

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°5 Sur les :

FONCTIONS - Généralités

La correction voir : 😊 <http://www.xriadiat.com/>

**Exercice 01 :** Soit la fonction définie par :  $f(x) = \frac{|x|+1}{2|x|-3}$

$(C_f)$  la courbe de  $f$  Dans le repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  orthonormé.

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Montrer que  $(C_f)$  est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

**Exercice 02 :** Soit  $f$  une fonction numérique tel que :  $f(x) = x^2 + 2x\sqrt{x} + x - 4$

Démontrer que :  $-4$  est une valeur minimale de  $f$  sur  $\mathbb{R}^+$

**Exercice 03 :** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$
- 2) Étudier la parité de  $f$ .
- 3) a) Montrer que  $f$  est strictement décroissante sur  $[0, +\infty[$   
b) En déduire le sens de variation de  $f$  sur  $] +\infty, 0]$
- 4) Dresser alors le tableau de variations de  $f$  sur  $D_f = \{x \in E / f(x) \in \mathbb{R}\}$ .
- 5) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $-1 \leq f(x) \leq 1$

**Exercice 04 :** Soit  $f$  une fonction numérique tel que :  $f(x) = -x^2 - 2x + 1$

- 1) Préciser le domaine de définition de  $f$
- 2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de  $f$  entre  $x_1$  et  $x_2$  tel que :  $x_1 \neq x_2$
- 3) Étudier la monotonie de  $f$  sur :  $I = [-1; +\infty[$  et sur  $J = ]-\infty; -1]$
- 4) Dresser le tableau de variation de  $f$
- 5) a) En déduire que : pour tout  $x \in \mathbb{R}$  On a :  $f(x) \leq 2$   
b) En déduire que : pour tout  $x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$  On a :  $-\frac{1}{4} \leq f(x) \leq 2$   
c) En déduire que : pour tout  $x \in [-3; -1]$  On a :  $-2 \leq f(x) \leq 2$
- 6) Trouver les points d'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec les axes du repère
- 7) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = -x - 1$   
Tracer Les courbes représentatives de  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans le repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$
- 8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation :  $f(x) = g(x)$
- 9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ;  $g(x) < f(x)$
- 10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :  $-x^2 - 2x + m - 1 = 0$  avec :  $m \in \mathbb{R}$

**Exercice 05 :** Soient  $f$  et  $g$  les trois fonctions définies par :  $f(x) = x^2 + 1$  et  $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

$(C_f)$  et  $(C_g)$  Les courbes représentatives de  $f$  et  $g$

- 1) a) Déterminer  $D_g$
- b) Déterminer la nature de la courbe  $(C_g)$  de  $g$  et ses éléments caractéristiques
- c) Déterminer le Tableau de variations de  $g$
- 2) a) Déterminer la nature de la courbe  $(C_f)$  de  $f$  et ses éléments caractéristiques
- b) Déterminer le Tableau de variations de  $f$
- 3) Trouver le point d'intersection de la courbe  $(C_g)$  avec l'axe des abscisses
- 4) a) Vérifier que :  $(C_f)$  et  $(C_g)$  se coupent en :  $A(2;5)$
- b) Tracer les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans un même repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 5) a) Etudier graphiquement le signe de la fonction  $g$
- b) Etudier algébriquement le signe de la fonction  $g$
- 6) a) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$  :
- b) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$

**Exercice 06:** Soit  $f_m$  la fonction tel que :  $f_m(x) = \frac{(m-1)x+1}{mx-1}$  avec :  $m \in \mathbb{R}^*$  (paramètre)

Et  $(C_{f_m})$  sa courbe représentative.

- 1) Déterminer  $D_{f_m}$
- 2) Montrer que : tous les courbes représentatives  $(C_{f_m})$  passent par le point :  $A(0;-1)$
- 3) Donner le tableau de variation de  $f_m$  en discutant les cas suivant le paramètre  $m \in \mathbb{R}^*$
- 4) Tracer les courbes  $(C_{f_1})$  et  $(C_{f_{-1}})$  dans un même repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 5) Soit  $g$  une fonction tel que :  $g(x) = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$
- a) Déterminer  $D_g$     b) Montrer que :  $g$  est paire
- b) Vérifier que :  $g(x) = f_2(x)$  Pour tout  $x \in [0; +\infty[ - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
- c) Tracer la courbe  $(C_g)$  dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.  
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

