

Exercice 1(*) : VRAI ou FAUX ?

- ♣ Si un nombre est divisible par 2 alors il est aussi divisible par 6.
- ♣ Si un nombre est divisible par 6 alors il est aussi divisible par 2.
- ♣ Un nombre est divisible par 5 et par 2 est nécessairement divisible par 10.
- ♣ Un nombre est divisible par 9 et par 4 est nécessairement divisible par 6.
- ♣ Le nombre 1111111123 est divisible par 3

Exercice 2 : (*) Déterminer les chiffres x et y pour que :

- 1) Le nombre : $M = 95x2x31x$ soit divisible par 3 et aussi un nombre impair. (Déterminer tous les nombres possibles)
- 2) Le nombre : $N = 12x34y6$ soit multiple de 4 et de 9 (Déterminer tous les nombres possibles)

Exercice 3 : (*) 1) Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants et préciser s'il s'agit d'un nombre premier : 104 ; 3196 ; 1156 ; 863 et 189.

2) En déduire le : PGCD et le PPCM des nombres 3196 et 1156

3) Quel est le plus petit nombre par lequel il faut multiplier 104 pour obtenir un carré parfait ?

4) Rendre la fraction $\frac{3196}{1156}$ irréductible 5) Calculer $\frac{41}{3196} + \frac{21}{1156}$

Exercice 4 : 1) Déterminer la parité des nombres suivants : $A = 5^{2021} + 6^{2022}$; $B = 2n^2 + 6n + 120$; $C = 4n^2 + 2n + 5$; $D = (n+3)(n+4) + 2023$; $E = (n+2021) + (n+2022)$; $F = 5n^2 + n$.

2) a ; b et c trois nombres consécutifs déterminer la parité de : $a+b+c$ et $a \times c$

Exercice 5 : Soit n et k deux entiers naturels.

- 1) Montrer que si $n = 5k + 2$ alors $n^2 + 1$ est divisible par 5.
- 2) Montrer que la somme de cinq nombres entiers consécutifs est un multiple de 5.
- 3) Montrer que la somme de trois nombres pairs consécutifs est un multiple de 6.
- 4) Montrer que la somme de trois nombres impairs consécutifs est un multiple de 3.
- 5) n , m et k trois entiers naturels, montrer que si $3n + 2m$ et $7n + 5m$ sont deux multiples de k alors n est multiple de k

Exercice 6 : 1) Sans calculer les nombres suivants sont-ils premiers ?

$$A = 49 \times 13 + 7 ; B = 5 \times 2 \times 23 + 2022 ; C = 11 \times 45 + 44$$

2) a) 19^2 est-il premier ? b) 317 est-il premier ?

Exercice 7 : Soit $n \in \mathbb{N}$ on pose : $A = 5^{n+2} - 5^n$; $B = 3^{n+3} + 3^n$

- 1) Décomposer A en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 6
- 2) Décomposer B en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 14
- 3) En déduire $A \wedge B$ et $A \vee B$

Exercice 8 : (***) Soient : x ; y ; a et b des entiers naturels et soit $d \in \mathbb{N}$

1) Montrer que : si d divise x et d divise y alors d divise $ax + by$ et d divise $ax - by$ ($ax > by$)

2) On pose : $x = 5n + 3$ et $y = 7n - 1$ avec $n \in \mathbb{N}$

Montrer que : tout diviseur de x et y est un diviseur de 26.

Exercice 9 : (***) Soient : $n \in \mathbb{N}$ et $m \in \mathbb{N}$ et on pose : $N = (n + 4m)^2 - n^2$

Montrer que : N est un entier naturel divisible par 8

Exercice 10 : (***) Soit $n \in \mathbb{N}^*$

1) Montrer que : $n^2 + 3n + 4$ et $n^2 - 3n + 4$ sont des nombres pairs.

2) Montrer que : le nombre $n^4 - n^2 + 16$ est un multiple de 4

Exercice 11 : (***) :

Déterminer tous les couples (x, y) de nombres entiers naturels qui vérifient la relation : $x^2 - y^2 = 51$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

