http://www.xriadiat.com **DL3 H** **PROF: ATMANI NAJIB**

**Tronc commun Sciences BIOF**

# *Correction :* Devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°3 sur les leçons suivantes :

- ✓ **Equations et inéquations du premier degré et systèmes d’inéquations : partie1**
- ✓ **Equations et inéquations du second degré**
- ✓ **Système d’équations du premier degré a deux inconnues**
- ✓ **Les polynômes**
- ✓ **TRIGONOMÉTRIE1(15%)**

**Exercice01 :** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :c) $\frac{x^2-9}{x+3}=0$ d) $1-\frac{x+3}{x-3}=\frac{2}{2-x}$

**Corrigé :** c) L’équation n’est pas définie pour $x = -3$.

Pour $x \neq -3$, l'équation $\frac{x^2-9}{x+3}=0$ équivaut à : $x^2-9=0$, soit $x^2=9$

Soit encore : $x=3$ ou $x=-3$ .

Comme $x \neq -3$, l'équation a pour unique Solution : $x=3$ c’est-à-dire : $S=\{3\}$

d) L’équation n’est pas définie pour $x = 2$ et $x = 3$.

Pour $x \neq 2$ et $x \neq 3$, l'équation : $1-\frac{x+3}{x-3}=\frac{2}{2-x}$ équivaut à $1-\frac{x+3}{x-3}-\frac{2}{2-x}=0$

On réduit au même dénominateur dans le but de se ramener à une équation-quotient :

$$\frac{(x-3)(2-x)}{(x-3)(2-x)}-\frac{(x+3)(2-x)}{(x-3)(2-x)}-\frac{2(x-3)}{(x-3)(2-x)}=0$$

$$\frac{(x-3)(2-x)-(x+3)(2-x)-2(x-3)}{(x-3)(2-x)}=0$$ On développe :

$$\frac{2x-x^2-6+3x-2x+x^2-6+3x-2x+6}{(x-3)(2-x)}=0$$

$$\frac{4x-6}{(x-3)(2-x)}=0$$ Ce qui équivaut à : $4x-6=0$ et $(x-3)(2-x)\neq 0$

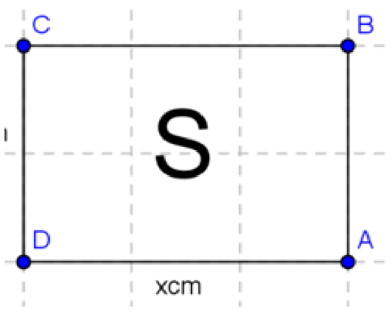
D’où : $x=\frac{3}{2}$. C’est-à-dire : $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

**Exercice02 :** Quelle est la longueur d’un rectangle sachant que sa largeur est 8cm et sa surface vaut le triple de son périmètre **?**

**Corrigé :** Soit $S$ La surface du rectangle $ABCD$

Et $P$ Le périmètre du rectangle $ABCD$

Soit $x$ La longueur du rectangle




On a donc : $S=8x$ et $P=2(8+x)=16+2x$

$S=3P$ Signifie $8x=3(16+2x)$

Signifie $8x=48+6x$ c’est-à-dire : $2x=48$

Signifie $x=\frac{48}{2}=24cm$

**Exercice03 :1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ algébriquement l’inéquation : $|x-2|\leq 5$

**2)**Résoudre Graphiquement l’inéquation : $|x-2|\leq 5$

**Corrigé :**

1) **Résolvons notre équation algébriquement :**

Règle : $|x-a| \leq r$ est équivalente à : $-r \leq x-a \leq r$ avec $r>0$

D'après notre règle, on a donc :

$|x-2| \leq 5$ Signifie que : $-5 \leq x-2 \leq 5$

Signifie que : $-5+2 \leq x-2+2 \leq 5+2$

Signifie que : $-3 \leq x \leq 7$

Donc : $S=[-3;7]$

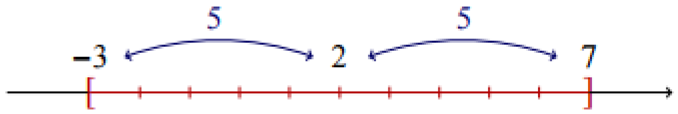
2) **Résolvons notre inéquation Graphiquement :**

Déterminer les valeurs de $x$ pour lesquelles la distance de $x$ à 2 est égale à 5.

Visualisons ce problème sur la droite des réels.

**Graphiquement** Cela revient à déterminer les valeurs de x pour lesquelles la distance de x à 2 est inférieure ou égale à 5.

Visualisons les solutions sur la droite des réels :




On obtient alors l'intervalle [−3 ; 7] ; avec que 2 est le centre et 5 le rayon de l'intervalle.

Donc : $S=[-3;7]$

**Exercice04 :** Résoudre l'inéquation suivante : $|2x-1|+3|x-2| \succ 4$

**Corrigé :** $x-2=0$ Signifie que : $x=2$

$2x-1=0$ Signifie que : $x=\frac{1}{2}$

| $x$ | $-\infty$ $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ $2$ | $2$ $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $2x-1$ | $-$ 0 | $+$ | $+$ |
| $\|2x-1\|$ | $-2x+1$ 0 | $2x-1$ | $2x-1$ |
| $x-2$ | $-$ | $-$ 0 | $+$ |
| $\|x-2\|$ | $-x+2$ | $-x+2$ 0 | $x-2$ |
| $\|2x-1\|+3\|x-2\|$ | $7-5x$ | $-x+5$ | $5x-7$ |

Si : $x \leq \frac{1}{2}$ alors : $|2x-1|+3|x-2| \succ 4$

Devient : $-(2x-1)-3(x-2)-4 \succ 0$

Ce qui signifie que : $-5x+3 \succ 0$

C'est-à-dire : $x \prec \frac{3}{5}$

Donc : $S_1=\left]-\infty;\frac{3}{5}\right[ \cap \left]-\infty;\frac{1}{2}\right]=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$

Si : $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ alors l'inéquation devient : $(2x-1)-3(x-2)-4 \succ 0$

Ce qui Signifie que : $-x+1 \succ 0$ c'est-à-dire : $x \prec 1$

Donc : $S_2=\left[\frac{1}{2};2\right] \cap ]-\infty;1]=\left[\frac{1}{2};1\right[$

Si : $x \geq 2$ alors l'inéquation devient $(2x-1)+3(x-2)-4 \succ 0$

Ce qui Signifie que : $5x-11 \succ 0$ ce qui Signifie que : $x \succ \frac{11}{5}$

Donc : $S_3 = \left]\frac{11}{5};+\infty\right[ \cap [2;+\infty[ = \left]\frac{11}{5};+\infty\right[$

Par conséquent : $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \left]-\infty;\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2};1\right[ \cup \left]\frac{11}{5};+\infty\right[$

Ce qui Signifie que $S = [-\infty;1[ \cup \left]\frac{11}{5};+\infty\right[$

**Exercice05 :**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m les équations suivantes : $\frac{x-4}{x+m} = m$

**Corrigé :** $\frac{x-4}{x+m} = m$

a) L'équation est définie si $x+m \neq 0$. c'est-à-dire : $x \neq -m$

On va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$

$\frac{x-4}{x+m} = m$ Équivalent à : $x-4 = m(x+m)$

Équivalent à : $x-4-m(x+m)=0$ Équivalent à : $x(1-m)-4-m^2=0$

**1ére cas :** $1-m=0$ c'est à dire : $m=1$

L'équation devient : $0-5=0$ ce qui est impossible Par suite : $S=\varnothing$

**2ére cas :** $1-m \neq 0$ c'est à dire : $m \neq 1$

$x(1-m)-4-m^2=0$ Équivalent à : $x(1-m)=4+m^2$

Donc : L'équation admet une solution unique : $x = \frac{4+m^2}{1-m}$ si $x \neq -m$

Cherchons : $m$ tel que : $-m = \frac{4+m^2}{1-m}$ ?

