

TD : Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers

Exercice1 : Compléter par : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$$-4 \dots \mathbb{N} ; \frac{2}{3} \dots \mathbb{N} ; \sqrt{2} \dots \mathbb{N} ; \frac{8}{2} \dots \mathbb{N} ; -\frac{15}{3} \dots \mathbb{N} ; 12 - 32 \dots \mathbb{N} ;$$

$$\sqrt{25} \dots \mathbb{N} ; 2, 12 \dots \mathbb{N} ; 0 \dots \mathbb{N}^* : -\frac{\sqrt{100}}{3} \dots \mathbb{N}$$

$$2, 12 \dots \mathbb{N} ; \pi \dots \mathbb{N} ; \{1; 2; 7\} \dots \mathbb{N} ; \{4; -2; 12\} \dots \mathbb{N} ; \mathbb{N}^* \dots \mathbb{N}$$

Exercice2 : Déterminer les multiples de 9 comprises entre : 23 et 59

Exercice3 : Déterminer le chiffre x pour que le nombre : $532x$ Soit divisible par 9

Exercice4 : On pose : $x = 3 \times 5 \times 7 \times 12$ et $y = 2 \times 5 \times 3 \times 5$

Sans calculer x et y monter que :

1) 75 divise y

2) 105 divise x

Exercice5 : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$

Montrer que si a est pair et b impair alors la somme est un nombre impair.

Exercice6 : $a \in \mathbb{N}$

Montrer que si a est impair alors a^2 est un nombre impair

Exercice7 : $a \in \mathbb{N}$

Montrer que si a^2 est impair alors a est un nombre impair

Exercice8 : Montrer que le produit de Deux nombres consécutifs est un nombre pair

Exercice9 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$

1) $375^2 + 648^2$ 2) $2n + 16$ 3) $10n + 5$ 4) $18n + 4m + 24$

5) $2n^2 + 7$ 6) $8n^2 + 12nm + 3$ 7) $26n + 10m + 7$

8) $n^2 + 11n + 17$ 9) $n^2 + 7n + 20$ 10) $(n+1)^2 + 7n^2$

11) $n^2 + 5n$ 12) $n^2 + 8n$ 13) $n^2 + n$ 14) $n^3 - n$

15) $5n^2 + n$ 16) $4n^2 + 4n + 1$ 17) $n^2 + 13n + 17$

18) $n + (n+1) + (n+2)$

Exercice10 : $n \in \mathbb{N}$

On pose : $x = 2n + 7$ et $y = 4n + 2$

1) Montrer que : x est impair et que y est pair

2) Montrer que : $x + y$ est un multiple de 3

Exercice11 : Déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100

Exercice12 : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? justifier votre réponse ?

0 ; 1 ; 2 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ; 2787 ; 191 ; 1004001

Exercice13 : décomposer en produit de facteurs premiers Le nombre 60 et en déduire tous les diviseurs de 60

Exercice14 : Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 1344 et en déduire le nombre de diviseurs de 1344

Exercice15 : En utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers :

1. Simplifier la fraction $\frac{84}{60}$

2. Simplifier des racines carrées : $A = \sqrt{2100}$

t B = $\sqrt{63} \times \sqrt{105}$

Exercice16 : 1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 50 ; 360 ; 60 ; 24 ; 56 ; 14 ; 42

2) Calculer : $PGCD(50 ; 360)$; $PGCD(60 ; 50)$; $PGCD(56 ; 14)$; $PGCD(56 ; 42)$; $PGCD(24 ; 60)$

Exercice17 : 1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres : 170 ; 68 ; 60 ; 220 ; 340

2) Calculer : $PPCM(68 ; 170)$; $PPCM(220 ; 340)$

Exercice18 : Soit n est un nombre entier naturel impair

1) Vérifier que $n^2 - 1$ est un multiple de 8 dans cas suivants : $n = 1$; $n = 3$; $n = 5$; $n = 7$

2) Montrer que : $n^2 - 1$ est un multiple de 4 si n est impair

3) Montrer que : $n^2 - 1$ est un multiple de 8 si n est impair

4) En déduire que : $n^4 - 1$ est un multiple de 16 si n est impair

5) Montrer que si n et m sont impairs alors : $n^2 + m^2 + 6$ est un multiple de 8

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien



AUTRE : Exercices

Exercice1 :

- 1) Donner tous les multiples de 14 inférieur à 80.
- 2) Donner tous les multiples de 25 compris entre 50 et 170.
- 3) Donner les diviseurs de chacun des nombres 8 ;36 ;24 ;30 ;2 et 5.
- 4) Donner tous les nombres premier inférieur à 60.
- 5) Est-ce que 13 divise 704 ? justifier votre réponse ?
- 6) Est-ce que 2352 est un multiple de 21 ? justifier votre réponse ?

Exercice2 : décomposer les nombres suivants en produit de puissances de facteurs premiers :

161 ; 144 ; 10000 ; 23000 ; 1080 ; 1400x49

Exercice3 : à l'aide de décomposition en facteurs premiers

simplifier la fraction suivante : $\frac{612}{1530}$ et écrire :

$\sqrt{612 \times 1530}$ sous la forme $m\sqrt{n}$ avec m et n entiers

Solution : $612 = 2^2 \times 3^2 \times 17$ et $1530 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \times 17$

$PGCD(1530; 612) = 2^1 \times 3^2 \times 17 = 153$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 17} = \frac{5}{2}$

Méthode 1 : $\frac{612}{1530} = \frac{612 \div 153}{1530 \div 153} = \frac{5}{2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2^1 \times 3^2 \times 5 \times 2^2 \times 3^2 \times 17^2}$

$\sqrt{612 \times 1530} = \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{17^2}$

$\sqrt{ab} = \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{5} \times 2 \times 3 \times 17 = 306 \times \sqrt{10}$

Exercice4: déterminer le plus grand diviseur commun de x et y dans chaque cas :

- 1) $x=75$ et $y= 325$.
- 2) $x=330$ et $y= 420$.
- 3) $x=214$ et $y= 816$.
- 4) $x=575$ et $y= 1275$.
- 5) $x=132$ et $y= 666$.

Exercice5: déterminer le plus petit multiple commun de x et y dans chaque cas :

- 6) $x=75$ et $y= 325$.
- 7) $x=330$ et $y= 420$.
- 8) $x=214$ et $y= 816$.
- 9) $x=575$ et $y= 1275$.
- 10) $x=132$ et $y= 666$.

Exercice6:

- Est-ce que 111111 est un nombre premier ? justifier votre réponse ?
- Montrer que 1000000001 ; $3^{20} - 1$ et 123456^3 ne sont pas des nombres premiers.
- Montrer que $499999^2 + 999999$ est divisible par 25.

Exercice7: déterminer les nombres pairs et les nombres

impairs : $2^2 + 1$; $15^2 \times 9^2$; $15^2 - 13^2$; 642×97681 ;

$(41^2 + 765^2)^7$; 2176543×34569820 ; $97^3 \times 97^2$; $2n + 8$;

$4n^2 + 1$; $n(n+1)$

$3n^2 + n$; $n + (n+1) + (n+2)$; $5n^2 + 5n + 1$; $8n^2 + 8n + 1$ ($n+1$)($n+2$)($n+3$) ; $2n^2 + 4n + 7$; $20122n + 20092$; $(2n+5)(2n+6)n(n+3)$; $1 + (n+1)^2 + (n+2)^2$; $n^2 - 3n + 4$; $n^2 + 3n + 4$

Exercice8 : Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

- 1) Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ?
- 2) Préciser le nombre de déplacement par laps de temps

Dans les exercices, n est un entier naturel

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

