http://www.xriadiat.com **DL6/A** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°6 sur les leçons suivantes :

- ✓ Les Transformations du plan
- ✓ PRODUIT SCALAIRE
- ✓ Géométrie dans l'espace

La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/

Exercice01 : *Soient* trois points fixes A ; B et C du plan

Soit E un point du plan tel que : $\overrightarrow{EA}-\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}$

1) Montrer que : E est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

2)a) Faire une figure

b) Représenter le point : F est l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$

Et Montrer que : C est le milieu $[EF]$

Exercice02 : *Déterminer* dans les cas suivants le rapport k de l'homothétie h de centre A et qui transforme B en C

1) $3\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ 2) $\overrightarrow{CA}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ 3) $3\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$ 4) $\overrightarrow{BC}=-3\overrightarrow{AB}$

Exercice03 : *Soit* deux points A et B du plan et soit f une transformation du plan qui transforme chaque point M en M' tel que : $\overrightarrow{MM'}=3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}$

1) Déterminer le point Ω invariant par la transformation f

2) Déterminer la nature de la transformation f

Exercice04 : *Soit* ABC un triangle et soient les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ et $3\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{CF}=\vec{0}$

On considère l'homothétie h de centre A et de rapport $k=\frac{2}{5}$

1) Montrer que : $h(B)=E$ et $h(C)=F$

2) Faite une figure

3) Montrer que : $EF=\frac{2}{5}BC$

4) Montrer que : $(EF)\parallel(BC)$

Exercice05 : $ABCD$ un parallélogramme et I et J deux points tels que :

$\overrightarrow{CI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DC}$

1) Faite une figure

2) Monter que la droite (BJ) est l'image de la droite (AI) par la translation $t_{\overrightarrow{AB}}$ et que peut-on en déduire pour les droites (BJ) et (AI) ?

3) Soit l'homothétie h de centre I qui transforme le point B en C

a) Montrer que $h((AB))=(CD)$ b) Montrer que le rapport k de l'homothétie est $k=-2$

4) Soit le point K tel que : $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{AB}$

a) Montrer que $h(J)=K$ b) Montrer que : $AI=\frac{1}{2}CK$

Exercice06 : Soit $ABCD$ un trapèze tel que : $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AB}$ et tels que les points A et B sont fixes avec : $AB=2$ et les points C et D sont variables avec : $AD=3$ et E un point tel que : $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$

1) Déterminer l'ensemble (E) des points D

2) Déterminer l'ensemble (F) des points C lorsque D varie dans l'ensemble (E)

3) Représenter les ensemble (E) et (F)

Exercice07 : Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\|=2\sqrt{3}$ et $\|\vec{v}\|=\frac{1}{2}$ et $(\vec{u};\vec{v})=\frac{7\pi}{6}$

Calculer : $\vec{u}.\vec{v}$

Exercice08 : 1) Soit ABC un triangle tel que $AB=7$ et $AC=5$ et $BC=6$

a) Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$ et en déduire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) Soit H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) Calculer AH

2) Sachant que $\|\vec{u}\|=4$ et $\|\vec{v}\|=2$ et $\vec{u}.\vec{v}=-\frac{1}{2}$

a) Calculer : $A=(2\vec{u}-3\vec{v}).(\vec{u}+2\vec{v})$ et $B=\left(\frac{\vec{u}}{2}-\vec{v}\right).\left(\vec{u}+\frac{\vec{v}}{2}\right)$ $C=(\vec{u}-\vec{v})^2$ et $D=(2\vec{u}+3\vec{v})^2$

b) En déduire $E=\|\vec{u}-\vec{v}\|$ et $F=\|2\vec{u}+3\vec{v}\|$

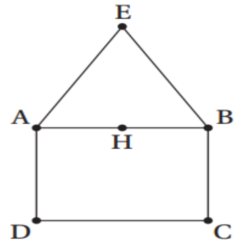
Exercice09 : Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs tels que : $AB=3$ et $AC=8$ et $BAC=\frac{\pi}{4}$

Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Exercice10 : Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle tel que AB = 4 et BC = 3, ABE est un triangle équilatéral, H est le milieu du segment [AB].

Calculer les produits scalaires suivants :

a) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CD}$ b) $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DH}$ c) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ d) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AE}$ e) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EC}$



Exercice11 : Soit ABC un triangle tel que : $AB=2\sqrt{7}$ et $AC=4$ et $BC=5$

En appliquant la propriété suivante :

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs alors on a : $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$ et $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)$

1)Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ 2) Calculer : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ 3) Calculer : $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

Exercice12 : Soit ABC un triangle tel que : AB = $\sqrt{7}$ et AC= 2 et BC= 3

I Le milieu du segment $[BC]$

1) a) Calculer : $\cos(B\hat{A}C)$

b) Montrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1$

c) Calculer AI

2) Soit M un point tel que : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

a) Calculer : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}$ b) Montrer que : $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

c) Que peut-on déduire des droites : (MB) et (AC) ?

Exercice13 : Soit ABC un triangle tel que : $a=BC=6$ et $A=30°$ et $B=73°$

Calculer b et c

Exercice14 : $ABCD$ un trapèze de diagonales $[AC]$ et $[BD]$ qui se coupent en I et soit S un point de l'espace qui n'appartient pas au plan (ABC) et tel que : $(SI)\perp(ABC)$

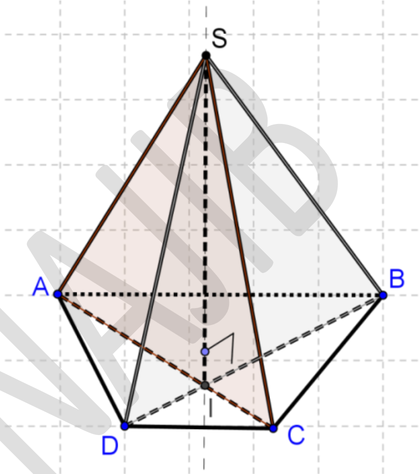
1) Déterminer l'intersection des plans (SAC) et (SBD) et l'intersection des plans (SAB) et (SDC)

2) Vérifier que $(SI)\perp(AB)$ et montrer que les plans (SAC) et (ABC) sont orthogonaux

3) On suppose que ABC est un triangle rectangle en B et que :

$SI=3$ et $BC=\frac{1}{4}$; $AB=2$ et $CD=3$

Calculer alors le volume de la pyramide $SABCD$



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien