http://www.xriadiat.com **DL4 E** **PROF: ATMANI NAJIB**

**Tronc commun Sciences BIOF**

# *Correction :* Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°4 sur les leçons suivantes :

- ✓ **TRIGONOMÉTRIE partie1**
- ✓ **TRIGONOMÉTRIE partie2 : Equations et inéquations trigonométriques**

**Exercice01 :** Calculer la longueur L de l'arc $AB$ d'un cercle $(C)$ de rayon $R=60cm$ et tel que : $\alpha=\left(\overline{AOB}\right)=70gr$

**Solution :** D'abord on va convertir $70gr$ en radian : $\alpha=70\times\frac{\pi}{200}=\frac{7\pi}{20}$ rad.

Donc : $L=R\times\alpha=60\times\frac{7\pi}{20}cm=21\pi cm\simeq 65,94cm$

**Exercice02 :** Pour chaque mesure d'angle, en radians, donner la mesure principale $\alpha_i$ ($i$ variant de 1 à 12)

Puis placer le point $M_i$ correspondant sur un cercle trigonométrique :

$\frac{7\pi}{4}$ ; $\frac{5\pi}{4}$ ; $\frac{75\pi}{4}$; $\frac{13\pi}{3}$; $\frac{-13\pi}{3}$ ; $\frac{19\pi}{5}$ ; $-124\pi$; $125\pi$

**Solution :** 1) $\frac{7\pi}{4}=\frac{8\pi-\pi}{4}=\frac{8\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}+2\pi$ et $\frac{-\pi}{4}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$

Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_1$ est : $\alpha_1=\frac{-\pi}{4}$

2) $\frac{5\pi}{4}=\frac{8\pi-3\pi}{4}=\frac{8\pi}{4}-\frac{3\pi}{4}=-\frac{3\pi}{4}+2\pi$ et $\frac{-3\pi}{4}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$

Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_2$ est : $\alpha_2=\frac{-3\pi}{4}$

3) $\frac{75\pi}{4}=\frac{72\pi+3\pi}{4}=\frac{72\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+9\times2\pi$ et $\frac{3\pi}{4}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$

Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_3$ est : $\alpha_3=\frac{3\pi}{4}$

4) $\frac{13\pi}{3}=\frac{12\pi+\pi}{3}=\frac{12\pi}{3}+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+2\times2\pi$ et $\frac{\pi}{3}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$

Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_4$ est : $\alpha_4=\frac{\pi}{3}$

5) $-\frac{13\pi}{3}=\frac{-12\pi-\pi}{3}=\frac{-12\pi}{3}-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}-2\times2\pi$ et $-\frac{\pi}{3}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$

Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_5$ est : $\alpha_5=-\frac{\pi}{3}$

6) $\frac{19\pi}{5}=\frac{20\pi-\pi}{5}=\frac{20\pi}{5}-\frac{\pi}{5}=-\frac{\pi}{5}+2\times2\pi$ et $-\frac{\pi}{5}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$

Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_6$ est : $\alpha_6=-\frac{\pi}{5}$

7) $-124\pi=0-62\times2\pi$ et $0\in\left]-\pi\,;\pi\right]$

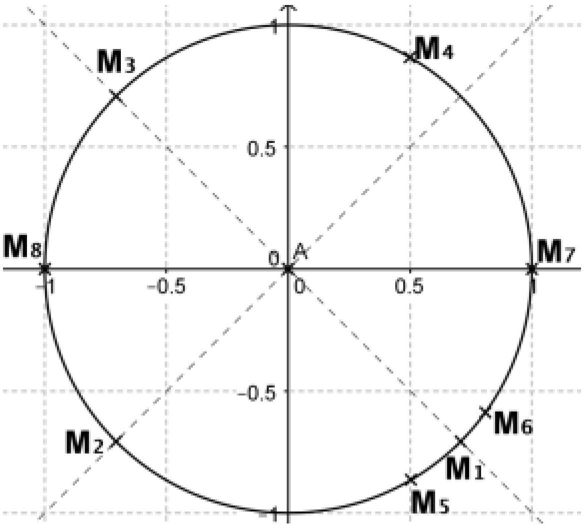
Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_7$ est : $\alpha_7=0$



PROF: ATMANI NAJIB

8) $125\pi = \pi + 62\times 2\pi$ et $\pi \in ]-\pi ; \pi]$

Donc : l'abscisses curviligne principale du point $M_8$ est : $\alpha_8 = \pi$




**Exercice03:** Dans chacun des cas suivants

Déterminer si $x$ et $y$ sont des abscisses curvilignes d'un même point.

1) $x = \frac{\pi}{2}$ et $y = -\frac{3\pi}{2}$ 2) $x = -\frac{5\pi}{4}$ et $y = \frac{3\pi}{4}$

3) $x = \frac{2\pi}{3}$ et $y = \frac{8\pi}{3}$ 4) $x = -\frac{5\pi}{12}$ et $y = \frac{43\pi}{12}$

**Solution :** $x$ et $y$ sont des abscisses curvilignes d'un même point s'il existe un $k \in \mathbb{Z}$ tel que : $x - y = 2k\pi$

1) $x = \frac{\pi}{2}$ et $y = -\frac{3\pi}{2}$

$$x - y = \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi = 2\times 1\times \pi$$

Donc : $x$ et $y$ sont des abscisses curvilignes d'un même point.

