

# Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°4 Sur les : FONCTIONS - Généralités

La correction voir : 😊 <http://www.xriadiat.com/>

**Exercice01 :** Soit la fonction numérique  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{1}{|x|+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$
- 2) Calculer les images de : 0 ; 1 ; -1 et -2 par  $f$ .
- 2) Les nombres : 0 ;  $\frac{1}{2}$  ; 1 et 2 ont-ils des antécédents par  $f$  ? si oui, trouver ces antécédents
- 3) Montrer que 1 est un maximum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice02 :** Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

- 1)  $f(x) = 7x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 6$ .
- 2)  $f(x) = \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x + 12}$ .
- 3)  $f(x) = \frac{4x^5 - 3x}{36x^2 - 25}$ .
- 4)  $f(x) = \frac{2024x - 1}{x^3 - 5x}$ .
- 5)  $f(x) = \sqrt{-2x + 8}$ .
- 6)  $f(x) = \frac{-x^2 + 2025x + 1}{3x^2 + 2x - 1}$ .
- 7)  $f(x) = -2023x^2 + 2024x + 2025 + \sqrt{3x^2 + 2x - 1}$ .
- 8)  $f(x) = \sqrt{\frac{-2x + 4}{x - 3}}$ .
- 9)  $f(x) = \frac{-6x^3 + \cos x - 1}{\sqrt{3x^2 + 2x - 1}}$ .
- 10)  $f(x) = \frac{\sin x - 2}{|x - 2| - |x + 1|}$ .
- 11)  $f(x) = \frac{\sqrt{2x - 12}}{x^2 - 8x}$ .
- 12)  $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 1 - |2x - 4| \geq 0\}$ .
- 13)  $f(x) = \frac{\sqrt{x - 2} - 3}{x^6 - 28x^3 + 27}$ .
- 14)  $f(x) = \frac{\cos^2 x - \sin x}{\sqrt{2} \sin x - 1}$ .
- 15)  $f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 + 2}$ .
- 16)  $f(x) = \sqrt{2 + x} + \sqrt{1 - x}$ .
- 17)  $f(x) = \frac{\sqrt{x - 1} - 2}{\sqrt{x} + 2}$ .

**Exercice03 :** Les fonctions  $f$  et  $g$  définies respectivement par :  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$  et  $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$

Sont-elles égales ?

**Exercice04 :** Soit  $f$  la fonction numérique tel que :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x-1}{x+1} & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x^2+6}{x(2-x)} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Calculer :  $f(3)$  ;  $f(0)$  ;  $f(-2)$

**Exercice05 :** Soit  $f$  une fonction numérique tel que :  $f(x) = 5x^2 + 3$

Montrer que  $f(0) = 3$  est un minimum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice06 :** Soit  $f$  une fonction tel que :  $f(x) = 3x^2 + 2$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Etudier la parité de la fonction  $f$
- 3) Donner une interprétation graphique de ce résultat
- 4) Calculer le taux d'accroissement de fonction de  $f$  Entre  $x_1$  et  $x_2$  tel que :  $x_1 \neq x_2$
- 5) a) Etudier la monotonie de  $f$  sur l'intervalle  $[0; +\infty[$   
b) En déduire les variations de  $f$  sur  $]-\infty; 0]$
- 6) Dresser le tableau de variation de  $f$

**Exercice07 :** Soit  $g$  une fonction tel que :  $g(x) = \frac{x}{x+1}$ .

- 1) Déterminer  $D_g$ .
- 2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de  $g$  entre  $x_1$  et  $x_2$  tel que :  $x_1 \neq x_2$ .
- 3) Etudier les variations de  $g$  sur les intervalles  $I = ]-\infty; -1[$  et  $J = ]-1; +\infty[$ .
- 4) Dresser son tableau de variation de  $f$ .
- 5) En déduire une comparaison des nombres :  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$  et  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

**Exercice08 :** On considère les fonctions :  $f(x) = x^2 - 2x$  et  $g(x) = \frac{x}{x-2}$  et  $(C_f)$  et  $(C_g)$  les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions  $f$  et  $g$
- 2) a) Vérifier que :  $f(x) = (x-1)^2 - 1$  si  $x \in D_f$   
b) Vérifier que :  $g(x) = 1 + \frac{2}{x-2}$  si  $x \in D_g$
- 3) a) Donner la nature de la courbe de  $f$  et ces éléments caractéristique  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$
- 4) a) Donner la nature de la courbe de  $g$  et ces éléments caractéristique  
b) Dresser le tableau de variation de  $g$
- 5) Déterminer les points d'intersection de  $(C_f)$  avec les axes du repère
- 6) Déterminer les points d'intersection de  $(C_g)$  avec les axes du repère
- 7) Tracer les courbes  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans le même repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 8) Déterminer algébriquement les points d'intersection de  $(C_f)$  et  $(C_g)$
- 9) Résoudre graphiquement l'inéquation :  $f(x) \leq g(x)$
- 10) Soit  $h$  la fonction définie par :  $h(x) = \frac{|x|}{|x|-2}$   
a) Déterminer l'ensemble de définition  $D_h$   
b) Montrer que la fonction  $h$  est paire  
c) Vérifier que  $h(x) = g(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}^+ - \{2\}$
- 11) Tracer la courbes  $(C_h)$  de  $h$  et  $(C_g)$  dans un même repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 12) Soit  $K$  la fonction définie par :  $K(x) = |f(x)|$   
a) Tracer la courbes  $(C_K)$  de  $K$  dans le même repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$   
b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel  $m$ , le nombre de solutions de l'équation  $K(x) = m$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.  
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

