

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°4 sur les leçons suivantes :

- ✓ TRIGONOMETRIE partie1
- ✓ TRIGONOMETRIE partie2 : Equations et inéquations trigonométriques

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : 1) Donner la mesure en radians de l'angle de mesure 150° .

2) Donner la mesure en degrés de l'angle de mesure $\frac{5\pi}{2}$ rad.

Exercice02 : 1) Déterminer l'abscisse curviligne principale de chacune des abscisses suivantes :

a) $x_1 = -6\pi$ b) $x_2 = \frac{31\pi}{3}$ c) $x_3 = \frac{-23\pi}{6}$ d) $x_4 = \frac{127\pi}{4}$

2) Placer sur le cercle trigonométrique les points : $A(x_1)$; $B(x_2)$; $C(x_3)$; $D(x_4)$

Exercice03 : ABC est un triangle rectangle en A direct, tel que $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) \equiv -\frac{\pi}{6}[2\pi]$ et ACD est un triangle équilatéral direct.

1) Faire une figure.

2) Déterminer la mesure principale des angles suivant : $(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB})$; $(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{AC})$; $(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{BA})$; $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB})$

Exercice04 : (**) $\vec{u}$; $\vec{v}$; $\vec{w}$ et $\vec{k}$ des vecteurs tel que :

$$(\vec{u}; \vec{v}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] ; (\vec{w}; \vec{v}) \equiv -\frac{\pi}{3}[2\pi] ; (\vec{k}; \vec{w}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$$

Déterminer les mesures de l'angle orienté suivant : $(\vec{u}; \vec{k})$

Exercice05 : On a : $\sin x = -\frac{4}{5}$ et $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

Calculer : $\cos x$ et $\tan x$

Exercice06 : Sachant que : $\tan\left(\frac{\pi}{10}\right) = \sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}$

1) Montrer que : $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$.

2) Calculer la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$.

3) En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{9\pi}{10}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$.

Exercice07 : Simplifier les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$

$$E = (2\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - 2\sin x)^2$$

$$F = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\cos^4 x + \sin^4 x)$$

$$G = \sin^8 x + \cos^8 x + 6\cos^4 x \sin^4 x + 4\cos^2 x \sin^2 x (\cos^4 x + \sin^4 x)$$

$$H = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$$

Exercice08 : Calculer les rapports trigonométriques des nombre réel suivants :

$$-8\pi, \frac{5\pi}{4}, -\frac{4\pi}{3}; -\frac{35\pi}{4}$$

Exercice09 : Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \sin(\pi - x) \times \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \times \cos(\pi - x) \quad B = \frac{\sin x + \sin(\pi - x)}{\cos(\pi - x)}$$

$$C = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) \quad D = \sin(11\pi - x) + \cos(5\pi + x) + \cos(14\pi - x)$$

$$E = \tan(\pi - x) + \tan(\pi + x) \quad F = \cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)$$

Exercice10 : Soit $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ On pose : $A(x) = \frac{1}{2}[(\cos(2x) + \sin(2x))^2 - 1]$

1) Calculer $A\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $A\left(-\frac{\pi}{8}\right)$

2) Montrer que : $A(x) = \cos 2x \times \sin 2x$

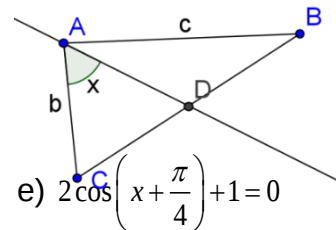
3) Montrer que : $A(-x) = -A(x)$

4) Calculer : $A(x) + A\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Exercice11 : Soit (AD) une médiane du triangle ABC tel que : $\angle BAD = x$ (la figure)

Et $AC = b$ et $BC = a$ et $AB = c$

Montrer que : $\sin(A - x) = \frac{c}{b} \sin x$



Exercice12 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\cos x = -\frac{1}{2}$ c) $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ d) $2 \cos x - 4 = 0$ e) $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$

Exercice13 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sin x = -\frac{1}{2}$ e) $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$

Exercice14 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2) En déduire les solutions dans $]-\pi, \pi]$ de l'équation : $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice15 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) En déduire les solutions dans $]-\pi, \pi]$ de l'équation : $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice16 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

2) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation suivante : $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Exercice17 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $(E) : 2 \sin^2 x - 9 \sin x - 5 = 0$

2) En déduire les solutions de l'équation (E) dans $[0; 2\pi]$

Exercice18 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\sin x \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ 2) $\cos x - \sin x = 0$ 3) $\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sin 2x = 0$

Exercice19 : Résoudre dans $[0, 2\pi]$ de l'équation : $\cos 3x = -\cos \frac{\pi}{7}$

Exercice20 : 1) Montrer que : $2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(x + 11\pi) - 1 = (\cos x + 1)(2 \cos x - 1)$ si $x \in \mathbb{R}$

2) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation suivante : $2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos(x + 11\pi) - 1 = 0$ (E)

3) Placer sur le cercle trigonométrique munie d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ les solutions de l'équation (E) .

4) Soient A ; B ; C les points trouvés dans la question 3)
Montrer que : ABC est un triangle équilatéral

Exercice21 : Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation suivante : $\sin x < \frac{1}{2}$

Exercice22 : Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation suivante : $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice23 : Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation suivante : $\cos x > 0$

Exercice24 : Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ l'inéquation suivante : $\sin 2x \leq -\frac{1}{2}$

Exercice25 : Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation suivante : $3 \tan x - \sqrt{3} \geq 0$

Exercice26 : 1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $2 \sin^2 x - 9 \sin x - 5 = 0$ et en déduire les solutions dans $[0; 2\pi]$

b) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation suivante : $2 \sin^2 x - 9 \sin x - 5 \leq 0$

2) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'inéquation suivante : $(2 \cos x - 1)(\tan x + 1) \geq 0$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

