

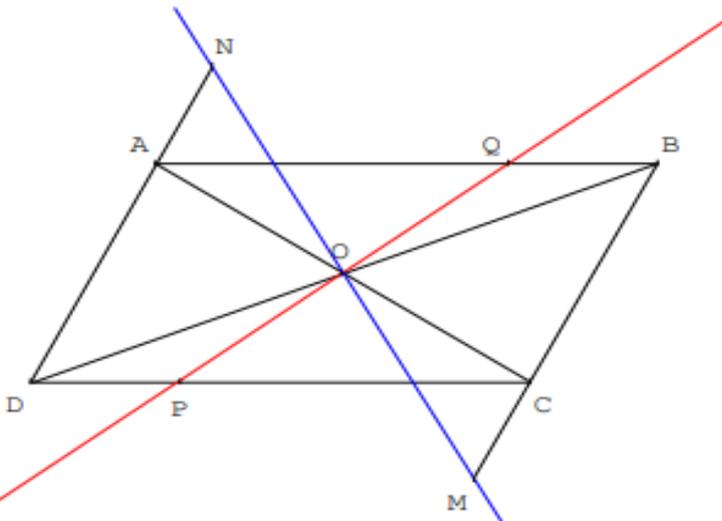
## Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°6 sur les leçons suivantes :

- ✓ Les Transformations du plan
- ✓ PRODUIT SCALAIRE
- ✓ Géométrie dans l'espace

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

**Exercice01 :**  $ABCD$  un parallélogramme de centre  $O$ .

Une droite  $(D)$  passant par  $O$  coupe les droites  $(DC)$  en  $P$  et  $(AB)$  en  $Q$ . Une droite  $(\Delta)$  passant par  $O$  coupe les droites  $(AD)$  en  $N$  et  $(BC)$  en  $M$



- 1) Quelles sont les images des points  $A, B, C, D$  par la symétrie de centre  $O$  ?
- 2) Quelles sont les images des droites  $(D), (BC)$  et  $(CD)$  par la symétrie de centre  $O$  ?
- 3) Démontrer que le quadrilatère  $MPNQ$  est un parallélogramme

**Exercice02 :**  $ABCD$  Un rectangle de centre  $O$  et  $S_{(BD)}$  est la Symétrie axiale d'axe  $(BD)$

Les points :  $A', C'$  les images respectives des points  $A, C$  par  $S_{(BD)}$

Montrer que :  $AA'CC'$  est aussi un rectangle

**Exercice03 :** On considère deux points  $A$  et  $B$  et une homothétie  $h$  qui transforme  $A$  en  $C$  et laisse invariant le point  $B$  de sorte que :  $\vec{CA} - 3\vec{AB} = \vec{0}$

Trouver le rapport  $k$  de cette homothétie

**Exercice04 :**  $ABC$  un triangle tel que :  $\vec{AC} = \frac{1}{4}\vec{AB}$  et  $m$  un paramètre réel

On considère une transformation  $T$  du plan qui transforme chaque point  $M$  en  $M'$  tel que :

$$\vec{MM'} = 3m\vec{MA} + \left(m + \frac{4}{3}\right)\vec{MB} - 4\left(m + \frac{1}{3}\right)\vec{MC}$$

- 1) Montrer que pour tout réel  $m$  on a  $T$  est une translation dont on déterminera son vecteur
- 2) Déterminer l'image de la droite  $(BC)$  par la translation  $T$  et en déduire l'image de la droite  $(AB)$  par  $T$

**Exercice05 :**  $ABC$  un triangle et  $I$  le milieu du segment  $[BC]$  soient les points  $B'$  et  $C'$  tels que :

$$\overrightarrow{AB'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AC'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \text{ et le point } J \text{ le milieu du segment } [B'C']$$

On considère l'homothétie  $h$  de centre  $A$  et de rapport  $k = \frac{2}{3}$

1) Montrer que :  $\overrightarrow{B'C'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

2) En utilisant l'homothétie, Montrer que les points  $J$  ;  $A$  et  $I$  sont alignés

**Exercice06 :** Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs tels que :  $\|\vec{u}\| = 6$  et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -9$  et  $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4\pi}{3}$

Déterminer :  $\|\vec{v}\|$

**Exercice07 :** Soit  $ABC$  un triangle tels que :  $AB = \sqrt{7}$  et  $AC = 8$  et  $BC = 2$

En appliquant la propriété suivante :

Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs alors on a :  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$  et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$

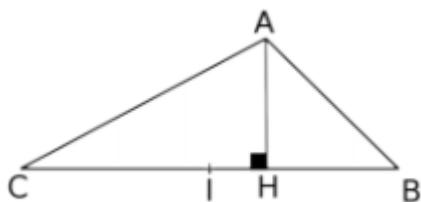
Calculer :  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

**Exercice08 :** Considérons un triangle  $ABC$  tels que :  $BAC = \frac{2\pi}{3}$  et  $AC = 2$  et  $AB = \sqrt{3} - 1$

1) a) Montrer que :  $BC = \sqrt{6}$

b) Montrer que :  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3 - \sqrt{3}$

2) Soit  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BC)$ .



Calculer :  $BH$

**Exercice09 :** Soit  $ABC$  un triangle tel que  $AB = 1$  Et  $BC = AC = \sqrt{2}$

$I$  Le milieu du segment  $[AB]$  et  $D$  un point tel que :  $\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$

1) Calculer  $CI$

2) Calculer  $\overrightarrow{AD}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$

3) Montrer que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$

4) En déduire que :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$  et en déduire  $\cos BAC$

5) Calculer :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$  et en déduire la nature du triangle  $BAD$

6) Soit le point  $M$  tel que :  $-3\overrightarrow{MA} + 7\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

a) Calculer  $\overrightarrow{AD}$  en fonction de  $\overrightarrow{AC}$  et calculer  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$

b) Montrer que  $(MD) \perp (AC)$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

