Série N°11 : Arithmétique dans IN (la correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : 1) Déterminer le chiffre x pour que le nombre $\mathbf{53x2}$ Soit divisible par 9.
2) Déterminer le chiffre y pour que le nombre $\mathbf{534y}$ soit divisible à la fois par 2 et 9

Exercice2 : Soit a un entier naturel. On dit que a est un nombre parfait, si a est égal à la somme de ses diviseurs sauf a.
Exemple : les diviseurs de 6 sont : 1 ;2 ;3 ;6 et on a :1+2+3=6. Donc 6 est un nombre parfait.
1) Déterminer le seul nombre parfait compris entre 25 et 30.
2) a) Montrer que 496 et 8128 sont des nombres parfaits.
b) Vérifier que les nombres 496 et 8128 s'écrivent sous la forme $\mathbf{2^{p-1}(2^p-1)}$ avec p un nombre premier

Exercice3 : On pose que : $a=2160 \;\; et \;\; b=4860$
1) Décomposer en produit de facteurs premiers les deux nombres $a \;\; et \;\; b$.
2) En déduire $PGCD(a;b) \; et \; PPCM(a;b)$.
3) Simplifier $\sqrt{a} \; et \; \sqrt{b}$.
4) Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants $a^3 \times b^2$ et $a^2 \times b^3$
5) Montrer que $\sqrt{a \times b}$ est un entier naturel.
6) Écrire le nombre $\frac{a}{b}$ sous forme de fraction irréductibles.

Exercice 4 :
Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$
1) $8n+4$ 2) $14n+9$ 3) $A=n^2+5n+3$
4) n^2+4n+8 5) $C=n^3-n+20$
6) $D=(2n+1)^2+2n+1$ 7) $E=3n^2+n$
8) $F=n^2+11n+30$ 9) $G=n^2+3n+1$
10) n^2+3n+2

Exercice5: 1) Déterminer les nombres premiers parmi les nombres suivants :
210 ; 111 ; 333 ;543 ;741 ;2005 ;97 ;117 ;51.
2) On dit que deux entiers sont premiers entre eux si leurs $PGCD$ est 1
Soit $n \in \mathbb{N}$; Montrer que les nombres $2n+1$ et $2n$ sont premiers entre eux.

Exercice6 : Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose :
$a=7^{n+2}-7^n$ et $b=3\times 7^{n+1}+5\times 7^n$
1) Montrer que : a est un multiple de 3 et que b un multiple de 13
2) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres a et b
3) En déduire $PGCD(a;b) \; et \; PPCM(a;b)$.

Exercice 7 : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$;
1) Montrer que si a est un nombre pair et b un multiple de 3 alors $3a+2b$ est un multiple du 6
2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $n(n+1)(n+2)(n+3)$ est un multiple de 4.
b) Existe-t-il un entier naturel $n \in \mathbb{N}$ tel que : $n(n+1)(n+2)(n+3)=2022$

Exercice8 : 1) a) Développer et réduire $(n+1)^2-n^2$ où n un entier naturel.
b) En déduire que tout entier naturel impair est la différence des carrés deux entiers naturels Successives.
2) Appliquer le résultat précédent aux nombres 39 et 31.

Exercice9 : On pose $a=2n+4 \; et \; b=6n+11$; $tel \; que \; n \in \mathbb{N}$.
1) Étudier la parité des nombres $a \; et \; b$.
2) En déduire une simplification pour le nombre :
C = $(2n+4)(-1)^a+(6n+11)(-1)^b$
3) Montrer que le nombre $a^2+(b+1)^2$ est un multiple de 40.

Exercice10 : Soit n est un nombre entier naturel impair
1)a) Montrer que n^2-1 est divisible par 8
b) En déduire que :16 divise n^4-1
2) n est entier naturel tel que $n\geq 4$ et $n-4$ est un multiple de 5.
Montrer que le nombre n^2-1 est un multiple de 5.

Exercice11 : Soit $n\geq 2$ un entier naturel :
1) Montrer que : $n^4+64=(n^2+8)^2-(4n)^2$
2) Déduire que le nombre n^4+64 n'est pas un nombre premier pour tout $n\geq 2$ entier naturel

Exercice12 : Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur.
Il a reçu la consigne suivante :
« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »
1) Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
2) Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.
3)On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
3) a) Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
3) b) Combien y aura-t-il de carrés par plaques ?