

**Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°5 Sur les :
FONCTIONS - Généralités**

La correction voir : 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice 01 : Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que : $f(x) = |2x - 4|$

Exercice 02 : a) Déterminer D_f

b) Etudier la parité de la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$

2) Etudier la monotonie de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{-3}{x} + 1$ sur $I =]0; +\infty[$

Exercice 03 : 1) Montrer que : la fonction nulle est la seule fonction qui soit à la fois paire et impaire

2) Soit la fonction numérique définie sur \mathbb{R}

Montrer que : les fonctions suivantes :

$g : x \mapsto \frac{f(x) + f(-x)}{2}$ et $h : x \mapsto \frac{f(x) - f(-x)}{2}$ sont respectivement paire et impaire

3) En déduire que toute fonction définie sur \mathbb{R} est somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire

4) Soit la fonction numérique : $K(x) = -2x^5 + \frac{1}{3x}$

a) Etudier la parité de K

b) Montrer que la fonction : $M(x) = K(x) - 1$ est une fonction ni paire ni impaire,

Exercice 04 : Soit g une fonction tel que : $g(x) = \frac{x}{x+1}$.

1) Déterminer D_g . 2) Soient $x_1 \in D_g$ et $x_2 \in D_g$ tel que : $x_1 \neq x_2$

Montrer que : $T(x_1; x_2) = \frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{1}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}$

3) Etudier les variations de g sur les intervalles $I =]-\infty; -1[$ et $J =]-1; +\infty[$.

4) Dresser son tableau de variation de f .

5) En déduire une comparaison des nombres : $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ et $\frac{1}{2}$

Exercice 05 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = 4x^2 - 8x + 6$

1) Déterminer D_f et déterminer α et β tel que : $f(x) = 2(x + \alpha)^2 + \beta$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

2) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

3) Déterminer le Tableau de variations de f

4) Soient : (D) la droite d'équation $(D): y = x - 3$ et deux points : $A(1; -1)$ et $B(0; -2)$ et

$M(x; y) \in (D)$

a) Tracer la courbe représentative de (C_f) et la droite (D) dans un même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

b) Déterminer les coordonnées de M pour que : $MA^2 + MB^2$ soit minimale

Exercice 06 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ et (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

A)1) Déterminer D_f

2) Mettre : $f(x)$ sous la forme canonique (déterminations de α et β tel que :

$$f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}$$

3) En déduire la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques

4) Déterminer le Tableau de variations de g

B) On considère la fonction numérique g tel que : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2|x| + 3$ et (C_g) sa courbe représentative

1) Etudier la parité de g

2) que peut-on dire de la fonction f et de g sur \mathbb{R}^+

3) Dresser le Tableau de variations de g

4) Tracer les courbes représentative (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $g(x) = m$ avec : $m \in \mathbb{R}$

Exercice 07 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x) = \frac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x) = x^2 - 2x - 1$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Déterminer D_f et D_g

2) a) Déterminer la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de g

3) a) Déterminer la nature de (C_f) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de f

4)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

5) a) Déterminer a ; b et c tel que : $x \in D_f : g(x) - f(x) = \frac{(x+1)(ax^2 + bx + c)}{4x-4}$

b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

6) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x) > f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \times g(x) \geq 0$

7) Soit la fonction définie par : $h(x) = |g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

