http://www.xriadiat.com **DL4 D** **PROF: ATMANI NAJIB**

Tronc commun Sciences BIOF

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°4 sur les leçons suivantes :

- ✓ **TRIGONOMÉTRIE partie1**
- ✓ **TRIGONOMÉTRIE partie2 : Equations et inéquations trigonométriques**

La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/

Exercice01 : Calculer la longueur L de l'arc AB d'un cercle (C) de rayon $R=3cm$ et tel que : $\alpha=\left(\overline{AOB}\right)=\frac{\pi}{6}rad$

Exercice02 : Soit sur un cercle trigonométrique d'origine I les points A ; B; C; D d'abscisses curvilignes respectifs : $\frac{85\pi}{3}$; $\frac{-139\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{4}$; $\frac{11\pi}{6}$.

1) Placer sur le cercle trigonométrique ces points

2) En déduire les mesures des angles orientés : $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}\right)$; $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OC}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OD}\right)$

Exercice03 : Dans chacun des cas suivant, donner trois autres réels associés au même point sur le cercle trigonométrique :1) $A(-\pi)$ 2) $B\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ 3) $C(10\pi)$ 3) $D\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

Exercice04 : Calculer les rapports trigonométriques des nombre réel suivants : 7π , $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{3\pi}{4}$

Exercice05 : Calculer : $A=\sin\left(\frac{53\pi}{6}\right)$; $B=\cos\left(-\frac{29\pi}{6}\right)$; $C=\tan\left(\frac{22\pi}{3}\right)$; $D=\sin(2024\pi)$

$E=\cos\left(\frac{35\pi}{4}\right)$; $F=\tan\left(-\frac{16\pi}{3}\right)$; $G=\sin\left(-\frac{19\pi}{4}\right)$; $H=\cos\left(\frac{37\pi}{2}\right)$; $K=\tan(2025\pi)$

Exercice06 : 1) Sachant que : $\cos x=-\frac{3}{4}$ et $-\pi<x<0$; calculer : $\sin x$ et $\tan x$

Exercice07 : On considère un réel x tel que : $\sin x=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ et $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$

1) Déterminer la valeur exacte de $\cos x$

2) On sait que : $x\in\left\{-\frac{5\pi}{12};-\frac{\pi}{12};\frac{\pi}{12};\frac{5\pi}{12}\right\}$ déterminer la valeur exacte de x

Exercice08 : Simplifier les expressions suivantes : $A=\sin(\pi+x)-\cos(\pi-x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

$B=\sin(6\pi+x)-\cos(3\pi-x)+\sin\left(-\frac{\pi}{2}-x\right)-\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)$

$C=\sin(x-7\pi)-\cos\left(\frac{5\pi}{2}+x\right)+\sin(x+11\pi)+\cos\left(\frac{-3\pi}{2}-x\right)$

Exercice09 : Sachant que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1$

1) Montrer que : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. 2) Calculer la valeur de : $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

3) En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ et $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$.

Exercice10 : Soit x un réel ; On pose : $B=8\left(\cos^6 x+\sin^6 x\right)-12\left(\cos^4 x+\sin^4 x\right)$

1) Montrer que : si $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$ alors : $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ et que : $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

2) En déduire que : $B=-4$

Exercice11 : Soit x un réel tel que $\cos x\neq 0$

Montrer les égalités suivantes :1) $\tan^2 x-\sin^2 x=\tan^2 x\times\sin^2 x$ 2) $\cos^2 x=\frac{1}{1+\tan^2 x}$

3) $\sin^2 x=\frac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$ 4) $\frac{\sin^2 x-\sin^4 x}{\cos^2 x-\cos^4 x}=1$ 5) $\frac{\cos^3 x-\sin^3 x}{\cos x-\sin x}+\frac{\cos^3 x+\sin^3 x}{\cos x+\sin x}=2$

6) $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$

Exercice12 : Soit ABC un triangle tel que : $ACB=\frac{\pi}{3}$ et $ABC=\frac{\pi}{4}$ et $BC=2\left(\sqrt{3}+1\right)cm$

Montrer que la surface du triangle ABC est $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{\sin\frac{7\pi}{12}}cm^2$

Exercice13 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) En déduire les solutions dans $]-\pi,\pi]$ de l'équation : $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice14 : A l'aide d'un cercle trigonométrique seulement, donner toutes les valeurs possibles de x vérifiant les conditions données.

1) $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ avec : $x\in]-\pi,\pi]$

2) $\cos x=0$ et $\sin x=-1$ avec : $x\in[-2\pi,3\pi]$

Exercice15 : Résoudre dans $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ de l'équation : $\cos x=-\sin\frac{\pi}{5}$

Exercice16 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{1}{2}$ (E)

2) En déduire dans $[-\pi\,;2\pi[$ les solutions de l'équation (E)

Exercice17 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\tan x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Exercice18 : Résoudre dans $]-\pi,\pi]$ l'équation : $\cos 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice19 : Soit x un réel tel que : $\sin x\times\cos x=\frac{1}{2}$ (E)

Montrer alors que : $\sin x=\cos x$ et déterminer tous les réels x qui vérifient l'égalité (E)

Exercice20 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) (E) : $\cos^3 x + \sin^2 x = -1$ **2)** (F) : $\cos x + \sin x = 2$

Exercice21 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

$2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\cos x + 3 = 0 \quad (E_1)$

Exercice22 : Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'inéquation suivante : $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice23 : Résoudre dans $[-2\pi;2\pi]$ l'inéquation suivante : $\cos x > \frac{1}{2}$

Exercice24 : On pose : $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ avec $x \in \mathbb{R}$

1) Résoudre dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation (E) : $f(x) = 0$

2) En déduire le signe de : $f(x)$ dans $]-\pi\,;\pi]$

Exercice25 : Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ l'inéquation suivante : $\cos 2x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice26 : On pose : $F(x) = \frac{1}{\cos^2 x + 2\sin^2 x}$ avec $x \in [0;\pi]$

1) Calculer : $F(0)$ et $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$

2) Montrer que : $F(\pi - x) = F(x)$ pour tout $x \in [0;\pi]$

3) En déduire : $F(\pi)$ et $F\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $F\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

4) Ecrire $F(x)$ en fonction $\tan x$ pour tout $x \neq \frac{\pi}{2}$

5) Résoudre dans $[0\,;\pi]$ l'équation : $F(x) = \frac{4}{7} \quad (E)$

6) Résoudre dans $[0\,;\pi]$ l'inéquation : $F(x) > \frac{4}{7} \quad (I)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien