http://www.xriadiat.com **DL5/ M** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Correction : Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°5
Sur les : FONCTIONS - *Généralités*

Exercice 01 : Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que : $f(x)=|2x-4|$

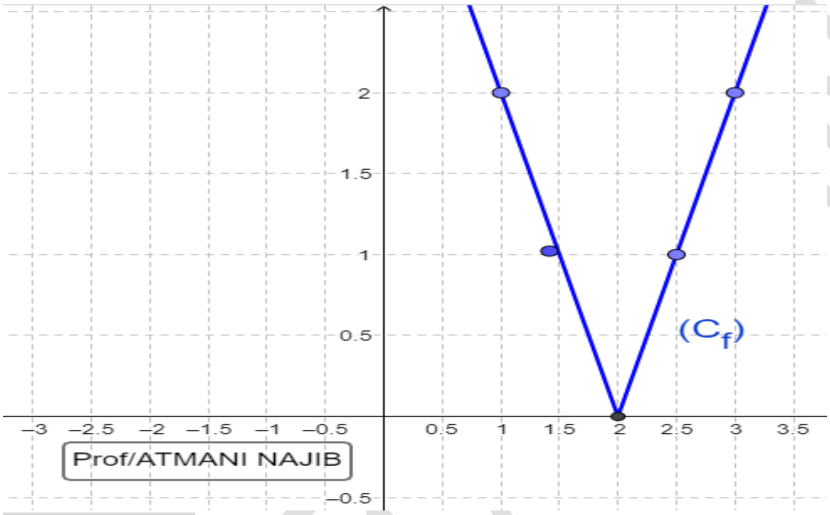
Solution : On a $f(x)\in\mathbb{R}$ donc $D_f=\mathbb{R}$

$2x-4=0$ Équivaut à : $x=\frac{4}{2}=2$

Donc $f(x)=2x-4$ si $x\in[2,+\infty[$

$f(x)=-2x+4$ Si $x\in]-\infty,2]$

x	2	$+\infty$
$2x-4$	$-$ 0	$+$
$\lvert 2x-4\rvert$	$-2x+4$	$2x-4$



Exercice 02 : a) Déterminer D_f

b) Etudier la parité de la fonction définie par : $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4}$

2) Etudier la monotonie de la fonction g définie par : $g(x)=\frac{-3}{x}+1$ sur $I=]0;+\infty[$

<u>Solutions :</u>1) a) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2-4\neq 0\}$

$x^2-4=0$ Signifie $x^2=4$

Équivaut à: $x=\sqrt{4}=2$ ou $x=-\sqrt{4}=-2$

Donc $D_f=\mathbb{R}-\{-2;2\}$

b)☞ Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}-\{-2;2\}$ alors $x\neq 2$ et $x\neq -2$ alors $-x\neq -2$ et $-x\neq 2$

Donc : $-x\in\mathbb{R}-\{-2;2\}$

☞ $f(-x)=\frac{(-x)^3}{(-x)^2-4}=-\frac{x^3}{x^2-4}=-f(x)$

$f(-x)=-f(x)$ Donc f est une fonction impaire

2)Soit $x_1 \in]0;+\infty[$ et $x_2 \in]0;+\infty[$ tels que : $x_1 \prec x_2$

Donc $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$

Donc : $\frac{-3}{x_1} < \frac{-3}{x_2}$ car $-3<0$

Donc : $\frac{-3}{x_1}+1 < \frac{-3}{x_2}+1$ Alors $f(x_1)<f(x_2)$

D'où f est strictement croissante sur $I=]0;+\infty[$

Exercice 03 : 1) Montrer que : la fonction nulle est la seule fonction qui soit à la fois paire et impaire

2) Soit la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$

Montrer que : les fonctions suivantes :

$g: x \mapsto \frac{f(x)+f(-x)}{2}$ et $h: x \mapsto \frac{f(x)-f(-x)}{2}$ sont respectivement paire et impaire

3) En déduire que toute fonction définie sur $\mathbb{R}$ est somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire

4) Soit la fonction numérique : $K(x) = -2x^5 + \frac{1}{3x}$

a) Etudier la parité de K

b) Montrer que la fonction : $M(x)=K(x)-1$ est une fonction ni paire ni impaire,

Solution :1) la fonction nulle : $\theta : x \mapsto 0$

$\theta(x)=0$; $D_\theta=\mathbb{R}$

a) Si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$

b) $\theta(-x)=0=\theta(x)$ et $\theta(-x)=0=-\theta(x)$

Donc : la fonction nulle est une fonction à la fois paire et impaire

Montrons que c'est la seule

Soit : f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ à la fois paire et impaire

Soit : $x\in\mathbb{R}$; Donc : $\begin{cases} f(-x)=f(x) \\ f(-x)=-f(x) \end{cases}$