$-m = \frac{4+m^2}{1-m}$ Équivalent à : $-m(1-m) = 4+m^2$

Équivalent à : $m^2-m=3+m^2$ c'est-à-dire : $m=-3$

Donc si : $m=-3$ l'équation n'admet pas de solutions par suite : $S=\varnothing$

Mais si : $m \neq 1$ et $m \neq -3$: L'équation admet une solution unique : $x = \frac{4+m^2}{1-m}$ par suite : $S = \left\{\frac{4+m^2}{1-m}\right\}$

**Exercice06 :** Etudier le signe des expressions suivante :

1) $2x-10$  2) $-3x+9$  3) $I(x) = (x+2)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x-2)$  4) $\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2-4} \geq 0$

**Corrigé :** 1) $2x-10=0$ Equivaut à : $x=5$

| $x$ | $-\infty$ | $5$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $2x-10$ | $-$ | $0$ | $+$ |

• Si : $x \in ]5,+\infty[$ alors : $-3x+9>0$

• Si : $x \in ]-\infty,5[$ alors : $-3x+9<0$

• Si : $x=5$ alors : $-3x+9=0$

2) $-3x+9=0$ Equivaut à : $x=3$

| $x$ | $-\infty$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $-3x+9$ | $+$ | $0$ | $-$ |

• Si : $x \in ]3,+\infty[$ alors : $-3x+9<0$

• Si : $x \in ]-\infty, 3[$ alors : $-3x+9>0$

• Si : $x=3$ alors : $-3x+9=0$

3) $I(x)=(x+2)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x-2)$

$x+2=0$ Équivaut à : $x=-2$ et $x+\sqrt{3}=0$ signifie que : $x=-\sqrt{3}$

$x-\sqrt{3}=0$ Signifie que : $x=\sqrt{3}$ et $x-2=0$ Équivaut à : $x=2$

On peut donc dresser le tableau de signes :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-\sqrt{3}$ | | $\sqrt{3}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $x+\sqrt{3}$ | | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $x-\sqrt{3}$ | | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | |
| $x-2$ | | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $I(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$I(x)\geq 0$ Équivaut à : $x \in ]-\infty,-2] \cup [-\sqrt{3},\sqrt{3}] \cup [2;+\infty[$

$I(x)<0$ Équivaut à : $x \in ]-2,-\sqrt{3}[ \cup ]\sqrt{3},2[$

4) $\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2-4}\geq 0$ Signifie que $\frac{(2x+1)(1-x)}{(x+2)(x-2)}\geq 0$

a) On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :

Cette inéquation est définie si et seulement si $x^2-4\neq 0$ qui signifie que : $x\neq 2$ ou $x\neq -2$

Donc : le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I=\mathbb{R}-\{-2,2\}$

b) Résolvons l'inéquation : $1-x=0$ Signifie que : $x=1$

$2x+1=0$ Signifie que: $x=\frac{-1}{2}$

Donc le tableau des Signes est :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $\frac{-1}{2}$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x+1$ | | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $1-x$ | | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | $0$ | $-$ | \| | $-$ | |
| $x-2$ | | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+2$ | | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $\frac{(2x+1)(1-x)}{x^2-4}$ | | $-$ | \|\| | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | \|\| | $-$ | |

Par suite : $S=\left]-2;-\frac{1}{2}\right]\cup[1;2[$

**Exercice07 :** Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants : 1) $\begin{cases} x+y=5 \\ x\times y=4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x\times y=-2 \end{cases}$

**Solution :** $\begin{cases} x+y=5 \\ x\times y=4 \end{cases}$ signifie que : $\begin{cases} x=5-y \\ (5-y)\times y=4 \end{cases}$

Donc on a : $(5-y)\times y=4$ équivalent à : $-y^2+5y=4$ équivalent à : $y^2-5y+4=0$

Donc on va résoudre le système suivant : $\begin{cases} x=5-y \\ y^2-5y+4=0 \end{cases}$

Résolution de l'équation : $y^2-5y+4=0$ on a : a = 1, b = -5 و c = 4

Donc : Δ = $b^2$ – 4ac = $(-5)^2$ – 4 x 1 x 4 = 9> 0 alors : $y_1=\frac{5-\sqrt{9}}{2a}=\frac{5-3}{2\times1}=1$ et $y_2=\frac{5+\sqrt{9}}{2a}=\frac{5+3}{2\times1}=4$

Si $y=1$ alors $x=5-1=4$ et Si $y=4$ alors $x=5-4=1$ Par suite : $S=\{(4,1);(1,4)\}$

2) $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x\times y=-2 \end{cases}$ signifie que : $\begin{cases} y=2x-5 \\ x\times(2x-5)=-2 \end{cases}$ c'est-à-dire : $x\times(2x-5)=-2$

Équivalent à : $2x^2-5x+2=0$ ; Résolution de l'équation $2x^2-5x+2=0$ : a = 2, b = -5 ; c = 2

Δ = $b^2$ – 4ac = $(-5)^2$ – 4 x 2 x2)= 9> 0

Donc : $x_1=\frac{5-\sqrt{9}}{2a}=\frac{5-3}{2\times2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ et $x_2=\frac{5+\sqrt{9}}{2a}=\frac{5+3}{2\times2}=\frac{8}{4}=2$

Si $x=2$ alors $y=2\times2-5=-1$ et Si $x=\frac{1}{2}$ alors $y=2\times\frac{1}{2}-5=-4$ Par suite : $S=\left\{(2,-1);\left(\frac{1}{2},-4\right)\right\}$

**Exercice08 :** Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1) $6x^2-7x-5=0$ 2) $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$ 3) $3x^2+x+2=0$

**Solution** :1) $a=6$ et $b=-7$ et $c=-5$ $6x^2-7x-5=0$

$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times6\times(-5)=49+120=169=(13)^2>0$

Comme Δ > 0, l'équation possède deux solutions distinctes :

$x_1=\frac{-(-7)+\sqrt{169}}{2\times6}=\frac{7+13}{12}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$ et $x_2=\frac{7-13}{12}=\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}$

Donc : $S=\left\{\frac{5}{3},-\frac{1}{2}\right\}$

2) $a=2$ ; $b=-2\sqrt{2}$ ; $c=1$ $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$

$\Delta=b^2-4ac=\left(-2\sqrt{2}\right)^2-4\times2\times1=8-8=0$

Comme Δ = 0, l'équation possède une seule solution (dite double): $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-\left(-2\sqrt{2}\right)}{2\times2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ Donc **:**

$S=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

3) $3x^2+x+2=0$ : $\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times3\times2=1-24=-23<0$

Comme Δ < 0, l'équation ne possède pas de solution réelle c'est-à-dire : $S=\varnothing$

**Exercice09 :** Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1) $\left|2x^2-x-6\right|-\left|x+1\right|-1=0$ 2) $2x^4-x^2-6=0$ 3) $x^2+|x|-2=0$

4) $x-3\sqrt{x}+2=0$ 5) $\frac{3}{x^2}-\frac{2}{x}+\frac{3}{25}=0$

**Corrigé :**1) $\left|2x^2-x-6\right|-\left|x+1\right|-1=0$

Soit : $x\in\mathbb{R}$ Et on va déterminer le signe du trinôme : $2x^2-x-6$

Calculons le discriminant de $2x^2-x-6$ : $a=2$ ; $b=-1$ ; $c=-6$

Donc : $\Delta=b^2-4\times a\times c=(-1)^2-4\times 2(-6)=1+48=49>0$

Comme $\Delta>0$, trinôme possède deux racines distinctes :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-\sqrt{49}}{2\times 2}=\frac{-6}{4}=-\frac{3}{2}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+\sqrt{49}}{2\times 2}=\frac{8}{4}=2$

$x+1=0$ Signifie que : $x=-1$

On obtient le tableau de signe suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-3}{2}$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x2-x-6$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |

Si : $x\in\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$ alors : $|2x^2-x-6|=2x^2-x-6$ et $|x+1|=-(x+1)$

L'équation $(E_1)$ devient : $2x^2-x-6+x+1-1=0$

Signifie que : $2x^2-6=0$

Signifie que : $x^2=3$

Signifie que : $x=-\sqrt{3}\notin\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$ ou $x=\sqrt{3}\notin\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$

Donc : $S_1=\varnothing$

Si : $x\in\left[-\frac{3}{2};-1\right]$ alors : $|2x^2-x-6|=-(2x^2-x-6)$ et $|x+1|=-(x+1)$

L'équation $(E_1)$ devient : $-2x^2+x+6+x+1-1=0$

Signifie que : $-2x^2+2x+6=0$

Signifie que : $2(-x^2+x+3)=0$

Signifie que : $-x^2+x+3=0$

Calculons le discriminant de $-x^2+x+3=0$ : $a=-1$ ; $b=1$ ; $c=3$

Donc : $\Delta=b^2-4\times a\times c=1^2-4\times 3(-1)=1+12=13>0$

Comme $\Delta>0$, L'équation possède deux solutions distinctes :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-\sqrt{13}}{2\times 1}=\frac{1-\sqrt{13}}{2}\in\left[-\frac{3}{2};-1\right]$ et $x_2=\frac{1+\sqrt{13}}{2\times 1}=\frac{1+\sqrt{13}}{2}\notin\left[-\frac{3}{2};-1\right]$

Donc : $S_2=\left\{\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right\}$

Si : $x\in[-1;2]$ alors : $|2x^2-x-6|=-(2x^2-x-6)$ et $|x+1|=x+1$

L'équation $(E_1)$ devient : $-2x^2+x+6-x-1-1=0$

Signifie que : $-2x^2+4=0$

Signifie que : $x^2=2$

Signifie que : $x=-\sqrt{2}\in[-1;2]$ ou $x=\sqrt{2}\in[-1;2]$

Donc : $S_3=\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$

Si : $x\in[2;+\infty[$ alors : $|2x^2-x-6|=2x^2-x-6$ et $|x+1|=x+1$

L'équation $(E_1)$ devient : $2x^2-x-6-x-1-1=0$

Signifie que : $2x^2-2x-8=0$

Signifie que : $2(x^2-x-4)=0$

Signifie que : $x^2-x-4=0$

Calculons le discriminant de $x^2-x-4=0$ : $a=1$ ; $b=-1$ ; $c=-4$

Donc : $\Delta=b^2-4\times a\times c=(-1)^2-4\times1(-4)=1+16=17>0$

Comme $\Delta>0$, L'équation possède deux solutions distinctes :

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-\sqrt{17}}{2\times1}=\frac{1-\sqrt{17}}{2}\notin[2;+\infty[$ et $x_2=\frac{1+\sqrt{17}}{2\times1}=\frac{1+\sqrt{17}}{2}\in[2;+\infty[$

Donc : $S_4=\left\{\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right\}$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2\cup S_3\cup S_4=\left\{\frac{1+\sqrt{17}}{2};-\sqrt{2};\sqrt{2};\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right\}$

2) $2x^4-x^2-6=0$

$2x^4-x^2-6=0$ Equivalent a: $2(x^2)^2-x^2-6=0$

Faisons un changement de variable en posant : $X=x^2$ nous obtenons donc : l'équation : $2X^2-X-6=0$

Calculons le discriminant de $2X^2-X-6=0$ : $a=2$ ; $b=-1$ ; $c=-6$

Donc : $\Delta=b^2-4\times a\times c=(-1)^2-4\times2(-6)=1+48=49>0$

Comme $\Delta>0$, L'équation $2X^2-X-6=0$ possède deux solutions distinctes :

$X_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{1-7}{4}=-\frac{3}{2}$ et $X_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{1+7}{4}=2$

Donc : $X=-\frac{3}{2}$ ou $X=2$ et par suite : $x^2=-\frac{3}{2}$ ou $x^2=2$

Mais l'équation : $x^2=-\frac{3}{2}$ n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$

Donc : $x^2=2$

Signifie que : $x=-\sqrt{2}$ ou $x=\sqrt{2}$

Par suite : $S=\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$.

3) $x^2+|x|-2=0$

$x^2+|x|-2=0$ Equivalent à : $|x|^2+|x|-2=0$ car $|x|^2=x^2$

Faisons un changement de variable en posant : $X=|x|$ nous obtenons l'équation : $X^2+X-2=0$

Calculons le discriminant de $X^2+X-2=0$ : $a=1$ ; $b=1$ ; $c=-2$

Donc : $\Delta=b^2-4\times a\times c=1^2-4\times1(-2)=1+8=9>0$

Comme $\Delta>0$, L'équation $X^2+X-2=0$ possède deux solutions distinctes :

$X_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-\sqrt{9}}{2\times1}=\frac{-1-3}{2}=-2$ et $X_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1+\sqrt{9}}{2\times1}=\frac{-1+3}{2}=1$

Donc : $X=-2$ ou $X=1$ qui est équivalent a: $|x|=-2$ ou $|x|=1$

Mais l'équation : $|x|=-2$ n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$

$|x|=1$ Signifie : $x=1$ ou $x=-1$ par suite : $S=\{-1;1\}$

4) $x-3\sqrt{x}+2=0$

$x-3\sqrt{x}+2=0$ Equivalent a : $\left(\sqrt{x}\right)^2-3\sqrt{x}+2=0$ car $\sqrt{x}^2=x$

Faisons un changement de variable en posant : $X=\sqrt{x}$

Nous obtenons l'équation : $X^2-3X+2=0$

Calculons le discriminant de $X^2-3X+2=0$ : $a=1$ ; $b=-3$ ; $c=2$

Donc : $\Delta=b^2-4\times a\times c=(-3)^2-4\times1\times2=98=1>0$

Comme $\Delta>0$, L'équation $X^2-3X+2=0$ possède deux solutions distinctes :

$X_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3-\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{2}{2}=1$ et $X_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3+\sqrt{1}}{2\times1}=\frac{4}{2}=2$

Donc : d'après A) 1) on a : $X=1$ ou $X=2$

Equivalent à : $\sqrt{x}=1$ ou $\sqrt{x}=2$

$\sqrt{x}=1$ Signifie : $\left(\sqrt{x}\right)^2=1^2$ c'est-à-dire : $x=1$

$\sqrt{x}=2$ Signifie : $\left(\sqrt{x}\right)^2=2^2$ c'est-à-dire : $x=4$

Par suite : $S=\{1;4\}$.

5) $\frac{3}{x^2}-\frac{2}{x}+\frac{3}{25}=0$ Signifie : $3\left(\frac{1}{x}\right)^2-2\frac{1}{x}+\frac{3}{25}=0$

Faisons un changement de variable en posant : $X=\frac{1}{x}$

Nous obtenons l'équation : $3X^2-2X+\frac{3}{25}=0$

Calculons le discriminant : $a=3$; $b=-2$ ; $c=\frac{3}{25}$

Donc : $\Delta=b^2-4\times a\times c=(-2)^2-4\times3\times\frac{3}{5}=\frac{64}{25}>0$

Comme $\Delta>0$, L'équation $3X^2-2X+\frac{3}{25}=0$ possède deux solutions distinctes :

$X_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2-\sqrt{\frac{64}{5}}}{2\times3}=\frac{1}{15}$ et $X_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2+\sqrt{\frac{64}{5}}}{2\times3}=\frac{3}{5}$

Donc : $X=\frac{1}{15}$ ou $X=\frac{3}{5}$

Equivalent à : $\frac{1}{x}=\frac{1}{15}$ ou $\frac{1}{x}=\frac{3}{5}$

Equivalent à : $x=\frac{15}{1}=15$ ou $x=\frac{5}{3}$

Par suite : $S=\left\{\frac{5}{3};15\right\}$.

**Exercice10 :** Soit : $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 11x - 6$

1) Montrer que le polynôme $P(x)$ est divisible par $x+2$

2) En Effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x+2$

Montrer que : $P(x) = (x+2)Q(x)$ avec : $Q(x) = -2x^2 + 7x - 3$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $Q(x) \geq 0$

5) En déduire une factorisation du polynôme $P(x)$ en un produit de polynômes de 1ere degrés

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

7) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \succ 0$

**Solution** :1) $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 11x - 6$

On a : $P(-2) = -2\times(-2)^3 + 3(-2)^2 + 11\times(-2) - 6 = +16 + 12 - 22 - 6 = 0$ donc --2 est racine du polynôme $P(x)$

Donc $P(x)$ est divisible par $x+2$

2) En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x+2$ On a donc : $P(x) = (x+2)Q(x)$ avec : $Q(x) = -2x^2 + 7x - 3$

$$
\begin{array}{r|l}
-2x^3 + 3x^2 + 11x - 6 & x+2 \\ \hline
\boxed{2x^3 + 4x^2} \phantom{+ 11x - 6} & -2x^2 + 7x - 3 \\ \cline{1-1}
7x^2 + 11x - 6 & \\
-7x^2 - 14x \phantom{- 6} & \\ \cline{1-1}
-3x - 6 & \\
3x + 6 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

3) $Q(x) = -2x^2 + 7x - 3$ et $Q(x) = 0$

$\Delta = 7^2 - 4 \times (-2) \times (-3) = 49 - 24 = 25$

Donc : $x_1 = \frac{-7 - \sqrt{25}}{2\times(-2)} = \frac{-12}{-4} = 3$ et $x_2 = \frac{-7 + \sqrt{25}}{2\times(-2)} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ Par suite: $S = \left\{ \frac{1}{2}, 3 \right\}$

4) $Q(x) < 0$ les racines de $Q(x)$ sont : $x_2 = \frac{1}{2}$ et $x_1 = 3$. Donc le tableau de signe est:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$S = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[ \cup \left]3; +\infty\right[$

5) Cherchons une factorisation du polynôme $P(x)$ on produits de polynômes de 1ere degrés:

On a : $P(x) = (x+2)Q(x)$ avec $Q(x) = -2x^2 + 7x - 3$

Et les racines du polynôme $Q(x)$ sont : $x_2 = \frac{1}{2}$ et $x_1 = 3$

Donc : une factorisation de $Q(x)$ est : $Q(x) = -2(x - x_1)(x - x_2)$

Donc : $Q(x) = -2(x-3)\left(x - \frac{1}{2}\right) = (x-3)(-2x+1)$

Par suite une factorisation de $P(x)$ est : $P(x) = (x+2)(x-3)(-2x+1)$

6) On a : $P(x) = (x+2)(x-3)(-2x+1)$

$P(x) = 0$ Signifie ; $(x+2)(x-3)(-2x+1) = 0$

Signifie : $x - 3 = 0$ ou $-2x + 1 = 0$ ou $x + 2 = 0$

Signifie : $x = 3$ ou $x = \frac{1}{2}$ ou $x = -2$ par suite : $S = \left\{ -2, \frac{1}{2}, 3 \right\}$

7) $P(x)<0$ Signifie: $(x+2)Q(x)<0$

| $x$ | $-\infty$ $\quad -2 \quad$ $1/2$ $\quad 3 \quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $Q(x)$ | $-$ | $-$ 0 $+$ 0 $-$ |
| $x+2$ | $-$ 0 $+$ | $+$ | $+$ |
| $P(x)$ | $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ |

Donc : $S = \left]-2;\frac{1}{2}\right[ \cup ]3;+\infty[$

**Exercice11 :** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4\sqrt{x+2} = x+5$

**Solution** : a) L'équation est définie si $x+2 \geq 0$ Signifie que : $x \geq -2$

L'équation est donc définie sur : $D_E = [-2,+\infty[$

Remarque : La relation $a=b \Leftrightarrow a^2=b^2$ n'est pas vraie si les deux nombres sont de signes contraires.

b) Je travaille par équivalence en m'assurant que les deux membres
Sont positifs avant d´élever au carré.

$4\sqrt{x+2} = x+5$ Signifie que : $\left(4\sqrt{x+2}\right)^2 = (x+5)^2$ et $x \in [-5,+\infty[$

Signifie que : $16(x+2) = x^2+10x+25$ et $x \in [-5,+\infty[$

Signifie que : $16x+32 = x^2+10x+25$ et $x \in [-5,+\infty[$

Signifie que : $x^2-6x-7=0$ et $x \in [-5,+\infty[$

Le discriminant de : $x^2-6x-7=0$ est : $\Delta = (-6)^2 - 4\times1\times(-6) = 64 > 0$ et ses solutions sont :

$x_1 = \frac{6-8}{2\times1} = \frac{-2}{2} = -1 \in D_E$ et $x_2 = \frac{6+8}{2\times1} = \frac{14}{2} = 7 \notin D_E$

$x^2-6x-7=0$ et $x \in [-5,+\infty[$ Signifie que : $x=-1 \in D_E$

Par conséquent : $S = \{-1\}$

**Exercice12 :** Parmi les mesures suivantes, indiquer celles qui sont associés au même point que $M\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ Sur le cercle trigonométrique : $\frac{47\pi}{12}$ ; $\frac{-49\pi}{12}$ ; $\frac{11\pi}{12}$ ; $\frac{-241\pi}{12}$ ; $\frac{-37\pi}{12}$ ; $-\frac{313\pi}{12}$

**Solution :** $\frac{47\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{48\pi}{12} = 4\pi$ ce qui correspond à un écart de deux tours.

$\frac{-49\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{48\pi}{12} = -4\pi$ : ce qui correspond à un écart de deux tours.

$\frac{11\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{12\pi}{12} = \pi$ : ce qui correspond à un demi-tour.

$\frac{-241\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{240\pi}{12} = -20\pi$ :ce qui correspond à un écart de 10 tours.

$\frac{-37\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{36\pi}{12} = -3\pi$ : ce qui correspond à un tour et demi.

$-\frac{313\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{312\pi}{12} = -26\pi$ : ce qui correspond à un écart de 13 tours.

Finalement $\frac{47\pi}{12}$ ; $\frac{-49\pi}{12}$ ; $\frac{-241\pi}{12}$ ; $-\frac{313\pi}{12}$ sont associés au même point que $M$

**Exercice13 :** Placer sur un cercle trigonométrique d'origine $I$

Les points d'abscisses curvilignes : $\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}$ avec $k\in\mathbb{Z}$

**Solution :** Pour placer facilement ces points $M_k$ sur le cercle on cherche les abscisses curvilignes principales de ces points $M_k\left(\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\right)$

$\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$ Équivalent à : $-\pi<\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\leq\pi$

Équivalent à : $-1<\frac{1}{6}+\frac{k}{3}\leq 1$

Équivalent à : $-1-\frac{1}{6}<\frac{k}{3}\leq 1-\frac{1}{6}$

Équivalent à : $-\frac{7}{6}<\frac{k}{3}\leq\frac{5}{6}$ c'est-à-dire : $-\frac{7}{2}<k\leq\frac{5}{2}$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Par suite : $k=-3$ ou $k=-2$ ou $k=-1$ ou $k=0$ ou $k=1$ ou $k=2$

Donc : le nombre de points est 6 :

Si $k=0$ alors : $A\left(\frac{\pi}{6}+\frac{0\times\pi}{3}\right)$ c'est-à-dire : $A\left(\frac{\pi}{6}\right)$

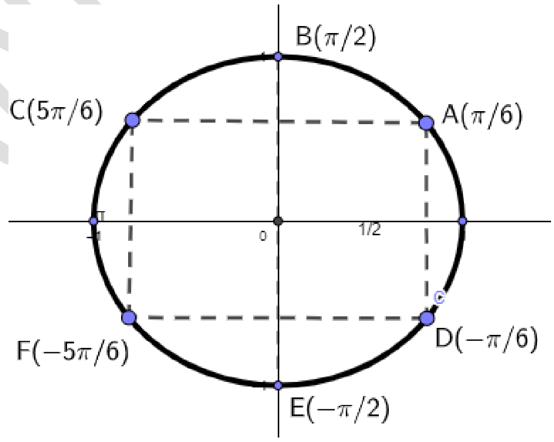
Si $k=1$ alors : $B\left(\frac{\pi}{6}+\frac{1\times\pi}{3}\right)$ c'est-à-dire : $B\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Si $k=2$ alors : $C\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2\times\pi}{3}\right)$ c'est-à-dire : $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

Si $k=-1$ alors : $D\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}\right)$ c'est-à-dire : $D\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

Si $k=-2$ alors : $E\left(\frac{\pi}{6}-\frac{2\times\pi}{3}\right)$ c'est-à-dire : $E\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

Si $k=-3$ alors : $F\left(\frac{\pi}{6}-\frac{3\times\pi}{3}\right)$ c'est-à-dire : $F\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$




*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*
*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*