

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°3 sur les leçons suivantes :
Equations inéquations systèmes et polynômes

Exercice1 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

- 1) $x - 5 = -x\sqrt{5} + \sqrt{75}$ 2) $-5(2x + 5) = -10x + 2$ 3) $5(2x - 3) = 12x - 2(x + 4) - 7$
4) $(5x - 1)^2 - (5x - 1)(x + 1) = 0$
5) $x^2 - 121 = 0$ 6) $\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-1} = 0$
7) $\frac{(x-4)(x+2)}{x^2-4} = 0$ 8) $|5x - 11| = |3 + 2x|$ 9) $x^3 - 7x = 0$
10) $x^3 + 27 + 2(x^2 - 9) - 3x - 9 = 0$
11) $\frac{\sqrt{2x}-1}{x-1} = \frac{2x-2}{\sqrt{2x}-2}$

Exercice2 : Quelle est la longueur d'un rectangle sachant que sa largeur est 6cm et sa surface vaut le double de son périmètre ?

Exercice3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : 1) $-2x + 6 > 0$ 2) $5x - 15 \leq 0$
3) $-6x + 7 > x - 7$

- 4) $(1-x)(2x+4) > 0$ 5) $\frac{5x-2}{1+3x} \geq 0$
6) $\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2-4} \geq 0$

Exercice4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes et Factoriser les trinômes :

- a) $2x^2 - x - 6 = 0$ b) $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$
c) $x^2 + 3x + 10 = 0$

Exercice5 : Avec 60 dh j'ai acheté un nombre de jouets identique. (Ont donc le même prix)
Si chaque jouet avait coûté 1dh de moins ; j'aurais pu en acheter 3 de plus .
Combien en ai-je acheté ?

Exercice6 : Soit le trinôme : $(E) : P(x) = -3x^2 + \sqrt{3}x + 3$

- 1) Prouver que le trinôme (E) admet deux racines distinctes α et β sans les calculer.
2) Déduire les valeurs suivantes : $\alpha + \beta$; $\alpha \times \beta$; $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$; $\alpha^2 + \beta^2$; $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$; $\alpha^3 + \beta^3$

Exercice7 : Résoudre les inéquations suivantes

- a) $4x^2 - 8x + 3 \leq 0$
b) $x^2 - 3x - 10 < 0$ c) $2x^2 - 4x + 6 \geq 0$

Exercice8 : A) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $2x^2 - 3x - 2 = 0$

2) En déduire les solutions des équations suivantes :

- a) $2x - 3\sqrt{x} - 2 = 0$ b) $2x^2 - 3|x| - 2 = 0$ c) $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$ d) $2x^3 - 3x^2 = 2x$

B) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $x^2 + x - 6 = 0$ et $x^2 - x - 2 = 0$

2) En déduire les solutions de l'équation suivante :

$(E) : x^2 - |x - 2| - 4 = 0$

Exercice9 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :

$$\begin{cases} 2x^2 - 5y^2 = 1 \\ \dots \end{cases}$$

Exercice10 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :

$$\begin{cases} -7x - 3y = 4 \\ 4x + 5y = -2 \end{cases}$$

2) En déduire les solutions du système suivant :

$$\begin{cases} \frac{-7}{x} - \frac{3}{y} = 4 \\ \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = -2 \end{cases}$$

Exercice11 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :

$$\begin{cases} (x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 5y + 4) = -3 \\ 2(x^2 - 3x + 1) - 3(y^2 - 5y + 4) = 4 \end{cases}$$

Exercice 12: Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système :

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x \times y = 4 \end{cases}$$

Exercice13 : Soit le polynôme : $P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$

1) Montrer que -2 est racine du polynôme $P(x)$

2) Effectuer la division euclidienne de $P(x)$

Par $x + 2$ et Montrer que : $P(x) = (x + 2)Q(x)$ et déterminer $Q(x)$

3) Déterminer une factorisation du polynôme $P(x)$ en polynômes de 1ere degrés

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $Q(x) < 0$

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) < 0$

Exercice14 : Soit le polynôme suivant (E) : $P(x) = x^3 - \sqrt{2}x^2 - x + \sqrt{2}$

1) Montrer que 1 est racine du polynôme $P(x)$

2) Montrer que $P(x) = (x + 1)(x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2})$

3) On pose : $Q(x) = x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$ Soit Δ son discriminant

a) Vérifier que : $\Delta = (\sqrt{2} - 1)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$

4) En déduire les solutions de l'équation $x - (\sqrt{2} + 1)\sqrt{x} + \sqrt{2} = 0$

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \leq 0$