrt{2} + \sqrt{5})$$

**Corrigé :**  $A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - ((\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2)$

$$A = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - (5 - 2\sqrt{10} + 2) = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - 5 + 2\sqrt{10} - 2 = 4\sqrt{10}$$

$$B = [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2 = ((\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2)^2 = (2 - 3)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$C = (\sqrt{2} + 1)^3 = (\sqrt{2})^3 + 3(\sqrt{2})^2 \times 1 + 3\sqrt{2}(1)^2 + (1)^3 = 2\sqrt{2} + 3 \times 2 + 3\sqrt{2} + 1$$

$$C = 5\sqrt{2} + 7$$

$$D = (3x - 2)^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2 \times 2 + 3 \times 3x \times (2)^2 - (2)^3$$

$$D = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$$

$$E = (x+2)(x^2 - 2x + 4) = (x+2)(x^2 - 2 \times x + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

$$F = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007)$$

On remarque que les nombres : 200520052006 et 200520052005 et 200520052007 diffèrent par leurs chiffres des unités

Pour simplifier on pose :  $x = 200520052006$

Donc :  $200520052005 = x - 1$  et  $200520052007 = x + 1$

$$\text{Donc : } F = x^2 - (x-1)(x+1)$$

$$= x^2 - (x^2 - 1) = x^2 - x^2 + 1 = 1 \quad \text{Donc : } F = 1$$

$$H = \left(\frac{x}{2} + 2\sqrt{3}\right)^2 + \left(x\sqrt{5} - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$H = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 \times \frac{x}{2} \times 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 + (x\sqrt{5})^2 - 2x\sqrt{5} \times \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$H = \frac{x^2}{4} + 2x\sqrt{3} + 12 + 5x^2 - 3x\sqrt{5} + \frac{9}{4} = \frac{21}{4}x^2 + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})x + \frac{57}{4}$$

$$M = (x^2 - 2x + 1)^2 = ((x^2 - 2x) + 1)^2 \quad M = (x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x) \times 1 + 1^2$$

$$M = (x^2)^2 - 2x^2 \times 2x + 4x^2 + 2x^2 - 4x + 1$$

$$M = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

$$N = (\sqrt{5})^2 - (x\sqrt{2})^2 = 5 - 2x^2 \quad N = (x\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - x\sqrt{2}) = (\sqrt{5} + x\sqrt{2})(\sqrt{5} - x\sqrt{2})$$

$$R = \left(x^3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - x^3\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + x^3\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - x^3\right)$$

$$R = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - (x^3)^2 = \frac{3}{4} - x^6$$

$$L = (3x + \sqrt{2} - \sqrt{5})(3x + \sqrt{2} + \sqrt{5}) = ((3x + \sqrt{2}) - \sqrt{5})((3x + \sqrt{2}) + \sqrt{5})$$

$$L = (3x)^2 + 6x\sqrt{2} + 2 - 5 = 9x^2 + 6x\sqrt{2} - 3$$

**Exercice 15 :** (\*\*\*)  $a \in \mathbb{R}$  on pose :  $A = (a+1)^2 - (a-1)^2$

1) Développer et calculer et simplifier A

2) En déduire une simplification du nombre :  $(9999999)^2 - (9999997)^2$

**Corrigé :** 1)  $A = (a+1)^2 - (a-1)^2 = a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1)$

$$\text{Donc : } A = a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1 = 4a$$

2) On pose :  $a = 9999998$  donc :  $A = (9999999)^2 - (9999997)^2 = 4 \times 9999998$

$$\text{Par suite : } (9999999)^2 - (9999997)^2 = 39999992$$

**Exercice 16 :** (\*) Factoriser les expressions suivantes :  $x \in \mathbb{R}$

1)  $49x^2 - 81$       2)  $16x^2 - 8x + 1$     3)  $x^3 - 8$

4)  $C = (x+1)(2x-3) + 6(x+1)$     5)  $D = 27x^3 + 1$

**Corrigé : Méthodes :** Pour factoriser une expression on peut :

- identifier une identité remarquable ou - identifier un facteur commun

1) On regarde l'expression, pour choisir l'identité remarquable à appliquer.

