http://www.xriadiat.com **DL6 /K** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°6 sur les leçons suivantes :

- ✓ **Les Transformations du plan**
- ✓ **PRODUIT SCALAIRE**
- ✓ **Géométrie dans l'espace**

La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/

Exercice01 : Soit ABC un triangle

On associe à chaque point M du segment $[BC]$ Le point M' tel que M le milieu du segment $[AM']$

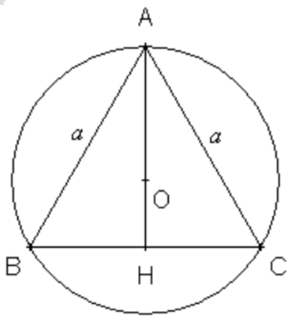
1) Montrer qu'il existe une homothétie h tel que : $h(M)=M'$ pour tous point du segment $[BC]$

2) En déduire l'ensemble (E) des points M' lorsque M varie sur le segment $[BC]$

Exercice02 : Soit un triangle équilatéral ABC de côté a et H est le projeté orthogonal de A sur (BC) et O le centre du cercle circonscrit à ABC.

Exprimer en fonction de a les produits scalaires suivants :

a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}$ c) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$ d) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$



Exercice03 : On considère un rectangle $ABCD$ tel que : $AB=4$ et $AD=3$

Et soit E un point tel que : $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) a) Calculer : $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$ b) En déduire : $\|\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\|$

2) Calculer : $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}$

3) a) Calculer : $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{ED}$ b) En déduire : $\cos\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)$

c) En utilisant la calculatrice : déduire une mesure de l'angle : $\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)$

Exercice04 : Soit ABC un triangle tel que et $AB=3$ et $BC=4\sqrt{3}$ et $ABC=\frac{\pi}{6}$

I le milieu du segment $[BC]$

1) Calculer AC .

2) Montrer que $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=18$

3) Montrer que $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4) Calculer : $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AB}$ et en déduire la nature du triangle AIB

Exercice05 : Soit ABC un triangle isocèle en A tel que : $\cos(B\hat{A}C)=\frac{1}{4}$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=16$.

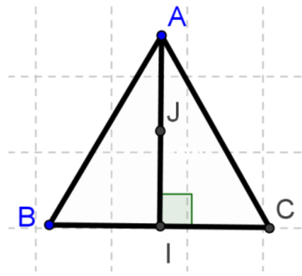
I un point tel que : $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ et J le milieu du segment $[BC]$ et soit la droite (Δ) qui passe par I et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que : $E\in(\Delta)$

1) Construire une figure.

2) Montrer que : $AB=8$ et calculer BC .

3) Calculer : $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BA}$ 4) Montrer que : $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AB}=48$ 5) Calculer : AJ

Exercice06 : Soit ABC un triangle équilatéral tel que : $AB = 3cm$
I le milieu du segment $[BC]$ et J le milieu du segment $[AI]$



1) Calculer : $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{JC}$ et la distance AI
2) Montrer que : pour tout point M du plan on a :

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MJ^2 + \frac{45}{4}$$

3) Déterminer : l'ensemble (C) des points M du plan tel que :

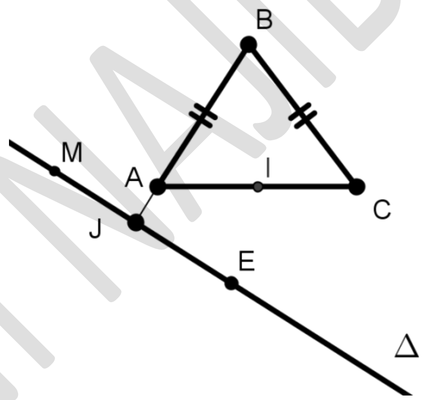
$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 18$$

Exercice07 : Soit ABC un triangle isocèle en B tel que : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$ et $\cos(A\hat{B}C) = \frac{1}{3}$ et J un point tel que : $\overrightarrow{BJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BA}$ et I le milieu du segment $[AC]$

et soit la droite (Δ) qui passe par J

et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que :

$E \in (\Delta)$ et soit $M \in (\Delta)$



1) Montrer que : $AB = 6$ et calculer AC
2) Calculer : $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BA}$
3) Montrer que : $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AB} = 45$
4) Calculer : BI

Exercice08 : Soit ABC un triangle tel que $AB = 1$ Et $BC = AC = \sqrt{2}$
I Le milieu du segment $[AB]$ et D un point tel que : $\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

1) Calculer CI
2) Calculer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$
4) En déduire que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$

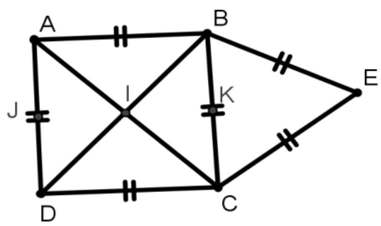
Et en déduire $\cos BAC$.

5) Calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ et en déduire la nature du triangle BAD
6) Soit le point M tel que : $-3\overrightarrow{MA} + 7\overrightarrow{MC} = \vec{0}$
a) Calculer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et calculer $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$
b) Montrer que $(MD) \perp (AC)$

Exercice09 : Soit $ABCD$ un quadrilatère tel que : $AB = AD$ et $CD = CB$
1) Montrer que : les deux droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires
2) En déduire que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}$
3) Nous prenons dans cette question : $AB = AD = 3cm$ et $(\overline{BAD}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

a) Calculer : BD b) En déduire $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Exercice10 : Soit $ABCD$ un carré de centre I et a la longueur de son côté ; on construit à l'extérieur un triangle équilatérale BCE
(Voir figure)
1) Soit J le milieu du segment $[AD]$ et K le milieu du segment $[BC]$
Calculer $\overrightarrow{IJ} \bullet \overrightarrow{IC}$ en fonction de a



2) a) Montrer que : $\overrightarrow{IB}\cdot\overrightarrow{IE}=\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

b) En déduire que : $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BE}=\left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

3) En utilisant les résultats de la question

Montrer que $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

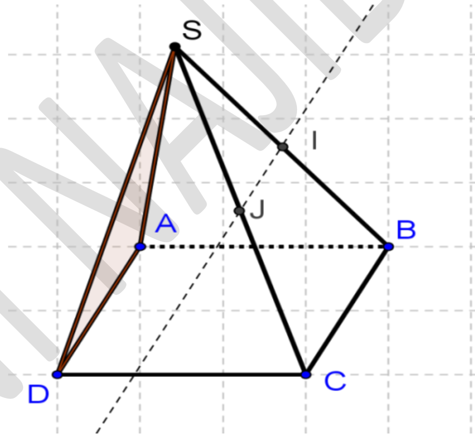
Et en déduire : $\sin\dfrac{7\pi}{12}$ et $\tan\dfrac{7\pi}{12}$

Exercice 11 : $SABCD$ une pyramide sa base est un parallélogramme $ABCD$

Soient I et J les milieux respectifs des segments $[SB]$ et $[SC]$

1) Montrer que : $(AD)\parallel(IJ)$

2) Montrer que : $(IJ)\parallel(ADS)$

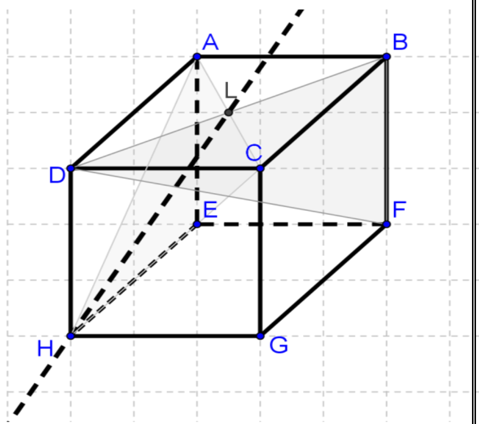


Exercice 12 : Soit $ABCDEFGH$ un cube de l'espace

1) Déterminer et représenter la droite (Δ) d'intersection des plans (ACH) et (BDF)

2) Soient I et J les centres des carrés $EFGH$ et $ABFE$ respectivement

Déterminer la droite (Δ') d'intersection des plans (IJE) et (ADH)



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien