http://www.xriadiat.com **DL6 /H** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°6 sur les leçons suivantes :

- ✓ **Les Transformations du plan**
- ✓ **PRODUIT SCALAIRE**
- ✓ **Géométrie dans l'espace**

Exercice01 : A , B , C et D sont quatre points du plan tels que : $\overrightarrow{CD}=4\overrightarrow{AB}$

S_O est une symétrie centrale de centre O

S_O Transforme respectivement les points : A , B , C et D en A' , B' ; C' et D'

Montrer que : $\overrightarrow{C'D'}=4\overrightarrow{A'B'}$

Solution : $S_O(A)=A'$ et $S_O(B)=B'$ impliquent : $\overrightarrow{AO}=-\overrightarrow{A'O}$ et $-\overrightarrow{OB'}=\overrightarrow{OB}$

Donc : $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{A'O}-\overrightarrow{OB'}=-\left(\overrightarrow{A'O}+\overrightarrow{OB'}\right)$

Donc : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{A'B'}$ (1)

De même : $S_O(C)=C'$ et $S_O(D)=D'$ impliquent : $\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{C'D'}$ (2)

Or : $\overrightarrow{CD}=4\overrightarrow{AB}$ donc : $-\overrightarrow{C'D'}=4\left(-\overrightarrow{A'B'}\right)$ d'après (1) et (2) Par conséquent : $\overrightarrow{C'D'}=4\overrightarrow{A'B'}$

De façon général on dit que la symétrie centrale conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

Exercice02 : Soit $ABCD$ un quadrilatère tel que : B est l'image du point A par la translation de vecteur $\vec{v}$ et D est l'image du point C par la translation de vecteur $2\vec{v}$

1) Montrer que : $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

2) Soit O le milieu du segment $[CD]$

Montrer que : $ABOC$ est un parallélogramme

Solution : 1) On a : $t_{\vec{v}}(A)=B$ signifie que : $\overrightarrow{AB}=\vec{v}$

Et on a : $t_{2\vec{v}}(C)=D$ signifie que : $\overrightarrow{CD}=2\vec{v}$

Donc : $\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{AB}$ qui signifie que : $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

2) Montrons que : $ABOC$ est un parallélogramme

On a: O le milieu du segment $[CD]$ donc : $\overrightarrow{CO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ et puisque : $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

Alors : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CO}$ par suite : $ABOC$ est un parallélogramme

Exercice03 : Soient deux points fixes différents A et B du plan.

Soit f une transformation du plan qui transforme chaque point M en M' tel que :

$$7\overrightarrow{MB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{M'M}-7\overrightarrow{MB}=\vec{0}$$

Montrer que f est une translation et Trouver son vecteur

Solution : Pour chaque point M du plan nous avons :

$f(M)=M'$ Équivaut à : $7\overrightarrow{MB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{M'M}-7\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

Équivaut à : $\frac{2}{3}\overrightarrow{M'M}+7\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=\vec{0}$

Équivaut à : $\frac{2}{3}\overrightarrow{M'M}+7\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

Équivaut à : $\overrightarrow{MM'}=\frac{21}{2}\overrightarrow{BA}$

Équivaut à : $t_{\frac{21}{2}\overrightarrow{BA}}(M)=M'$ Cela veut dire que : f est une translation de vecteur $\frac{21}{2}\overrightarrow{BA}$

Exercice04 : ABC un triangle et D un point tel que : $\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et I est le point d'intersection des droites (BD) et (AC) (Voir la figure)

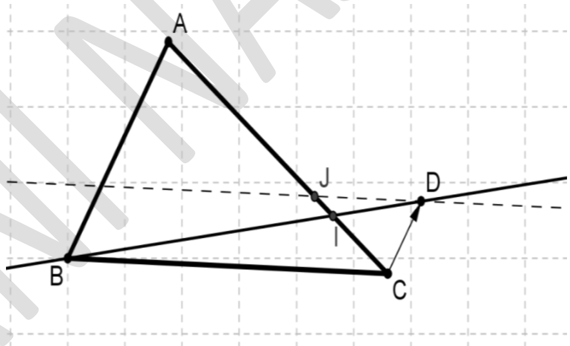
On considère l'homothétie h de centre I qui transforme le point A en C.

1) a) Déterminer l'image du point B par l'homothétie h

b) En déduire le rapport k de l'homothétie h

2) La droite qui passe par D et parallèle a (BC) coupe la droite (AI) en J

Montrer que $h(C)=J$



Solution : 1) a) On a : I qui transforme le point A en C

Et on a : $h((BI))=(BI)$ car $I\in(BI)$ et I est le centre l'homothétie h

On a aussi : $h(A)=C$ et on sait que L'image d'une droite par une homothétie est une droite qui lui est parallèle donc L'image de la droite (AB) est la droite qui passe par l'image de A qui est C et parallèle a (AB) donc : $h((AB))=(CD)$

On a : $B\in(BI)\cap(AB)$ donc : $h(B)\in h((BI))\cap h((AB))$ c'est-à-dire : $h(B)\in(BI)\cap(CD)$

Et puisque : $(BI)\cap(CD)=\{D\}$ alors : $h(B)=D$

b) Déduction du rapport k de l'homothétie h ?

On a $\begin{cases} h(A)=C \\ h(B)=D \end{cases}$ donc d'après la propriété caractéristique de l'homothétie on a : $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$

Et puisque : $\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ donc $k=-\frac{1}{4}$

2) on a : $h((CI))=(CI)$ car $I\in(CI)$ et I est le centre l'homothétie h

On a aussi : $h(B)=D$ donc L'image de la droite (BC) est la droite qui passe Par l'image de B qui est D et parallèle a (BC) donc : $h((BC))=(DJ)$

On a : $C\in(BC)\cap(CI)$ donc : $h(C)\in h((BC))\cap h((CI))$ c'est-à-dire : $h(C)\in(DJ)\cap(CI)$

Et puisque : $(DJ)\cap(CI)=\{J\}$ alors : $h(C)=J$

Exercice05 : (C) un cercle de centre I et de rayon $R=1{,}5cm$.

Soit h l'homothétie de centre I et de rapport $k=2$

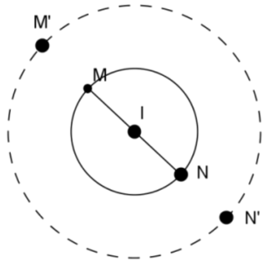
M , N sont deux points de (C) diamétralement opposés. M' et N' sont leurs images par h

1) Faite une figure et monter que : $\overrightarrow{M'M}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$.

2) Monter que : $\overrightarrow{N'M}=\frac{3}{2}\overrightarrow{NM}$.

3) Quelle est l'image du cercle (C) par l'homothétie h

Solution :1) La figure :



Montrons que : $\overrightarrow{M'M} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$?

$h(M) = M'$ Equivaut à : $\overrightarrow{IM'} = 2\overrightarrow{IM}$

D'autre part : $\overrightarrow{M'M} = \overrightarrow{M'I} + \overrightarrow{IM}$ (relation de Chasles)

Donc ; $\overrightarrow{M'M} = -\overrightarrow{IM'} + \overrightarrow{IM}$

Donc ; $\overrightarrow{M'M} = -2\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IM}$

Donc ; $\overrightarrow{M'M} = -\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{MI}$ et puisque I le milieu du segment $[MN]$

D'où : $\overrightarrow{M'M} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$

3) Montrons que : $\overrightarrow{N'M} = \frac{3}{2}\overrightarrow{NM}$?

On a : $\overrightarrow{N'M} = \overrightarrow{N'M'} + \overrightarrow{M'M}$ (relation de Chasles)

Or on a : $\begin{cases} h(M) = M' \\ h(N) = N' \end{cases}$ donc $\overrightarrow{N'M'} = 2\overrightarrow{NM}$ d'après la propriété caractéristique de l'homothétie

Et on aussi : $\overrightarrow{M'M} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ donc : $\overrightarrow{N'M} = 2\overrightarrow{NM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{NM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{NM}$

4) puisque : $h(I) = I$ car c'est le centre de l'homothétie h

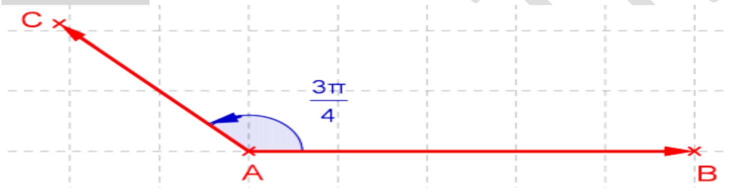
L'image du cercle (C) par l'homothétie h est le cercle (C') de centre I et de rayon :

$R' = 2 \times 1.5cm = 3cm$

Exercice06 : Soit ABC un triangle tel que : $\widehat{BAC} = \frac{3\pi}{4}$; $AB = 5$ et $AC = 3$

Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$

Solution :



$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \cos \widehat{BAC} = 5 \times 3 \times \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 15 \times \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -15 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$ Car : $\cos(\pi - x) = -\cos x$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -15 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

Exercice07 : Soit ABC un triangle tel que et $AB = 3$ et $BC = 4\sqrt{3}$ et $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{6}$

I le milieu du segment $[BC]$

1) Calculer AC

2) Montrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 18$

3) Montrer que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4) Calculer : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$ et en déduire la nature du triangle AIB

Solution : 1) Calculons AC

D'après le Théorème d'Al Kashi on a :

$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA \times BC \cos ABC$

$AC^2 = 9 + 48 - 24 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $AC^2 = 21$ par suite : $AC = \sqrt{21}$

b) Montrons que : $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 18$

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \times BC \times \cos ABC = 3 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$

3) Montrons que : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Nous avons : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$

Puisque I est le milieu du segment $[BC]$ nous obtenons : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4) Calculons $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

Donc : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = AB^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 9 - \frac{1}{2} \times 18 = 0$

On a : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ Nous en déduisons que la droite (AI) est perpendiculaire à la droite (AB)

Et par conséquent le triangle AIB est rectangle en A

Exercice08 : Soit $ABCD$ un parallélogramme et O le milieu du segment $[AB]$ et tel que :

$AD = 4$ et $CD = 6$ et $BAC = \frac{\pi}{3}$

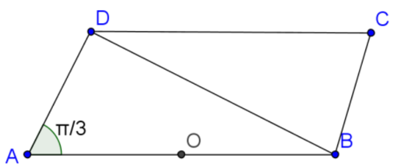
1) Calculer : BD et AC

2) Montrer que : pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MB^2 = 2MO^2 + \frac{1}{2}AB^2$

3) En déduire que : l'ensemble (C) des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = 24$

Solution : 1) Calcul de : BD

D'après le Théorème d'Al Kashi dans ABD nous obtenons :



$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \cos BAD$

$BD^2 = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 28$ car $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

D'où : $BD = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

Calcul de : AC

D'après le Théorème d'Al Kashi dans ADC nous obtenons :

$AC^2 = DA^2 + DC^2 - 2DA \times DC \cos ADC$

$AC^2 = 16 + 36 - 2 \times 4 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 76$ car $\cos ADC = \cos\frac{2\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

D'où : $AC = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$

2) Montrons que : pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MB^2 = 2MO^2 + \frac{1}{2}AB^2$

Puisque O le milieu du segment $[AB]$ donc : D'après le théorème de la médiane dans MAB on a :

$MA^2 + MB^2 = 2MO^2 + \frac{1}{2}AB^2$

3) Déterminons l'ensemble (C) des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = 24$

On a : $MA^2+MB^2=2MO^2+\frac{1}{2}AB^2$

Donc : $MA^2+MB^2=24$ Equivaut à : $2MO^2+\frac{1}{2}AB^2=24$

Equivaut à : $2MO^2=24-\frac{1}{2}\times AB^2=6$ car $AB=CD=6$

Equivaut à : $MO^2=3$ c'est-à-dire : $OM=\sqrt{3}$

Par conséquent : l'ensemble (C) des points M du plan tel que : $MA^2+MB^2=24$

Est le cercle de centre O et de rayon $R=\sqrt{3}$

Exercice09 : Soit $ABCD$ un carré de centre I et a la longueur de son côté ; on construit à l'extérieur un triangle équilatérale BCE (voir figure)

1) Soit J le milieu du segment $[AD]$ et K le milieu du segment $[BC]$

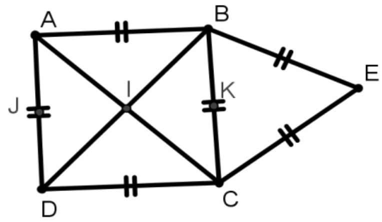
Calculer $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}$ en fonction de a

2) a) Montrer que : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

b) En déduire que : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE}=\left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

3) En utilisant les résultats de la question b) montrer que $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$:

Et en déduire : $\sin\frac{7\pi}{12}$ et $\tan\frac{7\pi}{12}$



Solution : 1) Calcul de $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}$ en fonction de a

On a : $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IJ}\bullet\left(\overrightarrow{IK}+\overrightarrow{KC}\right)$ donc : $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IK}+\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{KC}$

Et puisque : $(IJ)\perp(KC)$ alors : $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{KC}=0$

Et puisque : I le milieu de $[JK]$ alors : $\overrightarrow{IK}=-\overrightarrow{IJ}$

Donc : $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IJ}\bullet\left(-\overrightarrow{IJ}\right)=-\overrightarrow{IJ}^2=-IJ^2$

Donc : $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}=-\frac{a^2}{4}$ car $IJ=\frac{a}{2}$

2) a) Montrons que : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

• Montrons d'abord que les points : I ; K et E sont alignés ?

On a : $EC=EB$ et $IC=IB$ car $ABCD$ un carré

Et on a : $KC=KB$ car K le milieu du segment $[BC]$

Donc : les points : I ; K et E appartiennent à la médiatrice du segment $[BC]$

Donc : I ; K et E sont alignés

• On a : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=\left(\overrightarrow{IK}+\overrightarrow{KB}\right)\bullet\overrightarrow{IE}$ donc : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{IK}\bullet\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{KB}\bullet\overrightarrow{IE}$

Et puisque : $(KB)\perp(IE)$ alors : $\overrightarrow{KB}\bullet\overrightarrow{IE}=0$

Donc : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{IK}\bullet\overrightarrow{IE}$

Donc : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=IK\times IE\cos\left(\overrightarrow{IK};\overrightarrow{IE}\right)$

Donc : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE} = IK \times IE\cos(0) = IK \times IE$ car $\cos(0)=1$

Or on a : $IK = \frac{a}{2}$ et $IE = IK + KE = IK + \sqrt{CE^2 - CK^2}$

Donc : $IE = \frac{a}{2} + \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} + \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{(1+\sqrt{3})}{2}a$

Donc : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE} = \frac{(1+\sqrt{3})}{4}a \times a = \frac{(1+\sqrt{3})}{4}a^2$

b) déduction que : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

On a : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BI}\bullet\left(\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IE}\right)$ donc : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BI}^2 + \overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{IE} = BI^2 + \overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{IE}$

Donc : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = BI^2 - \overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}$

Donc : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = KI^2 + KB^2 - \overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}$ car $BI^2 = KI^2 + KB^2$ (le triangle IKB est rectangle en K) ($KI = KB = \frac{a}{2}$)

Donc : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = 2\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{(1+\sqrt{3})}{4}a^2 \; \frac{a}{2}$ et par suite : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

3) Montrons que : $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

On a : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = BI \times BE\cos\left(IBE\right)$ donc : $\cos\left(IBE\right) = \frac{\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE}}{BI \times BE}$

Et on a : $IBE = IBC + CBE = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{12}$ et on a $BI = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ et $BE = a$ et $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE} = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

Donc : $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}a^2} = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

Déduction de : $\sin\frac{7\pi}{12}$?

On a : $\sin^2\frac{7\pi}{12} + \cos^2\frac{7\pi}{12} = 1$ donc : $\sin^2\frac{7\pi}{12} = 1 - \cos^2\frac{7\pi}{12} = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)^2 = 1 - \frac{8-2\sqrt{12}}{16} = \frac{8+2\sqrt{12}}{16}$

Donc : $\sin^2\frac{7\pi}{12} = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2$ par suite : $\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ou $\sin\frac{7\pi}{12} = -\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

Or : $0 \prec \frac{7\pi}{12} \prec \pi$ donc : $\sin\frac{7\pi}{12} \geq 0$ et par suite : $\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

Calcul de : $\tan\frac{7\pi}{12}$?

$$\tan\frac{7\pi}{12} = \frac{\sin\frac{7\pi}{12}}{\cos\frac{7\pi}{12}} = \frac{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2}{\sqrt{2}^2-\sqrt{6}^2} = \frac{8+2\sqrt{12}}{-4} = -2-\sqrt{3}$$

Exercice10 : Soit $ABCD$ un rectangle de l'espace et Soit E un point de l'espace
Tel que : $(AE)\perp(ABC)$

Et Soient I ; J et K les milieux respectifs des Segments $[EB]$; $[AB]$ et $[DC]$

1) Faire une figure
2) Montrer que : $(JIK)\parallel(ADE)$ et que : $(IJ)\parallel(ADE)$
3) Montrer que : $(JK)\perp(ABE)$
4) Déterminer l'intersection des plans (ABE) et (AIK)

Solution : 1) La figure

2) Dans le triangle ABE on a I le milieu du segment $[EB]$ et J le milieu du segment $[AB]$

Donc : $(IJ)\parallel(AE)$

Et on a : $(AE)\subset(ADE)$ donc : $(IJ)\parallel(ADE)$ (1)

On a: K le milieu du segment $[DC]$

Donc : $(JK)\parallel(AD)\parallel(BC)$ et puisque $(AD)\subset(ADE)$ Alors : $(JK)\parallel(ADE)$ (2)

De : (1) et (2) en déduit que : $(JIK)\parallel(ADE)$

3) On a : $(AE)\perp(ABC)$ et $(JK)\subset(ABC)$ donc : $(AE)\perp(JK)$

Et on a : $(JK)\parallel(AD)$ et $(AD)\perp(AB)$ donc : $(JK)\parallel(AB)$

Donc : puisque (JK) est orthogonale a deux droites sécantes (AB) et (AE)

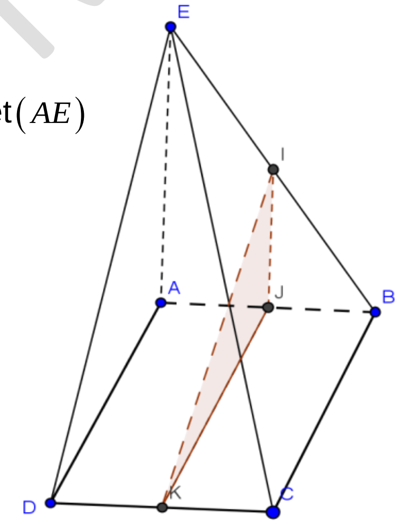
Contenues dans le plan (ABE) alors : $(JK)\perp(ABE)$

4) On a : $E\notin(ABC)$ car $(AIK)\neq(ABE)$

Et on a : $A\in(ABE)$ et $A\in(AIK)$ et $(EB)\subset(ABE)$

Donc : $I\in(ABE)$ car ($I\in(EB)$)

Et on sait que : $I\in(AIK)$ donc : $(AIK)\cap(ABE)=(AI)$



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien