

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°5 Sur les :

FONCTIONS - Généralités

La correction voir : 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice 01 : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

- 1) $f(x) = 3x^2 - x + 1$. 2) $f(x) = \frac{x^3}{2x-4}$. 3) $f(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$. 4) $f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$.
- 5) $f(x) = \sqrt{-3x+6}$. 6) $f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}$. 7) $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$. 8) $f(x) = \sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}$
- 9) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$. 10) $f(x) = \frac{x}{|2x-4|-|x-1|}$ 11) $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-x}$ 12) $f(x) = \sqrt{3-|-x+1|}$
- 13) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-8}{x^6-7x^3-8}$ 14) $f(x) = \frac{2\cos x}{2\sin x+1}$

Exercice 02 : On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f .

x	-4	0	2	3
f	-3	4	0	5

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies, fausses ou si on ne peut pas répondre.

- $f(-2) \leq f(-2,5)$
- $f(-3) = -4$
- 2 est un antécédent de 0 par f
- Il existe un nombre réel de l'intervalle $[0;3]$ qui a pour image 0 par f
- Tous les réels de l'intervalle $[0;3]$ ont une image par f positive
- Il existe un réel de l'intervalle $[-3;3]$ qui a une image strictement négative par f

Exercice 03 : Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 04 : soit la fonction f définie par : $f(x) = -\frac{1}{2}(|2x+3| + |2x-3|)$

- Déterminer le domaine de définition de f
- a) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f
b) Donner une interprétation graphique

3) Simplifier l'écriture de f dans les intervalles $I = \left[0; \frac{3}{2}\right]$ et $J = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$

4) Calculer : $f(0)$; $f\left(\frac{3}{2}\right)$; $f\left(-\frac{3}{2}\right)$; $f(-3)$ et $f(3)$

5) Dresser son tableau de variation sur D_f

6) Tracer la courbe (C_f) dans un repère $(0; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé

Exercice 05 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = \frac{-10x}{x^2 + 1}$

- 1) Déterminer D_f .
- 2) Montrer que la fonction f est impaire
- 3) Calculer $f(-1)$ et Montrer que 5 est une valeur maximale de f sur \mathbb{R}

4) a) Soient $x_1 \in D_f$ et $x_2 \in D_f$ tel que : $x_1 \neq x_2$ Montrer que : $T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{10(x_1 x_2 - 1)}{(1 + x_1^2)(1 + x_2^2)}$

b) En déduire la monotonie de la fonction f sur les intervalles $I = [0; 1]$ et $J = [1; +\infty[$.

5) Donner le tableau de variation de f sur \mathbb{R}

Exercice 06 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x$

1) Déterminer D_f

2) a) Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tel que : $x_1 \neq x_2$

Montrer que : $T(x_1; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{1}{4}(x_1 + x_2) + 1$

b) Montrer que f est strictement croissante sur $[-2; +\infty[$

c) Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty; -2]$

3) a) Déterminer α et β tel que : $f(x) = \frac{1}{4}(x + \alpha)^2 + \beta$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

c) Dresser le Tableau de variations de f

4) a) En déduire que : pour tout $x \in \mathbb{R}$ On a : $f(x) \geq -1$

b) En déduire que : pour tout $x \in \left[-2; \frac{1}{2}\right]$ On a : $5 \leq f(x) \leq \frac{9}{16}$

c) En déduire que : pour tout $x \in [-5; -2]$ On a : $-1 \leq f(x) \leq \frac{5}{4}$

5) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

6) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2x$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

7) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x) = g(x)$

8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x) < f(x)$

9) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2 + 4x = 4m$ avec : $m \in \mathbb{R}$

Exercice 07 : Soit f une fonction numérique tel que : $g(x) = \frac{-x}{x-2}$ et (C_g) sa courbe

1) Déterminer D_g

2) Ecrire $g(x)$ sous la forme : $g(x) = \beta + \frac{k}{x + \alpha}$ (déterminer α et β et k)

3) En déduire la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques

4) Dresser le Tableau de variations de g

5) Tracer la courbe représentative (C_g) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien