Tronc commun Sciences BIOF

Série N°15 : Arithmétique dans IN

Exercice1 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$ 1) $4n+300$ 2) $14n+111$
3) $2^{n+1}+15$ 4) n^2+5n+3 5) $n(n+1)(n^2+5n+3)$

Exercice2 :
On pose : $x=2n+4$ et $y=6n+11$; $n \in \mathbb{N}$
1)Déterminer la parité de x et y
2) Simplifier le nombre : $(6n+11)(-1)^x-(2n+4)(-1)^y$
3) Montrer que : $x^2+(y+1)^2$ est un multiple de 40
4) On pose : $a=19\times 7^{2n}-7^{2n+1}$; $b=2\times 3^{2n+3}+9\times 3^{2n}$
Montrer que : a est un multiple de 3 et que 7 divise b

Exercice03 : 1) Déterminer le chiffre a pour que le nombre : $5a74$ Soit divisible par 3
2) Déterminer le chiffre b pour que le nombre : $532b$ soit divisible a la fois par 2 et 9
2) Déterminer le chiffre c pour que le nombre : $921c$ soit divisible par 3 et non pas par : 9
2) Déterminer le chiffre d pour que le nombre : $d15d$ soit divisible par 2 ; 3 ; 4 et 9

Exercice04 : Parmi les nombres suivants déterminer ceux qui sont premiers ? Justifier votre réponse.
101 ; 239 ; 387 ; 700107

Exercice05 : 1) Déterminer tous les diviseurs de 12
2)Déterminer tous les nombres entiers naturels x et y qui vérifient la relation : $(x+3)(y+2)=12$
3)Déterminer tous les couples $(x;y)$de nombres entiers naturels qui vérifient la relation : $xy+3x+y=12$
4)Déterminer tous les couples $(a;b)$de nombres entiers naturels qui vérifient la relation : $ab+a-3b=24$

Exercice06 : Soient : $n \in \mathbb{N}$
1) a) Montrer que : n^2+3n+4 et n^2-3n+4 sont des nombres pairs.
b) Montrer que :
le nombre n^4-n^2+16 est un multiple de 4
2)Montrer que : si $n+1$ soit un multiple de 4 alors n^2+3 est un multiple de 4
3)Montrer que : si $n-4$ soit un multiple de 5 et $n\geq 4$ alors n^2-1 est un multiple de 5
4) Soit $n \in \mathbb{N}$ et n impair
a) Etudier la parité de n^2-1 et n^2+1
b) Montrer que :8 divise n^2-1
c) Déduire que :16 divise n^4-1

Exercice07 : 1) Décomposer les nombres 156 ; 495 ; 2160 ; 4860 en produit de facteurs premiers.
2) En déduire $p\gcd(2160;4860)$ et $p\gcd(156;495)$; $ppcm(2160;4860)$; $ppcm(156;495)$
3) Simplifier : $\sqrt{2160}$; $\sqrt{4860}$ et $\frac{2160}{4860}$
4) Montrer que : $\sqrt{2160\times 4860} \in \mathbb{N}$

Exercice08 : Soient : $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$
Tel que : $a=4680$ et $a=5940$
1) Décomposer les nombres a et b en produit de facteurs premiers.
2) En déduire la décomposition de : $a^2\times b^3$
3) Déterminer le $PGCD(a;b)$ et $PPCM(a;b)$
4) Vérifier que le : $PGCD(a;b)\times PPCM(a;b)=a\times b$
5) Déterminer le plus petit entier naturel n non nul pour que $n\times a$ soit un carré parfait
6) Déterminer le plus petit entier naturel m non nul pour que $m\times b$ soit un cube d'un entier naturel

Exercice09 : Soit $n \in \mathbb{N}$: On pose :
$a=5^{n+2}-5^n$ et $b=7\times 5^n+5^{n+1}$
1) Montrer que : le nombre a est un multiple de 3 et que 12 divise b
2) Décomposer les nombres a et b en fonction de n en produit de facteurs premiers.
3) En déduire : $PGCD(a;b)$ et $PPCM(a;b)$ en fonction de n

Exercice10 : Soit $n \in \mathbb{N}$ un nombre premier supérieur ou égal à 3. On pose : $x=\frac{n+1}{2}$ et $y=\frac{n-1}{2}$
1) Vérifier que x et y sont des entiers naturels
2) Calculer que x^2-y^2 en fonction de n
3) Déduire que : tout nombre premier supérieur ou égal à 3 peut s'écrire comme la différence des carrés de deux nombres entiers naturels consécutifs
4) Déterminer cette différence dans le cas ou $n=41$.

Exercice11 : Soit $n \in \mathbb{N}$
1) Montrer que : $(n^3+3n^2+n)(n^3+3n^2+n+2)+1$ est un carré parfait
2) Déterminer un entier naturel n composé de deux chiffres tel que : $\sqrt{n+\sqrt{n+7}} \in \mathbb{N}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.