Tronc commun Sciences BIOF

Série N°1 : Arithmétique dans IN (la correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : ∈ ; ∉ ; ⊂ ; ⊄

$-4 \ldots \mathbb{N}$; $\frac{2}{3} \ldots \mathbb{N}$; $\sqrt{2} \ldots \mathbb{N}$; $\frac{8}{2} \ldots \mathbb{N}$; $-\frac{15}{3} \ldots \mathbb{N}$; $12-32 \ldots \mathbb{N}$; $\sqrt{25} \ldots \mathbb{N}$; $2{,}12 \ldots \mathbb{N}$; $0 \ldots \mathbb{N}^*$; $-\frac{\sqrt{100}}{3} \ldots \mathbb{N}$

$\pi \ldots \mathbb{N}$; $\{1;2;7\} \ldots \mathbb{N}$; $\{4;-2;12\} \ldots \mathbb{N}$; $\mathbb{N}^* \ldots \mathbb{N}$; $\{0\} \ldots \mathbb{N}$; $10 \ldots \{1;8;9;11;12\}$; $5 \ldots \ldots \varnothing$

Exercice2 : 1) Déterminer les multiples de 9 comprises entre : 23 et 59
2) Déterminer les diviseurs de 56
3) Existe-t-il un nombre multiple de 12 et diviseur de 80

Exercice3 : 1) a) Décomposer en produit de facteurs premiers l'entier 72
b) Déterminer le nombre de diviseurs de 72.
c) Déterminer les diviseurs de 72
2) a) Décomposer en produit de facteurs premiers l'entier 60
b) Déterminer le nombre de diviseurs de 60.
c) Déterminer les diviseurs de 60
3) a) Déterminer tous les diviseurs communs à 72 et 60
b) Déterminer le : PGCD (72 ; 60)
4) a) Déterminer trois multiples communs à 72 et 60
b) Déterminer le : PPCM (72 ; 60)

Exercice4 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$

1) $375^2 + 648^2$ 2) $\left(25^3 + 24^3\right)^7$ 3) $2n+16$ 4) $10n+5$ 5) $n^2 + 11n + 17$ 6) $n^2 + 7n + 20$
7) $n^2 + 13n + 17$ 8) $5n^2 + 7n + 4$.

Exercice5 : Soit n est un nombre entier naturel impair
1) Vérifier que : $n^2 - 1$ est un multiple de 8 dans cas suivants : $n=1$; $n=3$; $n=5$; $n=7$
2) Montrer que : $n^2 - 1$ est un multiple de 4
3) Montrer que : $n^2 - 1$ est un multiple de 8
4) En déduire que : $n^4 - 1$ est un multiple de 16
5) Montrer que si n et m sont impairs alors : $n^2 + m^2 + 6$ est un multiple de 8

Exercice6 : Soient : $n \in \mathbb{N}^*$ tel que : $n-1$ soit un multiple de 3.
Montrer que : $n^2 - 1$ est un entier naturel multiple de 3.

Correction : On a : $n-1$ soit un multiple de 3
Donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que : $n-1=3k$ c'est-à-dire : $n=3k+1$
Donc : $n^2 - 1 = (3k+1)^2 - 1 = 9k^2 + 6k + 1 - 1 = 9k^2 + 6k$ $n^2 - 1 = 3\left(3k^2 + 2k\right) = 3k'$ avec : $k' = 3k^2 + 2k \in \mathbb{N}$
Par suite : $n^2 - 1$ est un entier naturel multiple de 3

Exercice7 : Est-ce que les nombres suivants sont premiers ? Justifier votre réponse.
0 ; 17 ; 21 ; 41 ; 87 ; 105 ; 239 ; 2787 ; 191 ;1004001 et 259

Exercice8 : Soit $n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 4$ on pose : $A = 7^{n+2} - 7^n$; $B = 2^{n+3} + 2^n$
1) Décomposer A en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 12
2) Décomposer B en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 9
3) En déduire $A \wedge B$ et $A \vee B$

Exercice9 : Déterminer tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation :
$x^2 - y^2 = 17$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien