http://www.xriadiat.com **DL5 /J** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°5 Sur les : FONCTIONS - *Généralités*

La correction voir : 😊 http://www.xriadiat.com/

Exercice 01 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{6x^3+|2x|}{|x-3|-|x+5|}$ 2) $f(x)=\frac{-x^2+2006}{|x+2|+1}$ 3) $f(x)=\sqrt{x^2+27}-5\sqrt{3x}$

4) $f(x)=\frac{-2x+6}{|x^2-2x+3|-2}$ 5) $f(x)=\frac{x-2}{2x^2-3x-2}-\frac{x^2}{2x^2+13x+6}$

6) $f(x)=\frac{x^3-2x-2021}{2x^2-3|x|-2}$ 7) $f(x)=\frac{5x^5-5x-1}{2x^4-3x^2-2}$

Exercice 02 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2+x$

1) Calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)=-x^2+x$

2)a) Démontrer que : $f(x)\leq\frac{1}{4}$ pour tous $x\in\mathbb{R}$

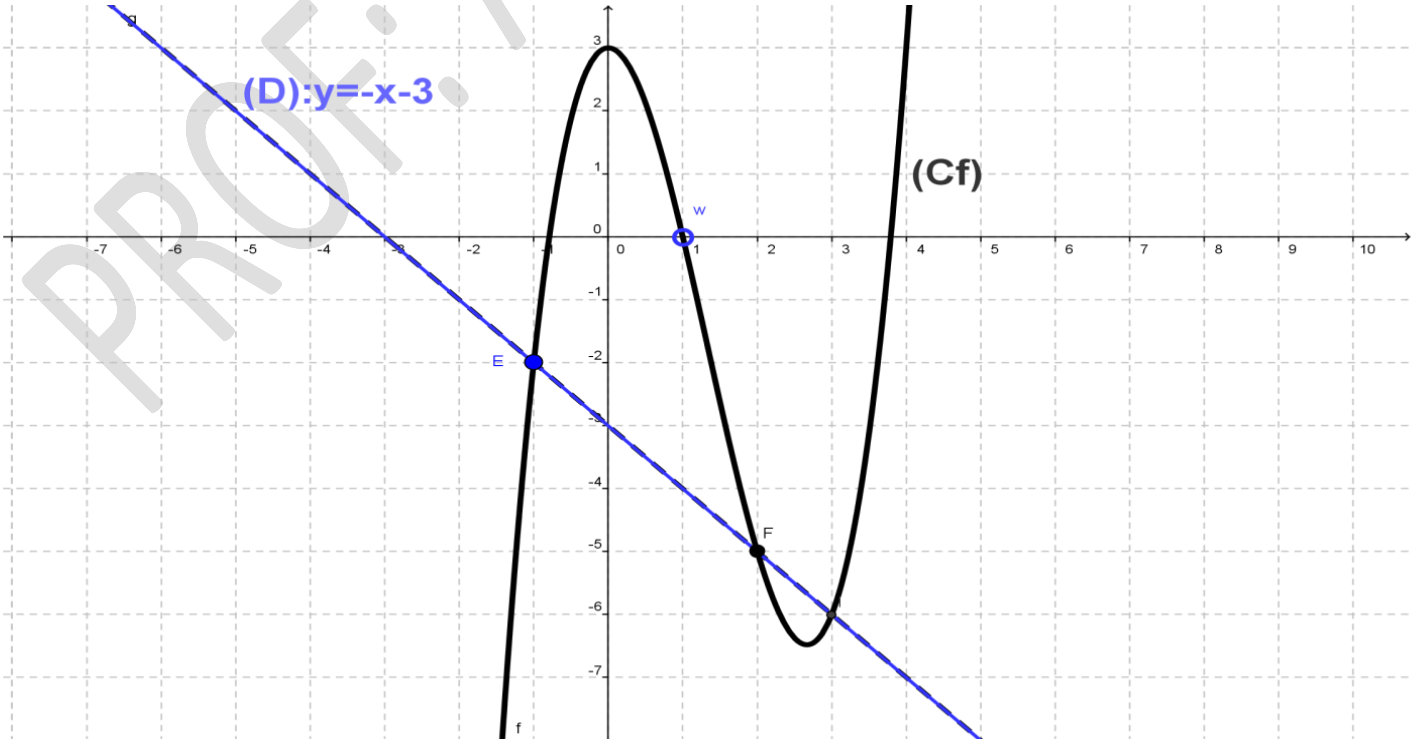
b) Que peut-on déduire ?

Exercice 03 : Soit la courbe (C_f) représentative de f telle que : $f(x)=x^3-4x^2+3$ et la droite (D) d'équation : $y=-x-3$ (voir la figure)

1)Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=3$ puis l'inéquation $f(x)<3$.

2)Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=0$ et l'inéquation $f(x)\geq 0$

3)Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=-x-3$ puis l'inéquation $f(x)\leq -x-3$



Exercice 04 : On considère les fonctions : $f : x \to f(x) = \frac{1}{2}x^2$ et $g : x \to g(x) = \frac{1}{x+1}$.

Le but de l'exercice est d'étudier la position relative de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g

2) Montrer que, pour tout nombre x réel : $x^3 + x^2 - 2 = (x-1)(x^2 + 2x + 2)$

3) Montrer que pour tout nombre x réel : $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$

En déduire le signe de l'expression : $x^2 + 2x + 2$

4) A l'aide de ce qui précède, déterminer la position relative des courbes (C_f) et (C_g)

Exercice 05 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $g(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ et $f(x) = x^2 + 2$

1)a) Déterminer D_g

b) Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ses éléments caractéristiques

c) Déterminer le Tableau de variations de g

2) a) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

b) Déterminer le Tableau de variations de f

3) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

4)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

5) a) Etudier graphiquement le signe de la fonction g

b) Etudier algébriquement le signe de la fonction g

6) (On admet que (C_g) coupe (C_f) en un point d'abscisse : $\lambda = 2{,}11$

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

Exercice 06 : Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{2-x}$ et (C_g) La courbe représentative de g

1) a) Déterminer la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de g

c) Tracer la courbe (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : $g(x) = x$ et $g(x) = 1 + x$

b) Donner une interprétation graphique des résultats

c) Déterminer le signe de : $m^2 + 4m$

d) Déterminer les valeurs de m ou la courbe (C_g) coupe la droite d'équation :

$y = x + m$ en deux points

3) On considère la fonction f tel que : $f(x) = \frac{2x}{x^2 - x + 1}$

a) Déterminer D_f

b) Montrer : $f(x)-f(y)=2(x-y)\dfrac{1-xy}{(x^2-x+1)(y^2-y+1)}$ $si\ x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$

c) En déduire la monotonie de f dans : $[-1;1]$ et $[1;+\infty[$

d) Calculer : $f(x)+\dfrac{2}{3}$ puis en déduire que $-\dfrac{2}{3}\leq f(x)$; si $x\in\mathbb{R}$

e) Montrer que : si $x\in\mathbb{R}$ alors : $-\dfrac{2}{3}\leq f(x)\leq 2$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien