

**Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°5 Sur les :
FONCTIONS - Généralités**

La correction voir : 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : Soit la fonction f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par : $f(x) = -x^2 + 2x + 2$

- 1) Calculer les images de $\frac{-1}{2}$ et $\sqrt{3}$ par f .
- 2) Montrer que : $1 + \sqrt{2}$ est un antécédent de 1 par f
- 3) Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f
- 4) Donner une interprétation géométrique du résultat de la question 3)

Exercice02 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

- | | | |
|---|--|---|
| 1) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{5x^2 - 4x}$ | 2) $f(x) = \frac{ -5x^2 + 2 }{2x^2 - x - 6}$ | 3) $f(x) = \frac{2x^5 - 2023}{x^2 + 3x + 10}$ |
| 4) $f(x) = \frac{6x - 5}{x^4 - 2x^2 + 1}$ | 5) $f(x) = \frac{-\sqrt{x-1} + 1}{ 7x-10 - 6+3x }$ | 6) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{6 x+5 + 2}$ |
| 7) $f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1}}$ | 8) $f(x) = \frac{ x^2 - 6 }{\sqrt{-2x^2 + 4x - 2}}$ | 9) $f(x) = \sqrt{\frac{-3x^2 + x + 5}{2x^2 + x - 5}}$ |
| 10) $f(x) = \sqrt{2 x-9 - 1}$ | 11) $f(x) = 2\sin^2 x + 3\cos x - 1$ | 12) $f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{3-5x}$. |
| 13) $f(x) = \frac{ x-4 - x-1 }{x^2 + 2 x - 3}$ | 14) $f(x) = \frac{2\sin x}{2\cos x - 1}$ | |

Exercice03 : Soit f la fonction numérique tel que :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{(x+1)(4-x)} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Calculer : $f(2)$; $f(0)$; $f(-1)$

Exercice04 : Soient les deux fonctions : $h(x) = \frac{x^2 - x}{x}$ et $t(x) = x - 1$

Est-ce que : $h = t$? Justifier

Exercice05 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x) = -4x^2 + 1$

Montrer que $g(0) = 1$ est un maximum de g sur \mathbb{R}

Exercice06 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^2 + 2}$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Etudier la parité de la fonction f
- 3) Donner une interprétation graphique de ce résultat
- 4) Montrer que : pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = 3 - \frac{7}{x^2 + 2}$

5) a) Etudier la monotonie de f sur l'intervalles $[0; +\infty[$

b) En déduire les variations de f sur $] -\infty; 0]$

6) Dresser le tableau de variation de f

7) Déterminer les extrémums de f

Exercice07 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x) = -x^2 + 4x - 1$

1) Préciser le domaine de définition de g

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1 \neq x_2$

3) Etudier la monotonie de g sur : $I = [2; +\infty[$ et sur $J =] -\infty; 2]$

4) Dresser le tableau de variation de g

5) En déduire les extrémums de g sur \mathbb{R}

6) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x - 1$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x) = g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x) > f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ avec : $m \in \mathbb{R}$

Exercice08 : Soit f une fonction tel que : $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) a) Montrer que : $f(x) = 1 - \frac{1}{x-1}$ pour tout $x \in D_f$

b) Montrer que (C_f) est une hyperbole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de f

c) Tracer la courbe (C_f)

2) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) > 0$

3) Soit g une fonction tel que : $g(x) = x^2 - 2x + 3$

a) Montrer que la courbe (C_g) c'est une parabole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de g

b) Tracer la courbe (C_g) dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\frac{g(x)}{f(x)} > 0$

(μ La solution de l'équation : $g(x) = f(x)$ n'est pas demandé de la déterminer)

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

