

## Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°3 sur les leçons suivantes :

- ✓ Equations et inéquations du premier degré et systèmes d'inéquations : partie I
- ✓ Equations et inéquations du second degré
- ✓ Système d'équations du premier degré a deux inconnues
- ✓ Les polynômes

La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>

**Exercice01 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  sans utiliser le discriminant les équations suivantes :

- 1)  $x^2 = 16$                       2)  $x^2 = -8$     3)  $(x+2)^2 = 9$                       4)  $5x^2 - 4x = 0$   
 5)  $3x^2 - x - 2 = 0$  (On peut utiliser l'écriture canonique).    6)  $x^2 - 9 + 5(x+3) = 0$

**Exercice02 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équations  $P(x) = 0$  et factoriser le trinôme  $P(x)$  :

- a)  $P(x) = -5x^2 + 6x + 8$                       b)  $P(x) = 2x^2 - (2\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6}$   
 c)  $P(x) = 16x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{9}$                       d)  $P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 4$

**Exercice03 :** Sans calculer le discriminant  $\Delta$  résoudre les équations suivantes :

- 1)  $x^2 + x - 6 = 0$                       2)  $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$

**Exercice04 :** Résoudre les inéquations suivantes :

- a)  $2x^2 - 4x + 6 \geq 0$                       b)  $4x^2 - 8x + 3 \leq 0$     c)  $x^2 - 3x - 10 < 0$

**Exercice05 :** Soit le trinôme  $(E)$  :  $P(x) = 3x^2 - 7x + 1$

- 1) Prouver que le trinôme  $(E)$  admet deux racines distinctes  $\alpha$  et  $\beta$  sans les calculer
- 2) Dédire les valeurs suivantes :  $\alpha + \beta$  ;  $\alpha \times \beta$  ;  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  ;  $\alpha^2 + \beta^2$  ;  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  ;  $\alpha^3 + \beta^3$

**Exercice06 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

- 1)  $2x^2 - 10 > -x$     2)  $-2x^2 - 3 > -5x$     3)  $\frac{5(7x+5-6x^2)}{-3(1-x)^2} \geq 0$     4)  $-2x(x-2)(x^2-8x+16) > 0$

**Exercice07 :** Déterminez le nombre positif dont le carré est plus grand de 15 que le double de sa valeur.

**Exercice08 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  et discuter suivant le paramètre m les équations suivantes :

- 1)  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$                       2)  $(m-1)x^2 - 2x - 1 = 0$

**Exercice09 :** 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équations suivantes :  $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

2) Déterminer une factorisation de  $x^4 + 3x^2 + 2$  en un produit de trinômes.

3) En déduire une résolution de l'inéquation :  $x^4 + 3x^2 + 2 \leq 0$

**Exercice10 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation suivante : (I) ;  $\sqrt{x^2 + 1} - 2x + 1 \leq 0$

**Exercice11 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} 5x-3y=4 \\ 3x+y=5 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x+3y=8 \\ 5x-7y=-9 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 3x-4y=-16 \\ 5x+9y=-11 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 4x-6y=3 \\ 5x+7y=1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} -7x+2y=-4 \\ 6x+3y=5 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} x+3y=4 \\ 8x-4y=5 \end{cases}$$

**Exercice12 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x-(y-1)^2=-8 \\ 4x+3(y-1)^2=31 \end{cases}$$

**Exercice13 :** Soit le polynôme :  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$

- 1) Quels sont les diviseurs entiers relatifs du terme constant 6 ?
- 2) Déterminer (en cas d'existence) les racines relatives du polynôme  $P(x)$
- 3) Factoriser le polynôme  $P(x)$  en un produit de monômes
- 4) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $P(x) \geq 0$

**Exercice14 :** Soit :  $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2$

- 1) Vérifier que 0 n'est pas racine du polynôme  $P(x)$
- 2) Montrer que si  $\alpha$  est racine du polynôme  $P(x)$   
Alors  $\frac{1}{\alpha}$  est aussi racine du polynôme  $P(x)$
- 3) Vérifier que 2 est racine du polynôme  $P(x)$
- 4) En Effectuant la division euclidienne de  $P(x)$  par  $x-2$  Trouver un polynôme  $Q(x)$   
Tel que :  $P(x) = (x-2) \times Q(x)$
- 5) En déduire que :  $Q\left(\frac{1}{2}\right) = 0$
- 6) Déterminer les réels  $a ; b$  et  $c$  tel que :  $Q(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$   
) En déduire une factorisation du polynôme  $P$  on polynômes de 1ere degrés

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*

*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