2) $x = -\frac{5\pi}{4}$ et $y = \frac{3\pi}{4}$

$$x - y = -\frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = -\frac{8\pi}{4} = -2\pi = 2\times(-1)\times \pi$$

Donc : $x$ et $y$ sont des abscisses curvilignes d'un même point.

3) $x = \frac{2\pi}{3}$ et $y = \frac{8\pi}{3}$

$$x - y = \frac{2\pi}{3} - \frac{8\pi}{3} = -\frac{-6\pi}{3} = -2\pi = 2\times(-1)\times \pi$$

Donc : $x$ et $y$ sont des abscisses curvilignes d'un même point.

4) $x = -\frac{5\pi}{12}$ et $y = \frac{43\pi}{12}$

$$x - y = -\frac{5\pi}{12} - \frac{43\pi}{12} = -\frac{48\pi}{12} = -4\pi = 2\times(-2)\times \pi$$

5) $x = -\frac{5\pi}{3}$ et $y = \frac{8\pi}{3}$

$$x-y=-\frac{5\pi}{3}-\frac{8\pi}{3}=-\frac{13\pi}{3}\neq 2\times k\times\pi$$

Donc : $x$ et $y$ ne sont pas des abscisses curvilignes d'un même point.

**Exercice04 :** $ABC$ est un triangle dans le plan tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Calculer en fonction de $\alpha$ les mesures des angles suivants :

$\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)$ ; $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right)$; $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BA}\right)$; $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{AB}\right)$

**Solution :** $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)=-\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+2k\pi$ Donc : $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)=-\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

On a : d'après la relation de Chasles : $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Donc : $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right)=\left(-\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et par suite :

$\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right)=\pi+\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

On a d'après la relation de Chasles : $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BA}\right)=\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BA}\right)$

Donc : $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BA}\right)=\pi-\alpha+2k\pi+\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ par suite : $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BA}\right)=2\pi-\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

C'est-à-dire : $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BA}\right)=-\alpha+2k'\pi$ avec $k'\in\mathbb{Z}$

On a : d'après la relation de Chasles : $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{AB}\right)=\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)$

Par suite : $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{AB}\right)=\pi-\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

**Exercice05 :** 1) Calculer en fonction de : $\sin x$ et $\cos x$ les expressions suivantes :

$A(x)=\sin(-x)-\cos(-x)$

$B(x)=\sin(\pi+x)+\cos(\pi+x)$

$C(x)=\sin(3\pi+x)+\cos(2\pi+x)$

$D(x)=\cos(\pi+x)+\sin(-x)+\sin(x-4\pi)$

**Solution :**1) $A(x)=\sin(-x)-\cos(-x)$

$A(x)=-\sin x-\cos x=-(\sin x+\cos x)$

$B(x)=\sin(\pi+x)+\cos(\pi+x)$

$B(x)=-\sin x-\cos x=-(\sin x+\cos x)$

$C(x)=\sin(3\pi+x)+\cos(2\pi+x)$

$C(x)=\sin(2\pi+\pi+x)+\cos x$

$C(x)=\sin(\pi+x)+\cos x=-\sin x+\cos x$

$D(x)=\cos(\pi+x)+\sin(-x)+\sin(x-4\pi)$

$D(x)=-\cos x-\sin x+\sin x$

$D(x)=-\cos x$

**Exercice06 :** Calculer : $A=\cos\left(\frac{29\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{18\pi}{4}\right)$

$B=\tan\left(\frac{21\pi}{4}\right)+\tan\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ et $C=\sin\left(\frac{28\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{17\pi}{2}\right)$ $D=\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

**Solution** :
Pour mémoire :

| $x$ (en radians) | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos x$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
| $\sin x$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $0$ |

$A=\cos\left(\frac{29\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{18\pi}{4}\right)=\cos\left(7\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(4\pi+\frac{\pi}{2}\right)$

$A=\cos\left(6\pi+\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\frac{\pi}{2}=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\frac{\pi}{2}=-\cos\frac{\pi}{4}+0=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$B=\tan\left(\frac{21\pi}{4}\right)+\tan\left(\frac{7\pi}{3}\right)=\tan\left(5\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\tan\left(2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{3}=1+\sqrt{3}$ + $C=\sin\left(\frac{28\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)=\sin\left(9\pi+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(8\pi+\frac{\pi}{2}\right)$

$C=\sin\left(8\pi+\pi+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\frac{\pi}{2}=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)+1=-\sin\frac{\pi}{3}+1$ Donc : $C=-\frac{\sqrt{3}}{2}+1$

$D=\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

$D=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)$ $D=\sin\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Exercice07 :** On a : $\sin x=-\frac{4}{5}$ et $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$

Calculer : $\cos x$ et $\tan x$

**Solution :** On a **:** $\cos^2 x+\sin^2 x=1$

Donc $(\cos x)^2+\frac{16}{25}=1$ c'est à dire **:** $(\cos x)^2=1-\frac{16}{25}$

C'est à dire **:** $(\cos x)^2=\frac{9}{25}$

Donc : $\cos x=\sqrt{\frac{9}{25}}$ ou $\cos x=-\sqrt{\frac{9}{25}}$

Donc : $\cos x=\frac{3}{5}$ ou $\cos x=-\frac{3}{5}$ or $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$

Donc : $\cos x\geq 0$ et par suite : $\cos x=\frac{3}{5}$

Et on a : $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{-4}{3}$

**Exercice08 :** Sachant que : $\sin x=\frac{2}{3}$ et $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Calculer : $\cos x$ et $\tan x$

**Solution :** On a **:** $\cos^2 x+\sin^2 x=1$

Donc **:** $\cos^2 x=1-\sin^2 x$ c'est à dire **:** $\cos^2 x=1-\left(\frac{2}{3}\right)^2$

C'est à dire **:** $\cos^2 x=1-\frac{4}{9}$

C'est à dire : $\cos^2 x = \frac{5}{9}$

Donc : $\cos x = \sqrt{\frac{5}{9}}$ ou $\cos x = -\sqrt{\frac{5}{9}}$

Donc : $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ou $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ or $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

La seule solution possible est : $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Et on a : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

**Exercice09 :** On pose : $A(x) = \sin x\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right)$

1) Calculer : $A\left(\frac{\pi}{6}\right)$ ; $A\left(\frac{5\pi}{6}\right)$; $A\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

2) Montrer que : si $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ alors : $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = A\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

**Solution :1)** $A\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$

$$A\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)\left(\cos^2\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = A\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

$$A\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\left(\cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

2) Montrons que : si $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ alors : $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = A\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ?

$$A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)$$

Donc : $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x\left(\sin^2 x - \cos^2 x\right)$

$$A\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\right)$$

Donc : $A\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x\left(\sin^2 x - \cos^2 x\right)$ Par suite : $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = A\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

**Exercice10 :** Soit $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ ; On pose : $A = \cos^2 x + 3\cos x \sin x - 2\sin^2 x$

1) Montrer que : $A = \cos^2 x\left(1 + 3\tan x - 2\tan^2 x\right)$

2) Sachant que $\tan x = 1 + \sqrt{2}$ calculer : $A$

**Solution :** 1) Montrons que : $A = \cos^2 x\left(1 + 3\tan x - 2\tan^2 x\right)$

On a : $A = \cos^2 x + 3\cos x \sin x - 2\sin^2 x$

Donc : $A = \cos^2 x\left(1 + 3\frac{\cos x \sin x}{\cos^2 x} - 2\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)$ c'est-à-dire :: $A = \cos^2 x\left(1 + 3\frac{\sin x}{\cos x} - 2\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2\right)$

Donc : $A=\cos^2 x\left(1+3\tan x-2(\tan x)^2\right)$

Donc : $A=\cos^2 x\left(1+3\tan x-2\tan^2 x\right)$

2) Sachant que $\tan x=1+\sqrt{2}$ calculons : $A$

On a : $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$ par suite : $\cos^2 x=\frac{1}{1+\tan^2 x}$

Donc : $\cos^2 x=\frac{1}{1+\left(1+\sqrt{2}\right)^2}$

C'est-à-dire : $\cos^2 x=\frac{1}{1+1+2\sqrt{2}+2}=\frac{1}{4+2\sqrt{2}}=\frac{4-2\sqrt{2}}{\left(4-2\sqrt{2}\right)\left(4+2\sqrt{2}\right)}=\frac{4-2\sqrt{2}}{8}=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$

On a : $A=\cos^2 x\left(1+3\tan x-2\tan^2 x\right)$

Donc : $A=\left(\frac{2-\sqrt{2}}{4}\right)\left(1+3\left(1+\sqrt{2}\right)-2\left(1+\sqrt{2}\right)^2\right)$

Donc : $A=\left(\frac{2-\sqrt{2}}{4}\right)\left(1+3+3\sqrt{2}-6-4\sqrt{2}\right)$

Donc : $A=-\frac{1}{4}\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)=-\frac{1}{4}\left(2^2-\sqrt{2}^2\right)=-\frac{1}{4}(4-2)=-\frac{1}{2}$

**Exercice11 :** $ABC$ un triangle tel que : $BC=\sqrt{3}$ et $BCA=\frac{\pi}{4}$ et $BAC=\frac{\pi}{3}$

1) Calculer : $AB$

2) a) Vérifier que : $ABC=\frac{5\pi}{12}$

b) Calculer : $\sin\frac{5\pi}{12}$ sachant que : $AC=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ et en déduire la valeur de $\cos\frac{\pi}{12}$

**Solution :** Nous connaissons la valeur de deux angles et d'un côté du triangle :

$BCA=\frac{\pi}{4}$ et côté $BC=\sqrt{3}$ et $BAC=\frac{\pi}{3}$

Il s'agit donc d'application de la loi des sinus.

La loi des sinus nous permet d'établir la relation suivante : $\frac{\sin BAC}{BC}=\frac{\sin BCA}{AB}$

Isolons-le côté $AB$ : $AB=\frac{BC\sin\frac{\pi}{4}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{2}$

***2)*** a) Vérifions que : $ABC=\frac{5\pi}{12}$

Comme nous connaissons la valeur de deux des angles du triangle, il est possible de trouver la valeur du troisième : On a $A+B+C=\pi$ donc : $B=\pi-\left(A+C\right)$

Donc : $B=\pi-\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)$ c'est-à-dire : $B=\pi-\frac{7\pi}{12}=\frac{5\pi}{12}$

b) Calcul de : $\sin\frac{5\pi}{12}$

D'après la loi des sinus dans le triangle $ABC$ on a : $\frac{\sin B}{AC}=\frac{\sin A}{BC}$ c'est-à-dire : $\frac{\sin\frac{5\pi}{12}}{AC}=\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{BC}$

Donc : $\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Déduction de la valeur de $\cos\frac{\pi}{12}$ : On a $\cos\frac{\pi}{12}=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{5\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

**Exercice12 :** 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\cos x=-\frac{1}{2}$

2) En déduire les solutions dans $]-\pi,\pi]$ de l'équation : $\cos x=-\frac{1}{2}$

**Solution :**1) $\cos x=-\frac{1}{2}$ Équivaut à : $\cos x=-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Équivaut à : $\cos x=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)$ Équivaut à : $\cos x=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

Donc : $x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi$

Donc : $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{2\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

2) Résolution dans $]-\pi,\pi]$ de l'équation

Méthode1 : (l'encadrement)

a) Encadrement de $x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ : $-\pi<\frac{2\pi}{3}+2k\pi\leq\pi$

Donc : $-1<\frac{2}{3}+2k\leq 1$ c'est-à-dire : $-1-\frac{2}{3}<2k\leq 1-\frac{2}{3}$

Donc : $-\frac{5}{3}<2k\leq\frac{1}{3}$ c'est-à-dire : $-\frac{5}{6}<k\leq\frac{1}{6}$

Donc $-0{,}8...\leq k\leq 0{,}16...$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ on remplace on trouve : $x_2=\frac{2\pi}{3}+2\times 0\times\pi=\frac{2\pi}{3}$

b) Encadrement de $x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ : $-\pi<-\frac{2\pi}{3}+2k\pi\leq\pi$

Donc : $-1<-\frac{2}{3}+2k\leq 1$ c'est-à-dire : $-1+\frac{2}{3}<2k\leq 1+\frac{2}{3}$

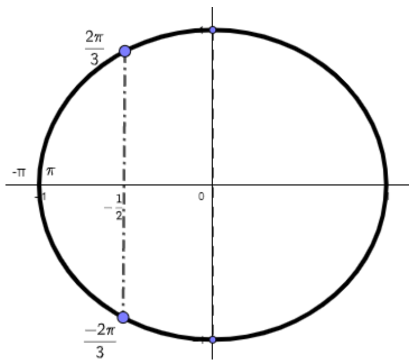
Donc : $-\frac{1}{3}<2k\leq\frac{5}{3}$ c'est-à-dire : $-\frac{1}{6}<k\leq\frac{5}{6}$

Donc $-0,...\leq k\leq 0,...$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ on remplace on trouve : $x_2=-\frac{2\pi}{3}+2\times 0\times\pi=-\frac{2\pi}{3}$

Donc $S_{]-\pi,\pi]}=\left\{-\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$

Méthode2 : (utilisation du cercle trigo)




Donc $S_{]-\pi,\pi]}=\left\{-\frac{2\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$



PROF: ATMANI NAJIB

**Exercice13 :** 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) En déduire les solutions dans $\left]-\pi,\pi\right]$ de l'équation : $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Solution :**1) $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ Équivaut à : $\sin x=-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ Équivaut à : $\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Donc : $x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ ou $x=\pi-\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2k\pi$

Équivaut à : $x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ ou $x=\frac{5\pi}{4}+2k\pi$

Donc : $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{5\pi}{4}+2k\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}\right\}$

2) Résolution dans $\left]-\pi,\pi\right]$ de l'équation

Méthode1 : (l'encadrement)

a) Encadrement de $x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ : $-\pi<-\frac{\pi}{4}+2k\pi\le\pi$ Équivaut à : $-\pi+\frac{\pi}{4}<2k\pi\le\pi+\frac{\pi}{4}$

Équivaut à : $-\frac{3\pi}{4}<2k\pi\le\frac{5\pi}{4}$ Équivaut à : $-\frac{3}{4}\le 2k\le\frac{5}{4}$ Équivaut à : $-\frac{3}{8}\le k\le\frac{5}{8}$

C'est-à-dire : $-0,37...\le k\le 0,62...$ et $k\in\mathbb{Z}$ Donc $k=0$

Pour $k=0$ on remplace on trouve $x_1=-\frac{\pi}{4}+2\times 0\times\pi=-\frac{\pi}{4}$

b) Encadrement de $x=\frac{5\pi}{4}+2k\pi$ : $-\pi<\frac{5\pi}{4}+2k\pi\le\pi$

Donc : $-1<\frac{5}{4}+2k\le 1$ c'est-à-dire : $-1-\frac{5}{4}<2k\le 1-\frac{5}{4}$

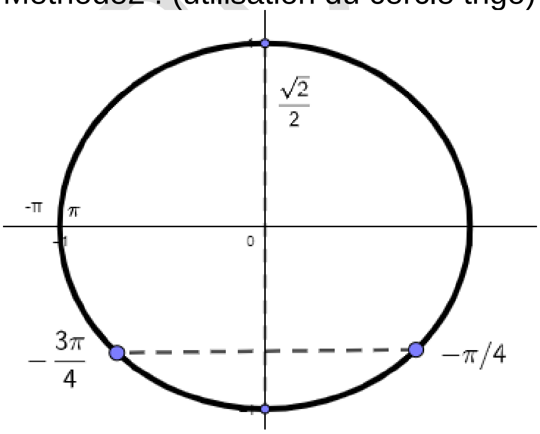
Donc : $-\frac{9}{4}<2k\le-\frac{1}{4}$ c'est-à-dire : $-\frac{9}{8}<k\le-\frac{1}{8}$

Donc $-1,1...\le k\le-0,12...$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=-1$ on remplace on trouve : $x_2=\frac{5\pi}{4}+2\times(-1)\times\pi=\frac{5\pi}{4}-2\pi=-\frac{3\pi}{4}$

Donc $S_{]-\pi,\pi]}=\left\{-\frac{\pi}{4};-\frac{3\pi}{4}\right\}$

Méthode2 : (utilisation du cercle trigo)




Donc $S_{]-\pi,\pi]}=\left\{-\frac{\pi}{4};-\frac{3\pi}{4}\right\}$

PROF . ATMANI NAJIB

**Exercice14:** Résoudre dans $\left[0,4\pi\right]$ l'équation suivantes : $2\cos 2x-1=0$

**Solution :** $2\cos 2x-1=0$ Équivaut à : $2\cos 2x=1$

Équivaut à : $\cos 2x=\frac{1}{2}$ Équivaut à : $\cos 2x=\cos\frac{\pi}{3}$

Équivaut à : $2x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $2x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

Équivaut à : $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$ ou $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$

Résolution dans $\left[0,4\pi\right]$ de l'équation (l'encadrement)

a) Encadrement de : $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$ : $0\le\frac{\pi}{6}+k\pi\le 4\pi$ Équivaut à : $0\le\frac{1}{6}+k\le 4$ car $\pi>0$

Équivaut à : $-\frac{1}{6}\le k\le\frac{23}{6}$ C'est-à-dire : $-0,166...\le k\le 3,833...$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ ou $k=1$ ou $k=2$ ou $k=3$

Pour $k=0$ on remplace on trouve $x_1=\frac{\pi}{6}+0\times\pi=\frac{\pi}{6}$

Pour $k=1$ on remplace on trouve $x_2=\frac{\pi}{6}+1\times\pi=\frac{\pi}{6}+\pi=\frac{7\pi}{6}$

Pour $k=2$ on remplace on trouve $x_3=\frac{\pi}{6}+2\times\pi=\frac{\pi}{6}+2\pi=\frac{13\pi}{6}$

Pour $k=3$ on remplace on trouve $x_4=\frac{\pi}{6}+3\times\pi=\frac{\pi}{6}+3\pi=\frac{19\pi}{6}$

b) Encadrement de : $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi$ : $0\le-\frac{\pi}{6}+k\pi\le 4\pi$ Équivaut à : $0\le-\frac{1}{6}+k\le 4$ car $\pi>0$

Équivaut à : $\frac{1}{6}\le k\le\frac{25}{6}$ C'est-à-dire : $-0,166...\le k\le 3,833...$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $k=1$ ou $k=2$ ou $k=3$ ou $k=4$

Pour $k=1$ on remplace on trouve $x_5=-\frac{\pi}{6}+1\times\pi=-\frac{\pi}{6}+\pi=\frac{5\pi}{6}$

Pour $k=2$ on remplace on trouve $x_6=-\frac{\pi}{6}+2\times\pi=-\frac{\pi}{6}+2\pi=\frac{11\pi}{6}$

Pour $k=3$ on remplace on trouve $x_7=-\frac{\pi}{6}+3\times\pi=-\frac{\pi}{6}+3\pi=\frac{17\pi}{6}$

Pour $k=4$ on remplace on trouve $x_8=-\frac{\pi}{6}+4\times\pi=-\frac{\pi}{6}+4\pi=\frac{23\pi}{6}$

Donc $S_{[0,4\pi]}=\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6};\frac{13\pi}{6};\frac{17\pi}{6};\frac{19\pi}{6};\frac{23\pi}{6}\right\}$

**Exercice15 :** 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\cos 2x=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

2) Résoudre dans $\left[0;\pi\right]$ l'équation suivante : $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

3) Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ l'équation suivante : $\tan\left(2x-\frac{\pi}{5}\right)=1$

**Solution :**1) on a : $\cos 2x=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ équivaut à : $2x=x-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $2x=-\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+2k\pi$

Équivaut à : $2x-x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $2x+x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ équivaut à : $x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}$ et $k\in\mathbb{Z}$

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}\,/\,k\in\mathbb{Z}\right\}$

2) On a $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

Équivaut à : $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{4}-x+2k\pi$ ou $2x-\frac{\pi}{3}=\pi-\frac{\pi}{4}+x+2k\pi$

Équivaut à : $3x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=\pi-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}+2k\pi$

Donc $x=\frac{7\pi}{36}+\frac{2k\pi}{3}$ ou $x=\frac{13\pi}{12}+2k\pi$

• Encadrement de $\frac{7\pi}{36}+\frac{2k\pi}{3}$ : $0\le\frac{7\pi}{36}+\frac{2k\pi}{3}\le\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $0\le\frac{7}{36}+\frac{2k}{3}\le1$ c'est-à-dire : $-\frac{7}{24}\le k\le\frac{29}{36}$ cela signifie que : $-0,29\le k\le1,2$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k=0$ ou $k=1$

Pour $k=0$ on trouve $x_1=\frac{7\pi}{36}$

Pour $k=1$ on trouve $x_2=\frac{7\pi}{36}+\frac{2\pi}{3}=\frac{31\pi}{36}$

• Encadrement de $x=\frac{13\pi}{12}+2k\pi$ $0\le\frac{13\pi}{12}+2k\pi\le\pi$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $0\le\frac{13}{12}+2k\le1$ c'est-à-dire : $-\frac{13}{24}\le k\le-\frac{1}{24}$ cela signifie que : $-0,54\le k\le0,04$ et $k\in\mathbb{Z}$

Donc $k$ n'existe pas

• Donc $S_{[0.\pi]}=\left\{\frac{7\pi}{36};\frac{31\pi}{36}\right\}$

**3)** on a $\tan\left(2x-\frac{\pi}{5}\right)=1$ est définie Équivaut à : $2x-\frac{\pi}{5}\ne\frac{\pi}{2}+k\pi$ Équivaut à : $2x\ne\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{5}+k\pi$

Équivaut à : $2x\ne\frac{7\pi}{10}+k\pi$ cela signifie que : $x\ne\frac{7\pi}{20}+\frac{k\pi}{2}$ Donc $D=\mathbb{R}-\left\{\frac{7\pi}{20}+\frac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}$

Or on sait que : $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ Donc $\tan\left(2x-\frac{\pi}{5}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Donc $2x-\frac{\pi}{5}=\frac{\pi}{4}+k\pi$ équivaut à : $2x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{5}+k\pi$

Équivaut à : $2x=\frac{9\pi}{20}+k\pi$ équivaut à : $x=\frac{9\pi}{40}+\frac{k\pi}{2}$

Encadrement de $\frac{9\pi}{40}+\frac{k\pi}{2}$ : $-\frac{\pi}{2}\le\frac{9\pi}{40}+\frac{k\pi}{2}\le\frac{\pi}{2}$ et $k\in\mathbb{Z}$ donc $-\frac{1}{2}\le\frac{9}{40}+\frac{k}{2}\le\frac{1}{2}$

C'est-à-dire : $-\frac{29}{40}\le\frac{k}{2}\le\frac{11}{40}$ Donc : $-\frac{29}{40}\le\frac{k}{2}\le\frac{11}{40}$ alors : $-\frac{29}{20}\le k\le\frac{11}{20}$

Donc $-1,45\le k\le0,55$ et $k\in\mathbb{Z}$ par suite : $k=0$ ou $k=-1$

Pour $k=0$ on trouve : $x_1=\frac{9\pi}{40}$

Pour $k=-1$ on trouve : $x_2=\frac{9\pi}{40}-\frac{\pi}{2}=-\frac{11\pi}{40}$ Donc $S=\left\{-\frac{11\pi}{40};\frac{9\pi}{40}\right\}$

**Exercice16 :** **1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $(E)$ : $2\sin^2 x-3\sin x+1=0$

2) En déduire les solutions de l'équation $(E)$ dans $[0;\pi]$

**Solution :1)** On pose $t=\sin x$ et l'équation $(E)$ devient : $2t^2-3t+1=0$

On cherche les racines du trinôme $2t^2-3t+1$ :

Calcul du discriminant :

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1$

Les racines sont : $t_1=\frac{3-\sqrt{1}}{2\times 2}=\frac{1}{2}$ et $t_2=\frac{3+\sqrt{1}}{2\times 2}=1$

Donc : $\sin x=\frac{1}{2}$ et $\sin x=1$

$\sin x=\frac{1}{2}$ Équivaut à : $\sin x=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

Équivaut à : $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $x=\pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi$

Équivaut à : $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$

$\sin x=1$ Équivaut à : $\sin x=\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Équivaut à : $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$

Donc : $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi\ ;\ \frac{5\pi}{6}+2k\pi\ ;\ \frac{\pi}{2}+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

2) On a deux méthodes soit l'encadrement ou en donnant des valeurs a $k$

a) Pour : $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ : Prenons par exemple la valeur $k=-1$ et remplaçons on obtient :

$x=\frac{\pi}{6}-2\pi=-\frac{11\pi}{6}$ ; cette valeur n'appartient pas à $[0;\pi]$ ; il est donc évident que des valeurs de $k$ inférieures à -1 ne conviendront pas non plus.

Par contre, si je choisis $k=0$ : on obtient $x=\frac{\pi}{6}$ ; cette valeur appartient à $[0;\pi]$.

Pour $k=1$ : $x=\frac{\pi}{6}+2\pi\notin[0;\pi]$

Il est inutile de poursuivre pour des valeurs supérieures à : 1

Donc : la seule valeur dans $[0;\pi]$ est : $x=\frac{\pi}{6}$

b) Pour : $x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$

La même démarche que précédemment donne : $x=\frac{5\pi}{6}$

Donc : la seule valeur dans $[0;\pi]$ est : $x=\frac{5\pi}{6}$

c) Pour : $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ : La même démarche que précédemment donne : $x=\frac{\pi}{2}$

Donc : la seule valeur dans $[0;\pi]$ est : $x=\frac{\pi}{2}$

Conclusion : $S_{[0;\pi]}=\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right\}$

**Exercice17 :** Résoudre dans $[0;2\pi[$ l'inéquation suivante : $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$

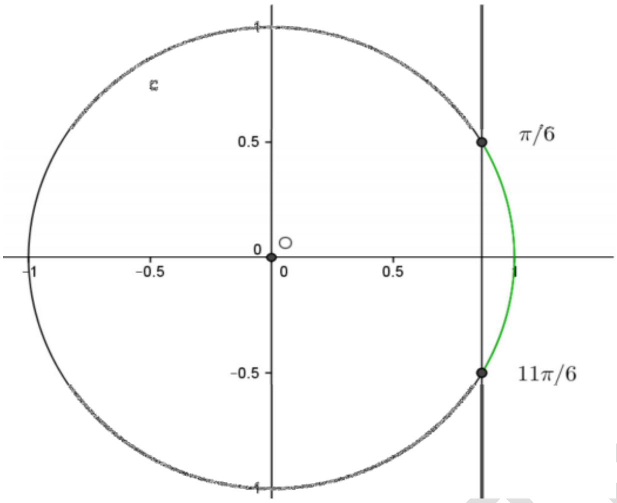
**Solution :** $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Équivaut à : $\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

Équivaut à : $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ et $k \in \mathbb{Z}$

Et puisque : $x \in [0;2\pi[$ alors : $x = \frac{11\pi}{6}$ et $x = \frac{\pi}{6}$

$\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ Équivaut à : $\cos x > \cos\frac{\pi}{6}$

En utilisant le cercle trigonométrique on compare $\cos x$ et $\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0;2\pi[$




On trouve que : $S = \left[0;\frac{\pi}{6}\right[ \cup \left]\frac{11\pi}{6};2\pi\right[$

**Exercice18 :** Résoudre dans $[0;2\pi]$ l'inéquation suivante : $\sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

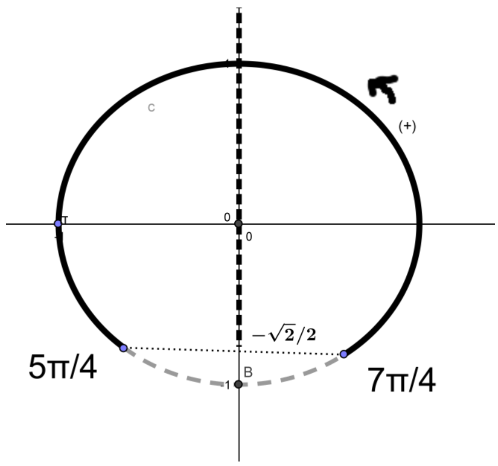
**Solution :** $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ Équivaut à : $\sin x = -\sin\frac{\pi}{4} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Équivaut à : $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

Équivaut à : $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ et $k \in \mathbb{Z}$

Et puisque : $x \in [0;2\pi]$ alors : $x = \frac{5\pi}{4}$ ou $x = \frac{7\pi}{4}$

En utilisant le cercle trigonométrique on compare $\sin x$ et $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[0;2\pi]$




On trouve que : $\sin x \geq \frac{1}{2}$ Équivaut à :

$x \in \left[0;\frac{5\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4};2\pi\right]$ Donc : $S = \left[0;\frac{5\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{4};2\pi\right]$

PROF: ATMANI NAJIB

**Exercice19 :** 1) a) Vérifier que : $5-2\sqrt{6}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

b) Résoudre dans $\left[0;2\pi\right]$ l'équation suivante : $4\cos^2 x-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cos x+\sqrt{6}=0 \ (E)$

2) Résoudre dans $\left[0;2\pi\right]$ les inéquations suivantes : $2\cos x-\sqrt{2}>0$ et $2\cos x-\sqrt{3}<0$

3) Résoudre dans $\left[0;2\pi\right]$ l'inéquation suivante : $4\cos^2 x-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cos x+\sqrt{6}\geq 0$

**Solution :1)** a) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=3-2\sqrt{6}+2=5-2\sqrt{6}$

b) $4\cos^2 x-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cos x+\sqrt{6}=0$

On utilise un changement de variable : on pose $t=\cos x$

L'équation devienne : $4t^2-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)t+\sqrt{6}=0$

On cherche les racines du trinôme $t^2-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)t+\sqrt{6}$ :

Calcul du discriminant réduit : $\Delta'=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-4\sqrt{6}=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2-4\sqrt{6}$

$\Delta'=3+2\sqrt{6}+2-4\sqrt{6}=5-2\sqrt{6}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

Les racines sont : $t_1=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}}{4}=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\left|\sqrt{3}-\sqrt{2}\right|}{4}=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

et $t_2=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}}{4}=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\left|\sqrt{3}-\sqrt{2}\right|}{4}=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Donc $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

- $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ Équivaut à : $\cos x=\cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ Équivaut à : $x=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $x=-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$

Avec $k\in\mathbb{Z}$ et $x\in\left[0;2\pi\right]$

Après avoir encadré ces solutions on va trouver :

$x_1=\dfrac{\pi}{6}$ et $x_1=\dfrac{11\pi}{6}$

- $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ Équivaut à : $\cos x=\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ Équivaut à : $x=\dfrac{\pi}{4}+2k\pi$ ou $x=-\dfrac{\pi}{4}+2k\pi$

Avec : $k\in\mathbb{Z}$ et $x\in\left[0;2\pi\right]$

Après avoir encadré ces solutions on va trouver :

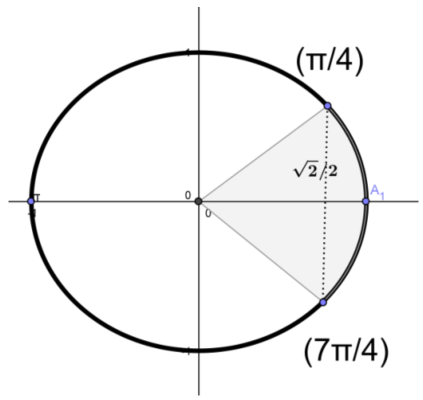
$x_2=\dfrac{\pi}{4}$ et $x_4=\dfrac{7\pi}{4}$

Finalement on a : $S_{\left[0;2\pi\right]}=\left\{\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{4};\dfrac{11\pi}{6};\dfrac{7\pi}{4}\right\}$

**2)** a) Résolution dans $\left[0;2\pi\right]$ de l'inéquation : $2\cos x-\sqrt{2}>0$

$2\cos x-\sqrt{2}>0$ Équivaut à : $\cos x>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

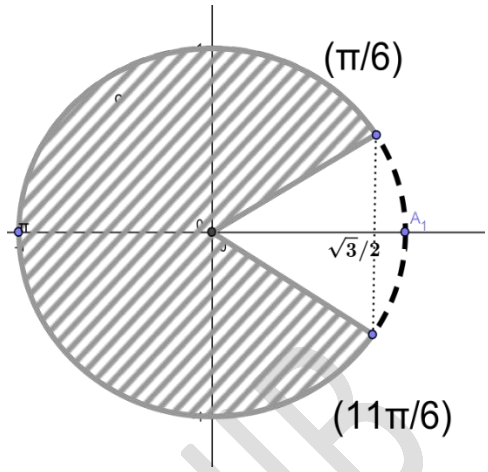
Donc $S=\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right[\cup\left]\dfrac{7\pi}{4};2\pi\right]$




PROF: ATMANI NAJIB

**2)** b) Résolution dans $[0;2\pi]$ de l'inéquation : $2\cos x-\sqrt{3}<0$

$2\cos x-\sqrt{3}<0$ Équivaut à : $\cos x<\frac{\sqrt{3}}{2}$




Donc $S=\left]\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right[$

**3)** Résolution dans $[0;2\pi]$de l'inéquation :

$4\cos^2 x-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cos x+\sqrt{6}\geq 0$

$4\cos^2 x-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cos x+\sqrt{6}\geq 0$ Équivaut à :

$$4\left(\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)<0$$

Équivaut à : $2\left(\cos x-\sqrt{3}\right)\left(2\cos x-\sqrt{2}\right)<0$

Et par suite le tableau suivant :

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{6}$ | | $\frac{\pi}{4}$ | | $\frac{7\pi}{4}$ | | $\frac{11\pi}{6}$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2cosx-\sqrt{2}$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $2cosx-\sqrt{3}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $produit$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Donc $S=\left[0;\frac{\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right[\cup\left]\frac{11\pi}{6};2\pi\right[$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*
*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*