

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°5 Sur les : FONCTIONS - Généralités

La correction voir : 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice 01 : Soit la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{4+x} \times \sqrt{6-x}$

- 1)a) Déterminer D_f b) Calculer : $f(0)$; $f(-3)$
- c) Déterminer les antécédents de 0 et 1 par f (s'ils existent)
- 4) On considère la fonction g définie par : $g(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 24}$ Montrer que : $f = g$

Exercice 02 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

- 1) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{2-4x}$ 2) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 3) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-2x}}$ 4) $f(x) = \sqrt{-5x^2+6x+8} - 2x+1$
- 5) $f(x) = \frac{3x^2+2x-1}{\sqrt{2x^2-(2\sqrt{2}+\sqrt{3})x+\sqrt{6}}} - 1$ 6) $f(x) = \frac{3x^2+|x|-1}{\sqrt{16x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{9}}}$
- 7) $f(x) = (3x^2+2)\sqrt{-\frac{1}{2}x^2+x-4}$ 8) $f(x) = \sqrt{3x^2+6x+5} + \frac{1}{x+1}$

Exercice 03 : 1) Etudier la parité de la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^4}{x^2-1}$

2) Etudier la monotonie de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{5}{x} + 1$ sur $I =]0; +\infty[$

Exercice 04 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = x^2 + 2x + 1$

- 1) Préciser le domaine de définition de f
- 2) Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tel que : $x_1 \neq x_2$ Montrer que : $T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = x_1 + x_2 + 2$
- 3) a) Montrer que f est strictement croissante sur $[-1; +\infty[$
b) Montrer que f strictement décroissante sur $]-\infty; -1]$
- 4) Dresser le tableau de variation de f
- 5) a) En déduire que : pour tout $x \in \mathbb{R}$ On a : $0 \leq f(x)$
b) En déduire que : pour tout $x \in [-1; 3]$ On a : $0 \leq f(x) \leq 16$
c) En déduire que : pour tout $x \in [-5; -2]$ On a : $1 \leq f(x) \leq 16$
- 6) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère
- 7) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x + 3$
Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x) = g(x)$
- 9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation : $g(x) < f(x)$
- 10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $-x^2 - 2x + m - 1 = 0$ avec : $m \in \mathbb{R}$

Exercice 05 : Partie A : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = x^2 + 2x - 2$

(C_f) Sa courbe représentative

- 1) Déterminer D_f
- 2) Ecrire $f(x)$ sous la forme $f(x) = a(x + \alpha)^2 + \beta$ (déterminer a ; α et β)
- 3) En déduire la nature de (C_f) et ses éléments caractéristiques
- 4) Dresser le Tableau de variations de f
- 5) Tracer la courbe représentative (C_f) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie B : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ (C_g) Sa courbe représentative

- 1) Déterminer D_g
 - 2) Ecrire $g(x)$ sous la forme : $g(x) = \beta + \frac{k}{x + \alpha}$ (déterminer α et β et k)
 - 3) En déduire la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques
 - 4) Dresser le Tableau de variations de f
 - 5) Tracer la courbe représentative (C_g) dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 - 6) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) < g(x)$
- (On admet que (C_g) coupe (C_f) en 3 points d'abscisse : $-3, 2$; $-1, 2$; $1, 2$)

Exercice 06 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = \frac{x}{|x| - 2}$

(C_f) Sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Montrer que : f est impaire
- 3)a) Montrer que la courbe représentative de f sur $D_f \cap \mathbb{R}^+$ est une portion d'une hyperbole que l'on précisera
- b) En déduire une méthode pour tracer la courbe (C_g) de fonction g
- 4) Etudier les variations de f sur $D_f \cap \mathbb{R}^+$ puis donner le tableau de variation de f sur D_f
- 5) Construire (C_f) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice 07 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = x|x| - 2x + 2$

- 1)a) Montrer que $f(x) = (x-1)^2 + 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}^+$
- b) Montrer que $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ pour tout $x \in \mathbb{R}^-$
- 2) Tracer la courbe représentative (C_f) de f dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 3) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :
 $-x|x| + 2x - 2 + m = 0$ avec : $m \in \mathbb{R}$
- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation : $1 \leq f(x) \leq 3$.

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
 C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*