Donc : $f(x)=-f(x)$

Donc : $2f(x)=0$

Donc : $f(x)=0$ c'est-à-dire : $f=\theta$

Donc : la fonction nulle est la seule fonction qui soit à la fois paire et impaire

2) $D_g=\mathbb{R}$ et $D_f=\mathbb{R}$

Si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$

a) $g(-x)=\frac{f(-x)+f(x)}{2}=g(x)$

Donc g est une fonction paire

b) $h(-x)=\frac{f(-x)-f(x)}{2}=-\frac{f(x)-f(-x)}{2}=-h(x)$

Donc : h est une fonction impaire

3) Soit : f une fonction définie sur $\mathbb{R}$

On voit que pour tout $x\in\mathbb{R}$

$$g(x)+h(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2}+\frac{f(x)-f(-x)}{2}=\frac{f(x)+f(-x)+f(x)-f(-x)}{2}=\frac{2f(x)}{2}=f(x)$$

Donc : toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est somme d'une fonction paire g et d'une fonction h impaire : $f=g+h$

4) Soit la fonction numérique : $K(x)=-2x^5+\frac{1}{3x}$

a) Etudier la parité de K

On a $K(x)\in\mathbb{R}$ signifie $x\neq 0$

Donc $D_K=\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[=\mathbb{R}-\{0\}$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}^*$, alors $-x\in\mathbb{R}^*$
- $K(-x)=-2(-x)^5+\frac{1}{3(-x)}=2x^5-\frac{1}{3x}=-\left(-2x^5+\frac{1}{3x}\right)=-K(x)$

Cela signifie que : K est une fonction impaire

b) $M(x)=K(x)-1$

$M(x)=K(x)-1=-2x^5+\frac{1}{3x}-1$; on a : $D_M=\mathbb{R}^*$

Par exemple on a : $K(1)=-2\times1^5+\frac{1}{3\times1}=-2+\frac{1}{3}=-\frac{5}{3}$

$M(-1)=K(-1)-1=-K(1)-1=-\left(-\frac{5}{3}\right)-1=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$ et $M(1)=K(1)-1=-\frac{5}{3}-1=-\frac{8}{3}$

Nous remarquons que : $M(-1)\neq -M(1)$ et $M(-1)\neq M(1)$

Cela signifie que : la fonction M est ni paire ni impaire,

Exercice 04 : Soit g une fonction tel que : $g(x)=\frac{x}{x+1}$.

1) Déterminer D_g.

2) Soient $x_1\in D_g$ et $x_2\in D_g$ tel que : $x_1\neq x_2$

Montrer que : $T(x_1;x_2)=\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{1}{(x_1+1)(x_2+1)}$

3) Etudier les variations de g sur les intervalles $I=]-\infty;-1[$ et $J=]-1;+\infty[$.

4) Dresser son tableau de variation de f.

5) En déduire une comparaison des nombres : $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ et $\frac{1}{2}$

Solution : $g(x)=\frac{x}{x-1}$

1) On a $g(x)\in\mathbb{R}$ équivaut à: $x-1\neq 0$ c'est-à-dire : $x\neq 1$

Donc $D_g=\mathbb{R}-\{1\}$

2) Soient $x_1\in D_g$ et $x_2\in D_g$ tel que : $x_1\neq x_2$

On a : $T(x_1;x_2)=\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}$

$$g(x_1)-g(x_2)=\frac{x_1}{x_1-1}-\frac{x_2}{x_2-1}=\frac{x_1(x_2-1)-x_2(x_1-1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

$$T(x_1;x_2)=\frac{-x_1+x_2}{(x_1-1)(x_2-1)}\times\frac{1}{x_1-x_2}=\frac{-(x_1-x_2)}{(x_1-1)(x_2-1)}\times\frac{1}{x_1-x_2}=\frac{-1}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

3) a) Sur $I=]-\infty;1[$

Soit $x_1\in]-\infty;1[$ et $x_2\in]-\infty;1[$ $x_1\neq x_2$

Donc $x_1<1$ et $x_2<1$ Donc $x_1-1<0$ et $x_2-1<0$ Donc $(x_1-1)(x_2-1)>0$

Donc : $T(x_1;x_2)=\dfrac{-1}{(x_1-1)(x_2-1)}<0$ sur $I=]-\infty;1[$

D'où : g est strictement décroissante sur $I=]-\infty;1[$

b) Sur $J=]1;+\infty[$

Soit $x_1\in]1;+\infty[$ et $x_2\in]1;+\infty[$ $x_1\neq x_2$

Donc : $x_1>1$ et $x_2>1$ Donc $x_1-1>0$ et $x_2-1>0$ Donc $(x_1-1)(x_2-1)>0$

Donc : $T(x_1;x_2)=\dfrac{-1}{(x_1-1)(x_2-1)}<0$ sur $J=]1;+\infty[$

D'où : g est strictement décroissante sur $J=]1;+\infty[$

4) <u>Résumé</u> : tableau de variation **:**

x	$-\infty$	1	$+\infty$
g	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$

5) On a $-\sqrt{2}\in]-\infty;1[$ et $-1\in]-\infty;1[$ et $-\sqrt{2}<-1$

D'après le tableau de variation de g on a : g est strictement décroissante sur : $I=]-\infty;1[$

Alors : $g(-\sqrt{2})>g(-1)$

Donc : $\dfrac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}-1}>\dfrac{-1}{-1-1}$ c'est-à-dire : $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}>\dfrac{1}{2}$

Exercice 05 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=4x^2-8x+6$

1)Déterminer D_f et déterminer α et β tel que : $f(x)=2(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

2) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

3) Déterminer le Tableau de variations de f

4) Soient : (D) la droite d'équation $(D): y=x-3$ et deux points : $A(1;-1)$ et $B(0;-2)$ et $M(x;y)\in(D)$

a) Tracer la courbe représentative de (C_f) et la droite (D) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Déterminer les coordonnées de M pour que : MA^2+MB^2 soit minimale

Solution :1) f est une fonction polynôme donc : $D_f=\mathbb{R}$

$$f(x)=4x^2-8x+6=4(x^2-2x)+6=4(x^2-2\times x\times 1+1^2-1^2)+6$$

$$f(x)=4((x-1)^2-1)+6=4(x-1)^2-4+6$$

Donc ; $f(x)=4(x-1)^2+2$ (la forme canonique : $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

Par suite : $\alpha=-1$ et $\beta=2$ et $a=4$

2)Les éléments caractéristiques de (C_f) :

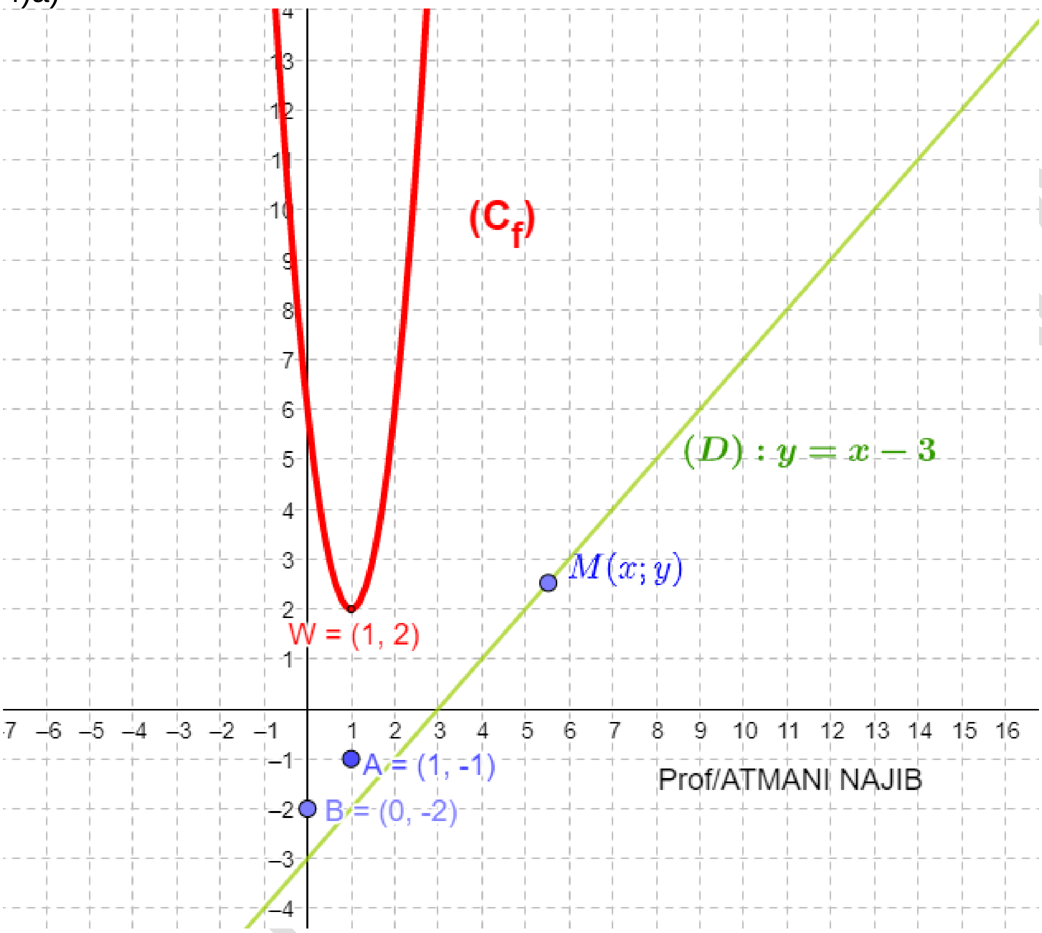
La courbe (C_f) c'est une parabole de sommet $W(-\alpha;\beta):W(1;2)$ et d'axe de symétrie la droite $x=1$.

3)Le Tableau de variations de f : On a $a=4>0$

Donc :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	2	$\nearrow$

4)a)



4)b) $M(x;y)\in(D)$ signifie que : $y=x-3$

Donc : $M(x\,;x-3)$

Donc : $\overrightarrow{AM}(x-1\,;x-3+1)$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{AM}(x-1\,;x-2)$

Et $\overrightarrow{BM}(x-0\,;x-3+2)$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{BM}(x;x-1)$

$$MA^2+MB^2=\sqrt{(x-1)^2+(x-2)^2}^{\,2}+\sqrt{x^2+(x-1)^2}^{\,2}$$

Donc : $MA^2+MB^2=(x-1)^2+(x-2)^2+x^2+(x-1)^2$

Donc : $MA^2+MB^2=x^2-2x+1+x^2-4x+4+x^2+x^2-2x+1$

Donc : $MA^2+MB^2=4x^2-8x+6$

Donc : $MA^2+MB^2=f(x)$

MA^2+MB^2 est minimale si et seulement si $f(x)$ est minimale

D'après le tableau de variation de f on a : $f(1)=2$ est un minimum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Donc : MA^2+MB^2 est minimale si $x=1$ et $y=2$ Par suite : $M(1\,;2)$

Exercice 06 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+3$ et (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

A)1) Déterminer D_f

2) Mettre : $f(x)$ sous la forme canonique (déterminations de α et β tel que :
$f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$)

3) En déduire la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques

4) Déterminer le Tableau de variations de g

B) On considère la fonction numérique g tel que : $g(x)=\frac{1}{2}x^2-2|x|+3$ et (C_g) sa courbe représentative

1) Etudier la parité de g

2) que peut-on dire de la fonction f et de g sur $\mathbb{R}^+$

3) Dresser le Tableau de variations de g

4) Tracer les courbes représentative (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $g(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Solution : A) $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+3$

1)On a f est une fonction polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$

2) Méthode1 : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}(x^2-4x)+3=\frac{1}{2}\left((x-2)^2-4\right)+3=\frac{1}{2}(x-2)^2-2+3=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

Donc : $g(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ et si : $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

Alors : $\alpha=-2$ et $\beta=1$ et $a=\frac{1}{2}$

Méthode2 : $\left(f(x)=ax^2+bx+c\right)$ On a : $a=\frac{1}{2}$ et $b=-2$ et $c=3$

Donc : $\alpha=\frac{b}{2a}=\frac{-2}{2\times\left(\frac{1}{2}\right)}=-2$ et $\beta=f(-\alpha)=f(2)=\frac{1}{2}2^2-2\times2+3=1$

Donc : $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

3) Donc dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ la courbe (C_f) c'est une parabole de sommet $W(-\alpha;\beta)$ c'est à dire $W(2;1)$ et d'axe de symétrie la droite $x=-\alpha$. C'est-à-dire : $x=2$

4)Tableau de variations de f

On a $a=\frac{1}{2}>0$ donc :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	1	$\nearrow$

B) $g(x)=\frac{1}{2}x^2-2|x|+3$

1) Etudions la parité de g

a) si $x\in\mathbb{R}$ alors $-x\in\mathbb{R}$

b) $g(-x)=\frac{1}{2}(-x)^2-2|-x|+3=\frac{1}{2}x^2-2|x|+3=g(x)$

Donc : g est une fonction paire

Graphiquement (C_g) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

2) Pour tout $x\in\mathbb{R}^+$: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-2|x|+3=\frac{1}{2}x^2-2x+3=f(x)$ car $|x|=x$

Résultat : (C_g) et (C_f) coïncident sur $\mathbb{R}^+$

3) Tableau de variations de g :

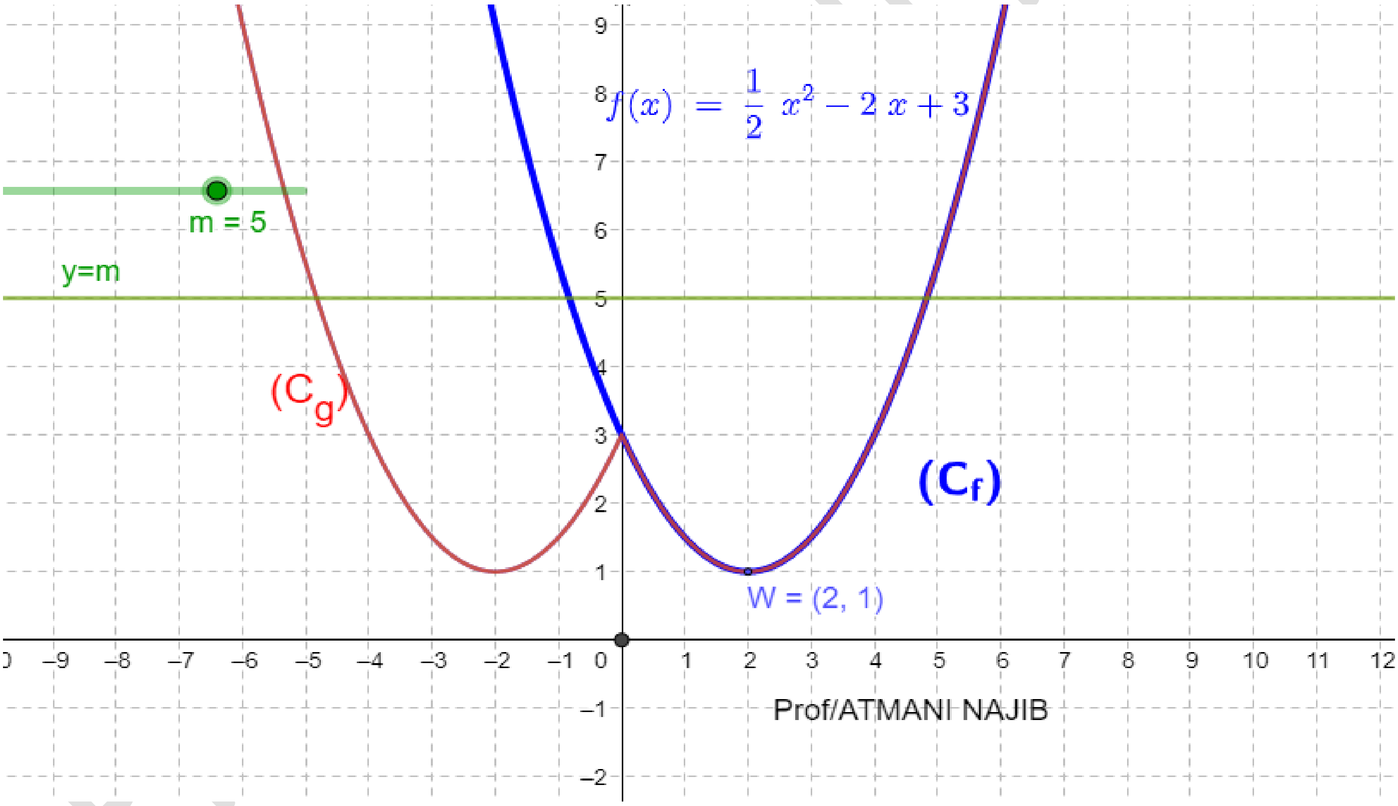
Du Tableau de variations de f et puisque g est paire on déduit le Tableau de variations de g :

t	$-\infty$	-2		0		2	$+\infty$
$g(x)$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$

$g(0)=3$ et $g(-2)=1$ et $g(2)=1$

Puisque (C_g) et (C_f) coïncident sur $\mathbb{R}^+$ et (C_g) est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

4)Alors on peut construire (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$



5) Résolution graphique de l'équation $m=g(x)$ avec $m\in\mathbb{R}$:

Donc : les solutions de l'équation sont les abscisses des points d'intersections de (C_g) et la droite : $y=m$

Si: $m<1$ il y'a pas de solution

Si: $m=1$ il y'a deux solutions : 2 et -2

Si: $1<m<3$ il y'a une 4 solutions

Si: $m=3$ il y'a trois solutions : 4 ;0 ;-4

Si: $m>3$ il y'a deux solutions

Exercice 07 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\frac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x)=x^2-2x-1$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) Déterminer D_f et D_g

2) a) Déterminer la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de g

3) a) Déterminer la nature de (C_f) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de f

4)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

5) a) Déterminer a ; b et c tel que : $x\in D_f$: $g(x)-f(x)=\frac{(x+1)(ax^2+bx+c)}{4x-4}$

b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

6)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x)>f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\times g(x)\geq 0$

7) Soit la fonction définie par : $h(x)=|g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(o;\vec{i};\vec{j})$

Solution :1) a) $f(x)=\frac{5x-11}{4x-4}$; on a $f(x)\in\mathbb{R} \Leftrightarrow 4x-4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

b) $g(x)=x^2-2x-1$; g est une fonction polynôme donc $D_f=\mathbb{R}$

2)a) On a : $g(x)=x^2-2x-1$:

Méthode1 : $g(x)=x^2-2x-1=x^2-2x+1-1-1=(x-1)^2-2=1(x-1)^2-2$

Donc : $g(x)=x^2-2x-1=1(x-1)^2-2$ et $g(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$

Donc $\alpha=-1$ et $\beta=-2$ et $a=1$

Méthode2 : $\left(g(x)=ax^2+bx+c\right)$ On a : $a=1$ et $b=-4$ et $c=-2$

Donc $\alpha=\frac{b}{2a}=\frac{-2}{2\times 1}=-1$ et $\beta=f(-\alpha)=f(1)=(1)^2-2\times(1)-1=-2$

Donc : $g(x)=a(x+\alpha)^2+\beta=1(x-1)^2-2$

la courbe (C_g) c'est une parabole de sommet $S(-\alpha;\beta)$; $S(1;-2)$ et d'axe de symétrie la droite $x=-\alpha$. C'est-à-dire : $x=1$

b) Tableau de variations de g : On a $a=1>0$ donc :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$\searrow$	-2	$\nearrow$

3)a) $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$

En générale si : $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ et $c\neq 0$ alors (C_g) est une hyperbole de centre $W\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$ et

d'asymptotes les droites d'équations : $x=-\dfrac{d}{c}$ et $y=\dfrac{a}{c}$

Dans notre exercice on a : $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$ donc (C_f) est une hyperbole de centre $W\left(1;\dfrac{5}{4}\right)$ et

d'asymptotes les droites d'équations $x=1$ et $y=\dfrac{5}{4}$

b) Tableau de variations de f :

$f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$ on a : $\Delta=\begin{vmatrix}5 & -11\\ 4 & -4\end{vmatrix}=-20+44=24\succ 0$

Donc : g est strictement croissante sur les intervalles : $]1\ ;\ +\infty[$ et $]-\infty\ ;\ 1[$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\|$	$\nearrow$

4)a) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

Les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses ont leurs ordonnées nulles, et leurs abscisses sont les solutions de l''équation : $f(x)=0$.

$f(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{5x-11}{4x-4}=0 \Leftrightarrow 5x-11=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{11}{5}$

Le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses est : $C\left(\dfrac{11}{5};0\right)$

b) Les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses :

$g(x)=0 \Leftrightarrow x^2-2x-1=0$ $\quad \Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(-1)=4+4=8>0$

$x_1=\dfrac{-(-2)+\sqrt{8}}{2\times1}=\dfrac{2+2\sqrt{2}}{2}=1+\sqrt{2}$ et $x_2=\dfrac{-(-2)-\sqrt{8}}{2\times1}=\dfrac{2-2\sqrt{2}}{2}=1-\sqrt{2}$

Donc : les points d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses sont :

$A\left(1+\sqrt{2};0\right)$ et $B\left(1-\sqrt{2};0\right)$.

5) a) Soit $x\in D_f$: $g(x)-f(x)=x^2-2x-1-\dfrac{5x-11}{4x-4}=\dfrac{4x^3-12x^2-x+15}{4x-4}=\dfrac{(x+1)(4x^2-16x+15)}{4x-4}$

Donc : $a=4$; $b=-16$; $c=15$

b) Détermination des points d'intersections de (C_f) et (C_g) :

$M(x;y)\in(C_f)\cap(C_g) \Leftrightarrow f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x+1)(4x^2-16x+15)}{4x-4}=0 \Leftrightarrow (x+1)(4x^2-16x+15)=0 \Leftrightarrow 4x^2-16x+15=0$ ou $x=-1$

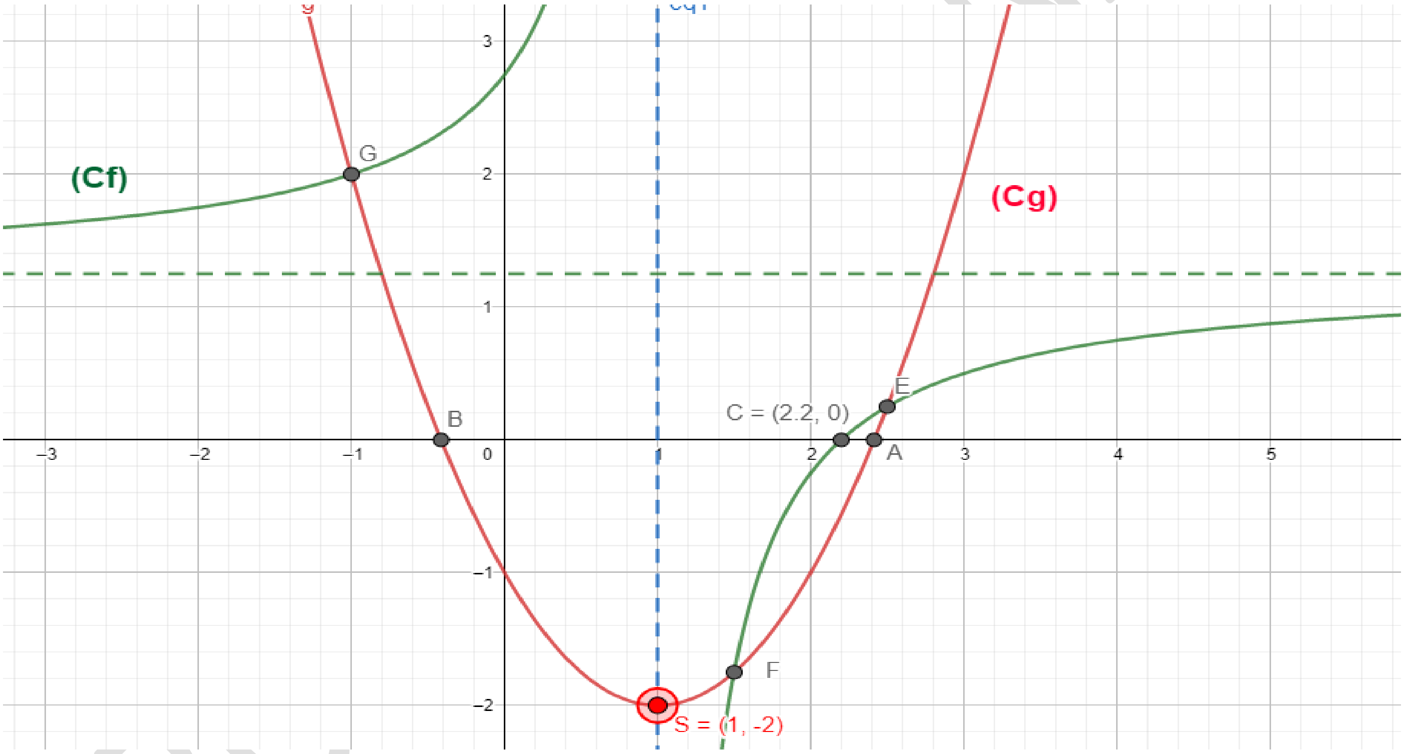
$\Delta=b^2-4ac=(-16)^2-4\times4\times15=16>0$

$x_1=\dfrac{-(-16)+\sqrt{16}}{2\times4}=\dfrac{16+4}{8}=\dfrac{20}{8}=\dfrac{5}{2}$ et $x_2=\dfrac{-(-16)-\sqrt{16}}{2\times4}=\dfrac{16-4}{8}=\dfrac{12}{8}=\dfrac{3}{2}$

Donc : $(C_f)\cap(C_g)=\left\{E\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{4}\right);F\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{7}{4}\right);G(-1;2)\right\}$

6)Traçage des courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$:

a) $f(x)=\dfrac{5x-11}{4x-4}$: (C_f) est l'hyperbole de centre $W\left(1;\dfrac{5}{4}\right)$ et d'asymptotes les droites d'équations respectives $x=1$ et $y=\dfrac{5}{4}$



4)a) Résolution graphique de l'inéquation : $g(x)\succ f(x)$

La courbe (C_g) est au-dessus de (C_f) si $x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;\dfrac{3}{2}\right[\cup\left]\dfrac{5}{2};+\infty\right[$

Donc : $S=\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;\dfrac{3}{2}\right[\cup\left]\dfrac{5}{2};+\infty\right[$

4) b) Résolution graphique de l'inéquation : $f(x)\times g(x)\geq0$

$f(x)\times g(x)\geq0 \Leftrightarrow f(x)\geq0 \;\; et \;\; g(x)\geq0$ ou $f(x)\leq0 \;\; et \;\; g(x)\leq0$

$f(x)\geq0 \Leftrightarrow$ La courbe (C_f) est au-dessus de l'axe des abscisses $\Leftrightarrow x\in\left]-\infty;1\right[\cup\left[\dfrac{11}{5};+\infty\right[$

$g(x)\geq 0 \;\Leftrightarrow$ La courbe (C_g) est au-dessus de l'axe des abscisses $\Leftrightarrow$

$x\in \left]-\infty;1-\sqrt{2}\right]\cup\left[1+\sqrt{2};+\infty\right[$

$f(x)\geq 0 \;\; et\, g(x)\geq 0 \;\Leftrightarrow x\in\left(\left]-\infty;1\right[\cup\left[\frac{11}{5};+\infty\right[\right)\cap\left(\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right]\cup\left[1+\sqrt{2};+\infty\right[\right)$

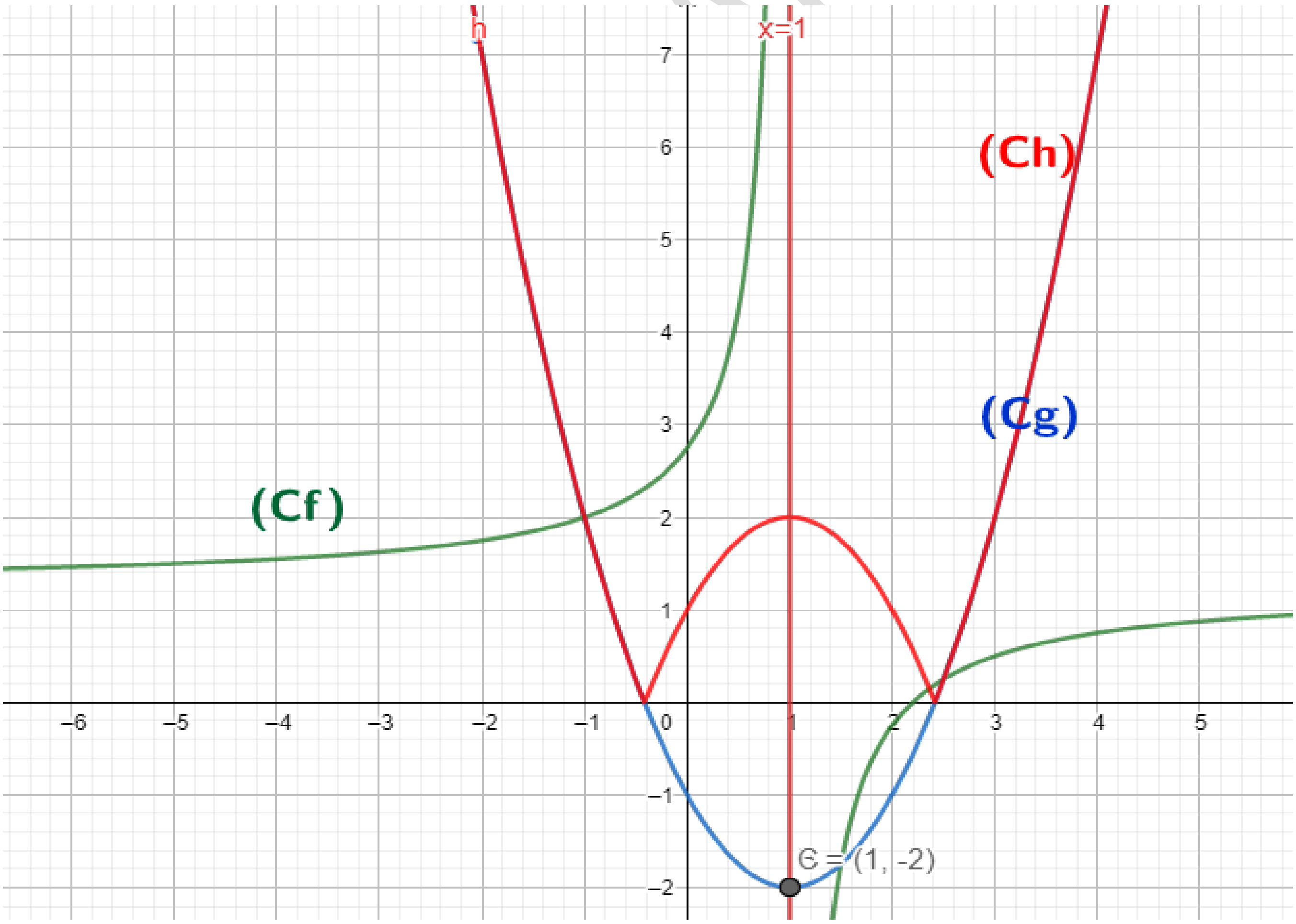
$f(x)\geq 0 \;\; et\, g(x)\geq 0 \;\Leftrightarrow x\in\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right]\cup\left[1+\sqrt{2};1\right[$

De la même façon : $f(x)\leq 0 \;\; et\, g(x)\leq 0 \;\Leftrightarrow x\in\left[\frac{11}{5};+\infty\right[$

Donc : $f(x)\times g(x)\geq 0 \Leftrightarrow \; x\in\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right]\cup\left[\frac{11}{5};+\infty\right[\cup\left]1;1+\sqrt{2}\right]$

5) On a : $h(x)=|g(x)|$ donc : $\begin{cases} h(x)=g(x) & si\;\; g(x)\geq 0 \\ h(x)=-g(x) & si\;\; g(x)\leq 0 \end{cases}$

Donc : Les courbes (C_h) et (C_g) sont confondues si $g(x)\geq 0$ c'est-à-dire : si La courbe (C_g) est au-dessus de l'axe des abscisses et Les courbes (C_h) et (C_g) sont symétriques si $g(x)\leq 0$ C'est-à-dire : si La courbe (C_g) est au-dessous de l'axe des abscisses (voir figure)



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien