

Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°3 sur les leçons suivantes :

- ✓ Equations et inéquations du premier degré et systèmes d'inéquations : partie1
- ✓ Equations et inéquations du second degré
- ✓ Système d'équations du premier degré a deux inconnues
- ✓ Les polynômes

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

Exercice01 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes sans utiliser le discriminant :

- 1) $x^2 + 23 = 32$ 2) $(x+1)^2 + 23 = 20$ 3) $23 - (x+1)^2 = -13$ 4) $25x^3 - 16x = 0$
 5) $-3x^2 - x - 3 = 0$ (on peut utiliser l'écriture canonique). 6) $(x-2)(x+4) = -9$

Exercice02 : Déterminer le signe des expressions suivantes :

- 1) $B(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{3}$ 2) $D(x) = 4 - x^2$ 3) $E(x) = x^2 - 3x + 4$ 4) $H(x) = \frac{x^2+1}{1-x^2}$

Exercice03 : 1) Résoudre les équations suivantes : a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ b) $-2x^2 + 4x - 2 = 0$
 c) $3x^2 + 6x + 5 = 0$

2) Résoudre les inéquations suivantes : a) $2x^2 - 3x + 1 \geq 0$ b) $-2x^2 + 4x - 2 \geq 0$ c) $3x^2 + 6x + 5 < 0$

Exercice04 : Soit un rectangle de 6 cm par 10 cm. De combien de cm peut-on augmenter sa largeur et sa longueur pour que son périmètre reste inférieur à 96 cm ?

Exercice05 : (Equations avec des racines carrées)

Résoudre dans $\mathbb{R}$; l'équation suivante : $\sqrt{x-1} = x$

Exercice06 : Soit le trinôme $(E) : P(x) = 2x^2 - 3x - 1$

- 1) Prouver que le trinôme (E) admet deux racines distinctes α et β sans les calculer
 2) Dédire les valeurs suivantes : $\alpha + \beta$; $\alpha \times \beta$; $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$; $\alpha^2 + \beta^2$; $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$; $\alpha^3 + \beta^3$

Exercice07 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l'équation suivante :

$$mx^2 - 2(m+2)x + m + 3 = 0$$

Exercice08 : Donner une équation du second degré qui a pour solutions : α et β dans les cas suivants : 1) $\alpha = 1$ et $\beta = -2$ 2) $\alpha = -1$ et $\beta = \sqrt{2}$ 3) $\alpha = -\frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{1}{3}$

Exercice09 : Factoriser les expressions suivantes :

- 1) $x^2 - 10x + 25$ 2) $x^2 - 3x + 2$ 3) $x^4 - 3x^2 + 2$ 4) $x^4 - 4x^2 + 3$

Exercice10 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- 1) $(E) : \frac{x-2}{x-3} = x-1$ 2) $(F) : \frac{x^2-x}{x-1} = 2x+3$ 3) $(G) : \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$

Exercice11 : Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$ à l'aide d'un tableau de signes.

- 1) $x^2 - 16 < 0$ 2) $\frac{3x-1}{x+2} > 1$

Exercice12 : Quelles sont les solutions de l'inéquation : $3x^2 + 2x - 1 > 2x^2 + x - 3$?

Exercice13 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante

$$|x^2 + 3x + 2| + |x^2 - 3x + 2| < 12 : (I)$$

Exercice14 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :
$$\begin{cases} -5\sqrt{x} + 7\sqrt{y} = -9 \\ 2\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = 36 \end{cases}$$

Exercice15 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ et discuter suivant le paramètre m le système suivant :

$$\begin{cases} (m+1)x + 3y = m \\ 3x + (m+1)y = 2 \end{cases} (I)$$

Exercice16 : Soit le polynôme : $P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$

- 1) Quels sont les diviseurs entiers relatifs du terme constant 3 ?
- 2) Déterminer (en cas d'existence) les racines relatives du polynôme $P(x)$
- 3) Factoriser le polynôme $P(x)$ en un produit de monômes
- 4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{x-2}{P(x)} \geq 0$

Exercice17 : 1) Déterminer un polynôme P de degré 3 tel que : $P(x+1) - P(x) = x$

2) En déduire la somme suivante : $S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

3) Déterminer un polynôme P de degré 2 tel que : $P(x+1) - P(x) = x^2$

4) En déduire la somme suivante : $S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