L'expression semble être de la forme :  $a^2 - b^2$ .

$$49x^2 - 81 = (7x)^2 - 9^2 = (7x-9) \times (7x+9) \quad \text{Il s'agit d'un produit. L'expression est factorisée.}$$

$$2) 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x - 1)^2$$

$$3) x^3 - 8 = (x)^3 - (2)^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)$$

$$x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$4) x + 1 \text{ est le facteur commun : } C = (x + 1)(2x - 3) + 6(x + 1)$$

$$C = (x + 1)((2x - 3) + 6) = (x + 1)(2x + 3)$$

5)  $D = 27x^3 + 1$  Il n'y a pas de facteur commun.  
L'expression semble être de la forme  $a^3 + b^3$ .

$$D = 27x^3 + 1 = (3x)^3 + 1^3 = (3x + 1)((3x)^2 - (3x) \times 1 + 1^2) \quad D = (3x + 1)(9x^2 - 3x + 1)$$

**Exercice 17 :** (\*) Remplissez les blancs suivants :  $10 - 4\sqrt{6} = (\dots - \dots)^2$  et  $4 + 2\sqrt{3} = (\dots + \dots)^2$

**Corrigé :** 1) On a :  $4 + 2\sqrt{3} = 4 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 = 3 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + (1)^2$  Donc :  $4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2$

$$10 - 4\sqrt{6} = 10 - 2 \times 2\sqrt{6} = 2^2 - 2 \times 2\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 = (2 - \sqrt{6})^2 \quad \text{Donc : } 10 - 4\sqrt{6} = (2 - \sqrt{6})^2$$

**Exercice 18 :** (\*) (\*\*) (\*\*\*) Factoriser les expressions suivantes :  $x \in \mathbb{R}$  ;  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$

$$A = 16x^2 - 8x + 1 ; \quad B = 16 - 25x^2 ; \quad C = 1 - (1 - 3x)^2 ; \quad D = (2x - 1)^3 - 8 ; \quad E = 27 + x^3 ; \quad F = x^{12} - 2x^6 + 1$$

$$G = x^5 + x^3 - x^2 - 1 \quad H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x + 1) ; \quad M = x^4 - 49 ; \quad N = a^2 + b^2 - x^2 + 2ab$$

$$L = 4x^2 - 4x\sqrt{5} + 5 + (1 - 2x)(2x - \sqrt{5}) ; \quad K = (x - 2)(3x - 4) + x^3 - 8 ; \quad R = x^2 - 6x + 8$$

$$S = ax + ay - bx - by ; \quad U = a^2 - a - x^2 + x ; \quad V = a^4 + b^4 - x^4 - 2a^2b^2 + 4abx^2$$

**Corrigé :**  $A = 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x - 1)^2$

$$B = 16 - 25x^2 = (4)^2 - (5x)^2 = (4 - 5x)(4 + 5x)$$

$$C = 1 - (1 - 3x)^2 = 1^2 - (1 - 3x)^2 = (1 - (1 - 3x))(1 + (1 - 3x))$$

$$C = (1 - 1 + 3x)(1 + 1 - 3x) = 3x(2 - 3x)$$

$$D = (2x - 1)^3 - 8 = (2x - 1)^3 - 2^3 \quad \text{On a : } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{Donc : } D = ((2x - 1) - 2)((2x - 1)^2 + (2x - 1) \times 2 + 2^2)$$

$$D = (2x - 3)((2x)^2 - 4x + 1 + 4x - 2 + 4) = (2x - 3)(4x^2 + 3)$$

$$E = 27 + x^3 = 3^3 + x^3 = (3 + x)(3^2 - 3x + x^2) \quad \text{Car : } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) .$$

$$E = (3 + x)(9 - 3x + x^2)$$

$$F = (x^6)^2 - 2x^6 + 1 = (x^6)^2 - 2x^6 \times 1 + 1^2 = (x^6 - 1)^2$$

$$G = x^5 + x^3 - x^2 - 1 = x^3(x^2 + 1) - (x^2 + 1) = (x^3 - 1)(x^2 + 1)$$

$$H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x + 1) = x^3 + 1^3 + 2(x^2 - 1^2) - (x + 1)$$

$$H = (x + 1)(x^2 - x + 1^2) + 2(x + 1)(x - 1) - (x + 1)$$

$$H = (x + 1)(x^2 - x + 1 + 2(x - 1) - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1 + 2x - 2 - 1)$$

$$H = (x + 1)(x^2 + x - 2)$$

$$M = x^4 - 49 = x^4 - (\sqrt{7})^4 = (x^2)^2 - (\sqrt{7}^2)^2$$

$$M = (x^2 - \sqrt{7}^2)(x^2 + \sqrt{7}^2) = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})(x^2 + 7)$$

$$N = a^2 + b^2 - x^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - x^2 = (a+b)^2 - x^2$$

$$\text{Donc : } N = (a+b-x)(a+b+x)$$

$$L = 4x^2 - 4x\sqrt{5} + 5 + (1-2x)(2x - \sqrt{5})$$

$$L = (2x)^2 - 2 \times 2x \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 + (1-2x)(2x - \sqrt{5})$$

$$L = (2x - \sqrt{5})^2 + (1-2x)(2x - \sqrt{5}) = (2x - \sqrt{5})(2x - \sqrt{5} + 1 - 2x) \text{ C'est-à-dire : } L = (2x - \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})$$

$$K = (x-2)(3x-4) + x^3 - 8 = (x-2)(3x-4) + (x-2)(x^2+2x+4) \quad K = (x-2)(3x-4+x^2+2x+4) = (x-2)(x^2+5x) = x(x-2)(x+5)$$

$$R = x^2 - 6x + 8 = x^2 - 6x + 9 - 1 = x^2 - 2 \times 3x + 3^2 - 1$$

$$R = (x-3)^2 - 1^2 = (x-3-1)(x-3+1) = (x-4)(x-2)$$

$$S = ax + ay - bx - by = a(x+y) - b(x+y) = (x+y)(a-b)$$

$$U = a^2 - a - x^2 + x = a^2 - x^2 - (a-x)$$

$$U = (a-x)(a+x) - (a-x) \times 1 \text{ Donc : } U = (a-x)(a+x-1).$$

$$V = a^4 + b^4 - x^4 - 2a^2b^2 + 4abx^2$$

$$V = (a^4 + 2a^2b^2 + b^4) - (x^4 - 4abx^2 + 4a^2b^2)$$

$$V = (a^2 + b^2)^2 - (x^2 - 2ab)^2 = (a^2 + b^2 + x^2 - 2ab)(a^2 + b^2 - x^2 + 2ab)$$

**Exercice19 :** (\*\*\*) On pose :  $B = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1) Déterminer le signe de  $B$

2) Calculer  $B^2$ .

3) En déduire une écriture simple de  $B$ .

**Corrigé :** 1) On a :  $B = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$

Et on Remarque que :  $6-2\sqrt{5} < 6+2\sqrt{5}$

Donc :  $\sqrt{6-2\sqrt{5}} < \sqrt{6+2\sqrt{5}}$  et par suite :  $\sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$  est négatif

C'est à dire que :  $B < 0$

$$2) B^2 = (\sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}})^2$$

$$B^2 = (\sqrt{6-2\sqrt{5}})^2 - 2\sqrt{6-2\sqrt{5}}\sqrt{6+2\sqrt{5}} + (\sqrt{6+2\sqrt{5}})^2$$

$$B^2 = 6 - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{(6-2\sqrt{5})(6+2\sqrt{5})} + 6 + 2\sqrt{5}$$

$$B^2 = 12 - 2\sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2}$$

$$B^2 = 12 - 2\sqrt{6^2 - 20} = 12 - 2\sqrt{16} = 12 - 2 \times 4 = 4$$

4)  $B^2 = 4$  Equivalent a:  $B = \sqrt{4}$  ou  $B = -\sqrt{4}$

Equivalent a:  $B = 2$  ou  $B = -2$  or on a :  $B < 0$  Donc :  $B = -2$ .

**Exercice20 :** (\*\*\*) On pose :  $a = \sqrt{19+6\sqrt{10}}$  et  $b = \sqrt{19-6\sqrt{10}}$

1) Montrer que :  $a \times b = 1$

2) On pose :  $u = a+b$  et  $v = a-b$  Calculer :  $u^2$  et  $v^2$

3) En déduire une écriture simple de  $u$  et  $v$

4) En déduire une écriture simple de  $a$  et  $b$



**Corrigé :**  $ab = \sqrt{19+6\sqrt{10}}\sqrt{19-6\sqrt{10}} = \sqrt{(19+6\sqrt{10})(19-6\sqrt{10})}$

$$ab = \sqrt{19^2 - (6\sqrt{10})^2} = \sqrt{361-360} = \sqrt{1} = 1$$

2) On a :  $u = a+b$  et  $v = a-b$

$$\text{Donc : } u^2 = (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2 \times 1$$

$$\text{Donc ; } u^2 = 19 + 6\sqrt{10} + 19 - 6\sqrt{10} + 2 \times 1 = 40$$

$$\text{Et : } v^2 = (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = a^2 + b^2 - 2 \times 1$$

$$\text{Donc : } v^2 = 19 + 6\sqrt{10} + 19 - 6\sqrt{10} - 2 \times 1 = 36$$

3) Dédution d'une écriture simple de  $u$  et  $v$  :

$$\text{On a : } u^2 = 40 \text{ donc : } u = \sqrt{40} \text{ ou } u = -\sqrt{40}$$

Or on sait que :  $u = a+b$  donc  $u$  est la somme de deux nombres positifs donc c'est un nombre positif

$$\text{Donc : } u = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$$

On a aussi :  $v^2 = 36$  et on Remarque que :  $a > b$  donc :  $v$  est positif par suite :  $v = \sqrt{36} = 6$

4) Dédire une écriture simple de  $a$  et  $b$  :

$$\text{On a : } \begin{cases} u = 2\sqrt{10} \\ v = 6 \end{cases} \text{ équivaut à : } \begin{cases} a+b = 2\sqrt{10} \\ a-b = 6 \end{cases}$$

En faisant la somme membre à membre les deux équations : On trouve :  $2a = 6 + 2\sqrt{10}$

$$\text{Donc : } a = \frac{6 + 2\sqrt{10}}{2} = 3 + \sqrt{10}$$

Et on a :  $a+b = 2\sqrt{10}$  donc :  $b = 2\sqrt{10} - a$  Equivaut à :  $b = 2\sqrt{10} - 3 - \sqrt{10}$  par suite :  $b = \sqrt{10} - 3$

**Exercice21 :** (\*\*) 1) Montrer que :  $\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{10}$

2) Montrer que :  $\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

**Corrigé :** 1) Montrons que :  $\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{10}$

$$\text{On pose : } B = \sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}$$

$$\text{On calcul } B^2 : B^2 = \left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 + 2\sqrt{3+\sqrt{5}}\sqrt{3-\sqrt{5}} + \left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2$$

$$B^2 = 3 + \sqrt{5} + 2\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} + 3 - \sqrt{5}$$

$$B^2 = 6 + 2\sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} = 6 + 2\sqrt{9-5} = 6 + 2\sqrt{4} = 6 + 4 = 10$$

$$\text{Donc : } B^2 = 10$$

Donc :  $B = \sqrt{10}$  ou  $B = -\sqrt{10}$  et on a  $B > 0$  Par suite :  $B = \sqrt{10}$ .

2) On pose :  $B = \sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}$

$$\text{On calcul } B^2 : B^2 = \left(\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}} + \left(\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}\right)^2$$

$$B^2 = \frac{6+\sqrt{31}}{2} + 2\sqrt{\left(\frac{6+\sqrt{31}}{2}\right)\left(\frac{6-\sqrt{31}}{2}\right)} + \frac{6-\sqrt{31}}{2}$$

$$B^2 = 6 + 2\sqrt{\frac{36-31}{4}} = 6 + 2\sqrt{\frac{5}{4}} = 6 + \sqrt{5}$$

Donc :  $B^2 = 6 + \sqrt{5}$

Par suite :  $B = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$  ou  $B = -\sqrt{6 + \sqrt{5}}$

Or on a :  $B > 0$  donc :  $B = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$

Donc :  $\sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

